

B.M. YAVORSKI, A.A. PINSKI

**FUNDAMENTOS
DE
FÍSICA**

II



Б. М. ЯВОРСКИЙ, А. А. ПИНСКИЙ

**ОСНОВЫ
ФИЗИКИ**

ТОМ II

**КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ.
КВАНТОВАЯ ФИЗИКА**

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

B. M. Yavorski, A. A. Pinski

**FUNDAMENTOS
DE
FISICA**

II

OSCILACIONES Y ONDAS.
FÍSICA CUÁNTICA

Traducido del ruso por el ing.
Antonio Molina García
y por el ing.
Antonio Ballesteros Elías

EDITORIAL «MIR»
MOSCÚ

A NUESTROS LECTORES:

Mir edita libros soviéticos traducidos al español, inglés, francés, árabe y otros idiomas extranjeros. Entre ellos figuran las mejores obras de las distintas ramas de la ciencia y la técnica: manuales para los centros de enseñanza superior y escuelas tecnológicas; literatura sobre ciencias naturales y médicas. También se incluyen monografías, libros de divulgación científica y ciencia-ficción.

Dirijan sus opiniones a la Editorial Mir, I Rizhski per., 2, 129820, Moscú, 1-110, GSP, URSS.

Impreso en la URSS

На испанском языке

© Издательство «Наука», 1981

© Traducción al español. Editorial Mir, 1983

INDICE

Prólogo	13
---------	----

SEXTA PARTE

OSCILACIONES Y ONDAS

Capítulo 49. Oscilaciones armónicas	15
-------------------------------------	----

§ 49.1. Oscilador armónico (15). § 49.2. Frecuencia y período de las oscilaciones (17). § 49.3. Energía de un oscilador armónico (18). § 49.4. Registro de las oscilaciones (19). § 49.5. Composición de oscilaciones de la misma frecuencia (21). § 49.6. Diagramas vectoriales (29).

Capítulo 50. Análisis armónico	24
--------------------------------	----

§ 50.1. Composición de oscilaciones con frecuencias próximas (24). § 50.2. Oscilaciones moduladas (26). § 50.3. Composición de oscilaciones con frecuencias múltiples (27). § 50.4. Desarrollo de Fourier. Espectro (29).

Capítulo 51. Oscilaciones libres	91
----------------------------------	----

§ 51.1. Péndulo de resorte (31). § 51.2. Grado de amortiguamiento. Factor de calidad (32). § 51.3. Péndulo matemático (34). § 51.4. Péndulo físico (36). § 51.5. Circuito oscilante (37). § 51.6. Energía, frecuencia propia y factor de calidad del circuito (39). § 51.7. Enfoque único en el estudio de las oscilaciones (40).

Capítulo 52. Autooscilaciones	42
-------------------------------	----

§ 52.1. Sistema autooscilante (42). § 52.2. El reloj (44). § 52.3. Generador de tubo termoiónico (45). § 52.4. Autoexcitación de las autooscilaciones (46).

Capítulo 53. Oscilaciones forzadas	48
------------------------------------	----

§ 53.1. Fuerza excitatriz sinusoidal (48). § 53.2. Resonancia (49). § 53.3. Resonancia y análisis armónico (51). § 53.4. Semianchura de la curva de resonancia. Selectivi-

dad (52). § 53.5. Proceso de estabilización de las oscilaciones forzadas (53). § 53.6. Estabilización de las oscilaciones durante la resonancia (54). § 53.7. Relación de indeterminación para la frecuencia y el tiempo (55).

Capítulo 54. Corriente alterna

56

§ 54.1. Generador sincrónico de corriente alterna (56). § 54.2. Circuito de corriente alterna (58). § 54.3. Resistencia óhmica (59). § 54.4. Valores eficaces de la corriente y la tensión (60). § 54.5. Capacitancia (61). § 54.6. Inductancia (63). § 54.7. Ley de Ohm para los circuitos de corriente alterna (63). § 54.8. Potencia de la corriente alterna (65). § 54.9. Transformador (66). § 54.10. Transmisión de la energía a distancia (68).

Capítulo 55. Ondas elásticas

68

§ 55.1. Ondas transversales y longitudinales (68). § 55.2. Velocidad de las ondas elásticas (70). § 55.3. Energía e intensidad de una onda (72). § 55.4. Amortiguamiento de las ondas (72).

Capítulo 56. Ecuación de onda

74

§ 56.1. Longitud de onda (74). § 56.2. Ecuación de la onda plana (76). § 56.3. Ecuación de la onda esférica (78). § 56.4. Efecto Doppler en acústica (79). § 56.5. Reflexión y refracción de las ondas (80). § 56.6. Coeficientes de reflexión y de transparencia (83).

Capítulo 57. Interferencia y difracción

84

§ 57.1. Principio de superposición (84). § 57.2. Ondas estacionarias (84). § 57.3. Frecuencias propias (87). § 57.4. Interferencia (89). § 57.5. Interferencia producida por dos fuentes (90). § 57.6. Interferencia producida por varias fuentes (93). § 57.7. Intensidad de los máximos principales (95). § 57.8. Difracción (97). § 57.9. Difracción por una rendija rectangular (98). § 57.10. Refracción de las ondas e Interferencia (100).

Capítulo 58. Elementos de acústica

103

§ 58.1. Características del sonido (103). § 58.2. Fuentes de sonido (105). § 58.3. Transductores ultrasónicos (107). § 58.4. Receptores de sonido (109). § 58.5. Oído (110). § 58.6. Peculiaridades de los infra y ultrasonidos (112).

Capítulo 59. Ondas electromagnéticas	116
§ 59.1. Velocidad de las ondas electromagnéticas (116). § 59.2. Onda sinusoidal plana (116). § 59.3. Presión de la luz (118). § 59.4. Radiación de ondas electromagnéticas por una carga en movimiento acelerado (120). § 59.5. Radiación de una carga y un dipolo oscilantes (121). § 59.6. Radiación de una carga circulante (123). § 59.7. Radiación de Vavilov — Cherenkov (125). § 59.8. Efecto Doppler óptico (126).	
Capítulo 60. Elementos de radiotecnia	128
§ 60.1. Radiocomunicación (128). § 60.2. Radiodifusión (130). § 60.3. Televisión (132). § 60.4. Amplificador termoiónico (132). § 60.5. Detección (desmodulación) (134).	
Capítulo 61. Interferencia de la luz	136
§ 61.1. Escala de las ondas electromagnéticas (136). § 61.2. Tren de ondas. Vector luz (138). § 61.3. Relaciones de indeterminación (139). § 61.4. Monocromaticidad (141). § 61.5. Interferencia de la luz (144). § 61.6. Coherencia (146). § 61.7. Distancia entre los máximos de interferencia (148). § 61.8. Interferómetro de Michelson (150). § 61.9. Aplicaciones de la interferencia (152).	
Capítulo 62. Difracción de la luz	153
§ 62.1. Difracción por un orificio (153). § 62.2. Red de difracción (155). § 62.3. Anchura angular del máximo principal (156). § 62.4. Poder resolutivo de una red (157). § 62.5. Difracción de rayos X (159). § 62.6. Difracción en una red tridimensional (160). § 62.7. Análisis espectral por refracción de rayos X (161). § 62.8. Difusión de la luz (164).	
Capítulo 63. Dispersión y absorción	166
§ 63.1. Índice de refracción de la luz (166). § 63.2. Factores de reflexión y transparencia (168). § 63.3. Dispersión (169). § 63.4. Dispersión y descomposición espectral (171). § 63.5. Teoría electrónica de la dispersión (172). § 63.6. Dispersión normal y anómala (174). § 63.7. Absorción de la luz (176). § 63.8. Velocidad de fase y velocidad de grupo (177). § 63.9. Medida de la velocidad de la luz (179).	
Capítulo 64. Polarización de la luz	183
§ 64.1. Luz polarizada y natural (183). § 64.2. Analizador. Ley de Malus (184). § 64.3. Doble refracción (186).	

§ 64.4. Causa de la doble refracción (188). § 64.5. Dicroísmo (190). § 64.6. Polaroides (polarizador y analizador) (191). § 64.7. Rotación del plano de polarización (192). § 64.8. Actividad óptica de la naturaleza viva (194).

Capítulo 65. Óptica geométrica

196

§ 65.1. Leyes fundamentales de la óptica geométrica. Haz y rayo (196). § 65.2. Refracción de la luz. Reflexión total (198). § 65.3. Prisma (200). § 65.4. Lente (204). § 65.5. Construcción de las imágenes que da una lente delgada (208). § 65.6. Defectos de las lentes (211). § 65.7. Espejo esférico (213). § 65.8. Enfoque de haces electrónicos (215).

Capítulo 66. Instrumentos ópticos

217

§ 66.1. Fotometría (217). § 66.2. Ojo humano (222). § 66.3. Acomodación. Visión binocular (223). § 66.4. Ángulo de visión. Poder separador del ojo (225). § 66.5. Lupa (226). § 66.6. Microscopio (227). § 66.7. Telescopio (228). § 66.8. Poder separador de un instrumento óptico (231). § 66.9. Microscopio electrónico (233). § 66.10. Aparatos de proyección (235). § 66.11. Proyector iónico (236). § 66.12. Aparatos espectrales (238). § 66.13. Holografía (240).

SEPTIMA PARTE

FUNDAMENTOS DE LA FÍSICA CUÁNTICA DE LOS ÁTOMOS, MOLÉCULAS Y CUERPOS SÓLIDOS

Capítulo 67. Radiación térmica

245

§ 67.1. Radiación térmica (245). § 67.2. Leyes de la radiación del cuerpo negro (248). § 67.3. Idea de Planck. Fórmula de Planck para la radiación térmica (250).

Capítulo 68. Fundamentos de la óptica cuántica

252

§ 68.1. Efecto fotoeléctrico (252). § 68.2. Leyes del efecto fotoeléctrico externo (253). § 68.3. Noción de la naturaleza cuántica de la luz. Explicación cuántica de las leyes del efecto fotoeléctrico externo (256). § 68.4. Acción fotoquímica de la luz (260). § 68.5. Masa e impulso del fotón. La presión luminosa desde el punto de vista cuántico (262). § 68.6. Noción del efecto Compton (265). § 68.7. Dualidad ondulatorio-corpúscular de las propiedades de la luz (269).

Capítulo 69. Propiedades ondulatorias de las partículas de sustancia	273
<p>§ 69.1. Dualidad ondulatorio-corpúscular de las propiedades de las partículas de sustancia (273). § 69.2. Propiedades ondulatorias de los neutrones, átomos y moléculas (279). § 69.3. Sentido físico de las ondas de De Broglie (282).</p>	
Capítulo 70. Noción de mecánica cuántica	285
<p>§ 70.1. Noción de función de onda (285). § 70.2. Relaciones de indeterminación (de incertidumbre) de Heisenberg (287). § 70.3. Movimiento de una partícula libre (294). § 70.4. Partícula en un pozo de potencial rectangular (297). § 70.5. El oscilador lineal armónico en mecánica cuántica (301). § 70.6. Paso de la partícula a través de una barrera de potencial (306).</p>	
Capítulo 71. Sistemas hidrogenoides según Bohr	310
<p>§ 71.1. Modelo nuclear del átomo de Rutherford (310). § 71.2. Dificultades para explicar clásicamente el modelo nuclear del átomo (314). § 71.3. Espectro de rayas del átomo de hidrógeno (317). § 71.4. Postulados de Bohr (320). § 71.5. Cuantización de la energía y cálculo de la constante de Ridberg en la teoría de Bohr (323). § 71.6. Experiencias de Franck y Hertz (326).</p>	
Capítulo 72. Sistemas hidrogenoides en la mecánica cuántica	329
<p>§ 72.1. Cuantización de la energía del electrón del átomo de hidrógeno (329). § 72.2. Cuantización del momento de impulso (332). § 72.3. Sentido físico de las órbitas de Bohr (333). § 72.4. Cuantización espacial (334). § 72.5. Más sobre el espín del electrón (336). § 72.6. Estructura fina de las rayas espectrales (340). § 72.7. Sentido mecanocuántico de los postulados de Bohr (342). § 72.8. Emisión espontánea de luz (343). § 72.9. Concepto de radiación inducida de la luz (347).</p>	
Capítulo 73. Átomos con dos o más electrones	350
<p>§ 73.1. Principio de Pauli (350). § 73.2. Sistema periódico de los elementos de Mendeléiev (353). § 73.3. Rayos X de deceleración (359). § 73.4. Rayos X característicos (361)</p>	

Capítulo 74. Estructura de las moléculas y sus espectros

366

§ 74.1. Característica general de los enlaces químicos (366).
§ 74.2. Moléculas iónicas (368). § 74.3. Moléculas con enlace químico covalente (370). § 74.4. Noción de los espectros moleculares (373).

Capítulo 75. Conductibilidad eléctrica de los metales en la teoría moderna

377

§ 75.1. Defectos de la teoría clásica de la conductibilidad eléctrica de los metales (377). § 75.2. Cuantización de la energía de los electrones en el metal (380). § 75.3. Nivel de Fermi para los electrones del metal (381). § 75.4. Concepto de espacio de impulsos de los electrones en el metal (384). § 75.5. Concepto de electrones degenerados en el metal (385). § 75.6. Distribución de los electrones en el metal por energías a la temperatura de cero absoluto (389). § 75.7. Influencia de la temperatura sobre la distribución de los electrones por energías (390). § 75.8. Capacidad calorífica del gas electrónico degenerado (393). § 75.9. Concepto de la teoría cuántica de la conductibilidad en los metales (395). § 75.10. Fenómeno de la superconductibilidad (399).

Capítulo 76. Elementos de teoría de las bandas en los cristales

403

§ 76.1. Concepto de la teoría de las bandas en los sólidos (403). § 76.2. Distribución de los niveles de energía de los electrones de valencia e internos en los átomos de un sólido (406). § 76.3. Disposición de las bandas de energía en el sólido. Transiciones electrónicas dentro de una banda y entre ellas (409). § 76.4. Metales y dieléctricos en la teoría de las bandas (411).

Capítulo 77. Propiedades eléctricas de los semiconductores

414

§ 77.1. Conductibilidad intrínseca por electrones de los semiconductores (414). § 77.2. Conductibilidad intrínseca por huecos de los semiconductores (417). § 77.3. Semiconductores extrínsecos por exceso (o del tipo n) (418). § 77.4. Semiconductores extrínsecos por defecto (o del tipo p) (420).

Capítulo 78. Procesos físicos que tienen lugar en los dispositivos semiconductores 423

§ 78.1. Fenómenos de contacto en el límite de los metales (423). § 78.2. Rectificación en el límite metal-semiconductor (426). § 78.3. Rectificación en el límite de una unión electrón-hueco (428). § 78.4. Triodos semiconductores (transistores (430). § 78.5. Fotorresistencias y fotodiodos semiconductores (431).

Capítulo 79. Algunas propiedades ópticas de la sustancia 434

§ 79.1. Dispersión de combinación de la luz (434). § 79.2. Luminiscencia (437). § 79.3. Absorción negativa de la luz (441). § 79.4. Generadores ópticos cuánticos (445).

OCTAVA PARTE

**PRINCIPIOS DE FÍSICA DEL NÚCLEO
Y PARTICULAS ELEMENTALES**

Capítulo 80. Propiedades fundamentales y estructura de los núcleos atómicos 454

§ 80.1. Carga y masa de los núcleos atómicos (454). § 80.2. Espín y momento magnético del núcleo (456). § 80.3. Composición del núcleo (459). § 80.4. Energía de enlace del núcleo. Defecto de masa (463). § 80.5. Fuerzas nucleares (467). § 80.6. Dimensiones de los núcleos (474). § 80.7. Modelo nuclear de la gota líquida (475).

Capítulo 81. Radiactividad natural 479

§ 81.1. Generalidades acerca de las radiaciones radiactivas (479). § 81.2. Reglas de desplazamiento durante las transformaciones radiactivas (482). § 81.3. Ley fundamental de la desintegración radiactiva (484). § 81.4. Actividad y su medición (487). § 81.5. Cómo hacer uso de la ley de desintegración radiactiva (489). § 81.6. Carácter estadístico de la desintegración radiactiva (490). § 81.7. Empleo del fenómeno de la radiactividad para medir el tiempo en geología y arqueología (491). § 81.8. Métodos experimentales de estudio de las radiaciones y partículas radiactivas (494). § 81.9. Concepto de la teoría de la desintegración α radiactiva (499). § 81.10. Rayos γ (502). § 81.11. Efecto Mössbauer (505). § 81.12. Noción acerca de las regularidades de la desintegración β (511).

Capítulo 82. Transformaciones artificiales de los núcleos atómicos

517

§ 82.1. Transformación del nitrógeno en oxígeno. Descubrimiento del neutrón (517). § 82.2. Fenómenos de la radiactividad artificial (521). § 82.3. Surgimiento y destrucción de los pares electrón-positrón (523). § 82.4. Núcleo compuesto. Característica general de las reacciones nucleares (526). § 82.5. Concepto de interacción de los neutrones con la sustancia (529). § 82.6. Elementos transuránicos (531). § 82.7. Fisión nuclear (532). § 82.7. Energía de activación de la fisión. Fisión espontánea de los núcleos (538). § 82.9. Reacción de fisión en cadena (541). § 82.10. Reactores nucleares (543). § 82.11. Bomba atómica (547). § 82.12. Reacciones term nucleares (547). § 82.13. Contracción y confinamiento del plasma (554).

Capítulo 83. Partículas elementales

560

§ 83.1. Dos enfoques de la estructura de las partículas elementales (560). § 83.2. Nociones de los rayos cósmicos y sus propiedades (562). § 83.3. Muones y sus propiedades. Leptón τ (566). § 83.4. Piones (mesones π) y sus propiedades (570). § 83.5. Clasificación de las interacciones en la física nuclear (575). § 83.6. Kaones (mesones K) e hiperones (577). § 83.7. Antipartículas (581). § 83.8. Concepto de la estructura de los nucleones (591).

Conclusión (594)

Índice alfabético (595)

PRÓLOGO

El primer tomo de este libro se ha consagrado principalmente a los problemas de la física clásica. En él se ha procurado demostrar la íntima relación y la continuidad que existe entre las ideas clásicas, las relativistas y las cuánticas, pero las representaciones cuánticas se han empleado relativamente poco y no sistemáticamente (capacidad calorífica de los gases y cristales, temperatura de degeneración, conductibilidad eléctrica de los sólidos). Esto no se debe a que las representaciones cuánticas tengan poca importancia, sino a que el conjunto de los temas que constituyen dicho tomo permite en lo fundamental dar a estos problemas de la física una interpretación clásica.

En este segundo tomo, basándose en el estudio profundo de las leyes de las oscilaciones y las ondas, las ideas cuánticas se introducen de un modo consecuente y se aplican al problema de la interacción de la radiación electromagnética con la sustancia, así como al estudio de la estructura y de las propiedades de la sustancia a diversos niveles de unión de las partículas y de sus partes «elementales»: átomos, moléculas, sólido, núcleo atómico y partículas elementales. A la vez se desarrollan y precisan muchos conceptos enunciados en el tomo primero a nivel clásico: conductibilidad eléctrica y conductibilidad y capacidad calorífica de los sólidos, fuerzas intermoleculares, propiedades de los semiconductores, trabajo de salida y potenciales de contacto, etc.

Como es natural, en este tomo se ha procurado evitar los cálculos mecanocuánticos, pero se han expuesto las ideas cuánticas más importantes cualitativa y, en muchos casos, también cuantitativamente, y su aplicación. Al mismo tiempo se han utilizado ampliamente las relaciones de indeterminación de Heisenberg como formalismo matemático eficaz para apreciar las magnitudes mecanocuánticas.

Lo mismo que en el tomo primero, aquí se han representado con suficiente amplitud las ideas de la teoría de la

relatividad, necesarias tanto en algunas partes de la óptica como en la física del núcleo y de las partículas elementales.

Para el lector de este segundo tomo quedará clara la existencia de profundas relaciones internas y de continuidad entre la física clásica y la moderna. Esto encuentra su expresión en el *principio de correspondencia*, importante desde el punto de vista metodológico, según el cual, entre el desarrollo ulterior de las partes de la física y su contenido anterior existe una relación regular: en determinados casos extremos los cálculos según las nuevas teorías conducen a los mismos resultados que los efectuados de acuerdo con las antiguas. En el principio de correspondencia se refleja la enseñanza del materialismo dialéctico acerca de la relación entre la verdad relativa y la absoluta.

Recomendamos al lector que preste atención al papel que desempeñan las leyes de conservación en la física moderna —tanto las leyes clásicas de conservación de la energía, el impulso, el momento de impulso y la carga eléctrica, como las leyes específicas de conservación en el micromundo y en el mundo de las partículas elementales (conservación del espín, de la carga bariónica y leptónica, etc.). En la universalidad de la acción de las leyes de conservación se ven reflejados los principios de la unidad del mundo y de la diversidad de los fenómenos de la naturaleza.

Tenemos la esperanza de que el estudio de los dos tomos de «Fundamentos de física» ayudará al lector a comprender la compleja, pero interesante y fascinadora imagen física moderna del mundo que nos rodea.

Los autores

Sexta parte

OSCILACIONES Y ONDAS

Capítulo 49

OSCILACIONES ARMÓNICAS

§ 49.1. Oscilador armónico

1. En el § 8.4 se estudió el movimiento de un punto material de masa m sometido a la acción de una fuerza elástica $F = -kx$. Suponiendo que en el instante inicial el desplazamiento del punto $x_0 = 1$ y su velocidad inicial $v_0 = 0$, y valiéndonos de los métodos numéricos hallamos la ley del movimiento del punto en la forma

$$x = \cos \omega t, \text{ en la que } \omega = \sqrt{k/m}.$$

La velocidad instantánea del punto resultó ser $v = -\omega \sin \omega t$.

Se puede demostrar que también es correcta la conclusión inversa, es decir, si el punto material se mueve de acuerdo con la ley

$$s = A \cos (\omega t + \varphi), \quad (49.1)$$

su velocidad instantánea y su aceleración se expresarán así:

$$v = -\omega A \sin (\omega t + \varphi), \quad (49.2)$$

$$a = -\omega^2 A \cos (\omega t + \varphi) = -\omega^2 s. \quad (49.3)$$

Para esto hay que recordar las definiciones de velocidad instantánea (1.5) y de aceleración (4.4) y derivar dos veces la expresión (49.1).

2. En la fórmula (49.1) la magnitud s se llama *elongación*. La elongación es la distancia desde el punto que oscila hasta su posición de equilibrio en un instante arbitrario. La elongación máxima del punto es A , puesto que el coseno no puede ser mayor que la unidad. La magnitud A se denomina *amplitud de la oscilación*:

$$S_m = A, \quad (49.4)$$

donde el subíndice «m» significa el valor máximo. Por su sentido, la amplitud es una magnitud esencialmente positiva.

Por (49.2) es fácil convencerse de que la *amplitud de la velocidad*

$$V_m = \omega A. \quad (49.5)$$

3. Valiéndonos de la segunda ley de Newton hallamos la fuerza que actúa sobre el cuerpo:

$$F = ma = -m\omega^2 s. \quad (49.6)$$

Vemos que esta fuerza es semejante a una fuerza elástica, es decir, es proporcional a la elongación y tiene signo contrario (§ 5.3). Por esto se le da el nombre de *fuerza cuasielástica* (casi elástica).

4. La variable $\omega t + \varphi$ es el argumento del coseno y se llama *fase de la oscilación* (o vibración); el parámetro φ es la *fase inicial*. Junto con la amplitud, la fase inicial define la posición y la velocidad del punto oscilante en el instante inicial. En efecto, de (49.1) y (49.2), si $t = 0$, obtenemos los valores de la elongación inicial s_0 y de la velocidad inicial v_0 :

$$s_0 = A \cos \varphi, \quad v_0 = -\omega A \sin \varphi. \quad (49.7)$$

De aquí se deduce que la amplitud y la fase de la oscilación viene determinada por las condiciones iniciales (véase el cap. 8):

$$A = \sqrt{s_0^2 + (v_0/\omega)^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = -v_0/\omega s_0. \quad (49.8)$$

5. Si la ley del movimiento de un punto material se expresa en forma de función sinusoidal del tiempo (49.1), se dice que este punto realiza *oscilaciones armónicas*. Un sistema que efectúa oscilaciones armónicas se denomina *oscilador armónico* (del latín *oscillum*, oscilación).

Las gráficas de la elongación, velocidad y aceleración del oscilador armónico se representan en la fig. 49.1. Debe prestarse atención al hecho de que la velocidad difiere en

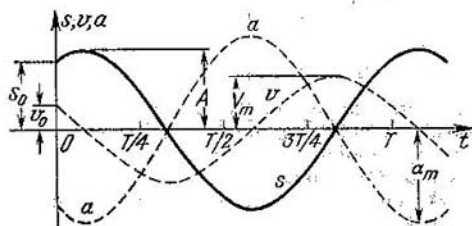


Fig. 49.1.

fase de la elongación en $\pi/2$, y la aceleración, en π . Recomendamos al lector que construya las gráficas de la elongación para $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/2$ y $\varphi = -3\pi/2$.

§ 49.2. Frecuencia y período de las oscilaciones

1. El parámetro ω que figura en la expresión de la elongación y en todas las expresiones siguientes, se denomina *frecuencia angular* o *circular*. La magnitud

$$v = \omega/2\pi \quad (49.9)$$

se llama *frecuencia*. En electrotécnica y radiotécnica, en vez de v se suele escribir f . Para aclarar el sentido físico de estas magnitudes las expresaremos mediante el período de oscilación.

2. Se da el nombre de *período de oscilación* T al intervalo de tiempo al cabo del cual se repite la oscilación, es decir, el punto oscilante vuelve a pasar por la misma posición en el mismo sentido. De esta definición se sigue que

$$s(t + nT) = s(t), \quad (49.10)$$

donde n es un número entero cualquiera. Esto significa que al cabo de un número entero arbitrario de períodos, el punto se moverá exactamente lo mismo que en el instante dado. Sustituyendo (49.1) en (49.10), se obtiene:

$$A \cos [\omega(t + nT) + \varphi] = A \cos [\omega t + \varphi].$$

Pero los cosenos de dos argumentos son iguales si estos argumentos difieren en $2n\pi$ (2π es el período del coseno y del seno, y n es un número entero), por consiguiente, $\omega t + \varphi + n\omega T + \varphi = \omega t + \varphi + 2n\pi$.

3. De esto se infiere la relación buscada entre el período y la frecuencia:

$$\omega = 2\pi/T, \quad \nu = 1/T. \quad (49.11)$$

Así, la frecuencia circular ω indica cuántas oscilaciones completas se efectúan en 2π segundos, y la frecuencia ν , cuántas oscilaciones se cumplen en un segundo.

De unidad de frecuencia sirve el *hertzi* (Hz). La frecuencia $\nu = 1$ Hz cuando el período de oscilación $T = 1$ s. La frecuencia circular se mide en radianes por segundo, lo mismo que la velocidad angular.

4. Comparando la expresión de la fuerza elástica $F = -ks$ con la (49.6), tenemos que $-ks = -m\omega^2 s$, de donde se deduce que

$$\omega = \sqrt{k/m}. \quad (49.12)$$

Así, pues, si una oscilación armónica se produce por la acción de una fuerza elástica, la frecuencia de oscilación no depende de las condiciones iniciales y viene determinada únicamente por la elasticidad y la masa del sistema o sea, por las propiedades del oscilador mismo. Por esta razón dicha frecuencia se llama *frecuencia circular* (o *angular*) *propia* del oscilador y se designa por ω_0 . El período propio

$$T_0 = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{m/k}. \quad (49.13)$$

§ 49.3. Energía de un oscilador armónico

1. La energía cinética (§ 16.2) es:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi). \quad (49.14)$$

La energía potencial (§ 18.6)

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi). \quad (49.15)$$

Teniendo en cuenta que $k = m\omega^2$ (véase (49.12)), tenemos que

$$U = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi). \quad (49.16)$$

Es sabido que $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$. Sumando (49.14) y (49.16), obtenemos la expresión para la energía mecánica total del oscilador:

$$W = K + U = \left(\frac{1}{2}\right) m\omega^2 A^2. \quad (49.17)$$

Las gráficas de las energías potencial, cinética y total se han representado en la fig. 49.2. En esta gráfica se ve que

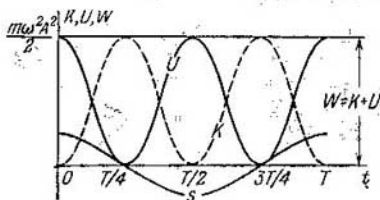


Fig. 49.2.

el período de variación de la energía cinética o potencial es dos veces menor que el período de oscilación. Esto también se deduce de la relación $2 \cos^2 \omega t = 1 + \cos 2\omega t$.

2. El oscilador armónico es un sistema conservativo (§ 19.1). Su energía total no varía durante el proceso de oscilación, sólo se produce la transformación de la energía potencial en cinética y viceversa, conservándose su magnitud total. Como puede demostrarse (fig. 49.2), el valor medio de la energía cinética es igual al valor medio de la energía potencial e igual a la mitad de la energía total:

$$\bar{K} = \bar{U} = \left(\frac{1}{2}\right)W = \left(\frac{1}{4}\right)m\omega^2 A^2. \quad (49.18)$$

Aquí la rayita superpuesta indica el valor medio de la magnitud sobre la cual se encuentra.

§ 49.4. Registro de las oscilaciones

1. El procedimiento más fácil de registrar las oscilaciones es el que representa la fig. 49.3. En el papel se obtiene la inscripción de las oscilaciones u *oscilograma* (del latín *oscilum*, oscilación, y el griego $\gamma\rho\alpha\mu\mu\alpha$, escritura).

En muchos casos resulta más conveniente transformar la oscilación que se estudia en señales eléctricas, las cuales son

después más fáciles de registrar. Para este fin se puede utilizar, por ejemplo, el fenómeno de la inducción electromagnética. Si al cuerpo que oscila se fija un cuadro de alambre y éste se sitúa en un campo magnético, al oscilar el cuadro se producirá en él una corriente inducida (§§ 43.1—43.3) cuyas

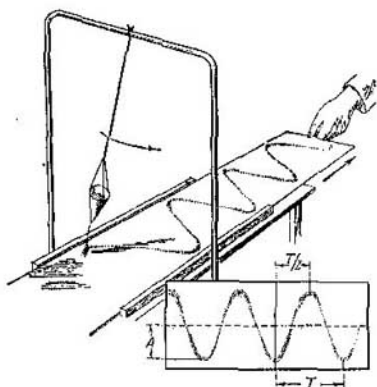


Fig. 49.3.

oscilaciones corresponderán exactamente a las del oscilador que se investiga. Las oscilaciones de la corriente que se producen en el cuadro se registran por medio de oscilógrafos bifilares o de rayos catódicos.

2. La parte fundamental de un oscilógrafo de rayos catódicos es el tubo catódico (§ 47.4). La oscilación que se analiza se hace llegar en forma de señales eléctricas a los terminales de entrada del amplificador vertical. Una vez amplificada, la señal se transmite a los electrodos de desviación vertical del haz electrónico, con lo cual dicho haz traza en la pantalla una recta vertical (fig. 49.4, izquierda).

Para conseguir el oscilograma hay que hacer que, al mismo tiempo que se desplaza verticalmente, el haz electrónico se mueva uniformemente en sentido horizontal. Para esto se aplica a los electrodos de desviación horizontal una tensión, de las llamadas de diente de sierra, procedente de

un generador de barrido especial (fig. 49.5). Bajo la influencia de esta tensión, el haz electrónico se mueve por la pantalla primero uniformemente de izquierda a derecha, y

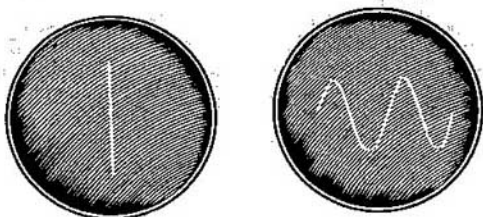


Fig. 49.4.

después salta bruscamente hacia atrás, al extremo izquierdo de aquélla.

Cuando actúan conjuntamente la desviación vertical y el barrido horizontal del haz electrónico, se observa en la

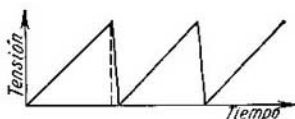


Fig. 49.5.

pantalla el oscilograma (fig. 49.4, derecha). Para que la figura que se obtiene sea estable hay que elegir correctamente la frecuencia de barrido y sincronizarla con la señal que se estudia. Con este fin, la conexión del generador de barrido la efectúa la señal misma, y el período del barrido se elige de manera que sea múltiplo del de la señal.

§ 49.5. Composición de oscilaciones de la misma frecuencia

1. Supongamos que sobre un cuerpo actúan dos fuerzas: $F_1 = -k_1 s_1$ y $F_2 = -k_2 s_2$. Bajo la influencia de cada una de estas fuerzas el cuerpo debería efectuar las oscilaciones

$$s_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \quad \text{y} \quad s_2 = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2).$$

Intentemos esclarecer cómo se mueve el cuerpo sometido simultáneamente a la acción de ambas fuerzas.

Resulta que, en el caso general, las oscilaciones que se producen aquí *no son sinusoidales*, es decir, *no son armónicas*. De esto podemos cerciorarnos sacando el oscilograma de la oscilación compuesta. Solamente en un caso, en el que las fuerzas recuperadoras tienen la misma rigidez ($k_1 = k_2 = k$) y, a consecuencia de esto, son iguales las frecuencias propias de las oscilaciones que se componen ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$), la oscilación resultante es armónica y tiene la misma frecuencia. Este caso es el que vamos a estudiar en este párrafo.

2. Así, pues, supongamos que las oscilaciones que se componen tienen la misma frecuencia y distintas amplitudes y fases:

$$s_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad s_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2). \quad (49.19)$$

La oscilación resultante tiene la misma frecuencia, pero una nueva amplitud A y una nueva fase inicial φ :

$$s = A \cos(\omega t + \varphi). \quad (49.20)$$

Para hallar esta amplitud y fase tendremos en cuenta que si las oscilaciones tuvieran lugar en una línea recta, las elongaciones se sumarían algebraicamente: $s = s_1 + s_2$, o

$A \cos(\omega t + \varphi) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$. Esta igualdad deberá cumplirse idénticamente, es decir, en cualquier instante. Suponiendo $\omega t = 0$ (o a π , 2π , etc.), obtenemos

$$A \cos \varphi = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2.$$

Y suponiendo $\omega t = \pi/2$ (o a $3\pi/2$, $5\pi/2$, etc.), obtenemos

$$A \operatorname{sen} \varphi = A_1 \operatorname{sen} \varphi_1 + A_2 \operatorname{sen} \varphi_2.$$

De estas dos últimas igualdades se pueden deducir las magnitudes A y φ que buscamos. Dividiendo la segunda igualdad por la primera se obtiene

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \operatorname{sen} \varphi_1 + A_2 \operatorname{sen} \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \quad (49.21)$$

Y elevando ambas igualdades al cuadrado y sumándolas, tenemos que

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2(\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + \operatorname{sen} \varphi_1 \operatorname{sen} \varphi_2).$$

Pero la expresión entre paréntesis es igual al coseno de la diferencia de los dos argumentos: $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + \operatorname{sen} \varphi_1 \operatorname{sen} \varphi_2$. Por lo tanto

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (49.22)$$

§ 49.6. Diagramas vectoriales

1. La amplitud y la fase inicial de una oscilación resultante se pueden calcular por las fórmulas (49.21) y (49.22). Pero también se puede utilizar el método gráfico (fig. 49.6).

Para esto se traza un eje horizontal. Se construye el vector A_1 , formando el ángulo φ_1 con dicho eje. Desde el extremo de este vector A_1 se traza el vector A_2 , formando el ángulo φ_2 con el eje. Entonces, el módulo del vector A , cuyo origen coincide con el de A_1 y su extremo con el de A_2 , es la amplitud buscada de la oscilación resultante, y el ángulo φ que forma el vector A con el eje es igual a la fase inicial buscada.

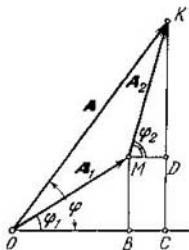


Fig. 49.6.

Para demostrar esto recurrimos a la fig. 49.6. Aquí $OB = A_1 \cos \varphi_1$, $BC = MD = A_2 \cos \varphi_2$, $DC = MB = A_1 \operatorname{sen} \varphi_1$ y $KD = A_2 \operatorname{sen} \varphi_2$. De aquí se sigue que $OC = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2$, $KC = A_1 \operatorname{sen} \varphi_1 + A_2 \operatorname{sen} \varphi_2$. Pero $\operatorname{tg} \varphi = KC/OC$, y $(OK)^2 = (OC)^2 + (KC)^2$. Sustituyendo estas magnitudes por sus valores y haciendo las operaciones matemáticas obtenemos las expresiones (49.21) y (49.22) como queríamos demostrar.

2. Este método gráfico de composición de oscilaciones se denomina método de los *diagramas vectoriales*. Conviene emplearlo especialmente en aquellos casos en que hay que componer varias oscilaciones y el cálculo analítico resulta muy complicado.

Como ejemplo consideremos el problema siguiente: hallar la amplitud resultante de la composición de N oscilaciones

de igual amplitud y frecuencia cuyas fases forman una progresión aritmética:

$$s_1 = A \cos(\omega t + \varphi), \quad s_2 = A \cos(\omega t + \varphi + \alpha),$$

$$s_3 = A \cos(\omega t + \varphi + 2\alpha), \dots,$$

$$\dots, \quad s_N = A \cos[\omega t + \varphi + (N - 1)\alpha].$$

El diagrama vectorial para $N = 5$ se da en la fig. 49.7.

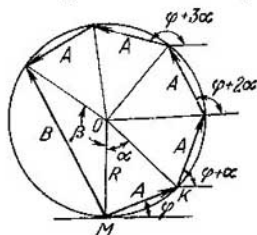


Fig. 49.7. 5

Como este diagrama es un trozo de quebrada regular, se puede inscribir en una circunferencia de radio R . En la figura puede verse que la amplitud de la oscilación resultante $B = 2R \sin(\beta/2)$.

Del triángulo MOK tenemos que $R = \frac{A}{2 \sin(\alpha/2)}$. El ángulo $\beta = 2\pi - N\alpha$, por consiguiente, $\sin(\beta/2) = \sin(\pi - N\alpha/2) = \sin(N\alpha/2)$. Haciendo

las sustituciones en la expresión de la amplitud resultante obtenemos en definitiva:

$$B = A \frac{\sin(N\alpha/2)}{\sin(\alpha/2)}. \quad (49.23)$$

Esta expresión la necesitaremos más adelante (§ 57.6). Conviene advertir que la obtención por vía analítica de la fórmula (49.23) es bastante difícil, mientras que por el método de los diagramas vectoriales se consigue resolver el problema valiéndose de representaciones geométricas simples.

Capítulo 50

ANÁLISIS ARMÓNICO

§ 50.1. Composición de oscilaciones con frecuencias próximas

1. Hallemos la resultante de dos oscilaciones armónicas cuyas frecuencias difieran un poco entre sí: $\omega_1 = \omega - \Delta\omega$, $\omega_2 = \omega + \Delta\omega$, siendo $\Delta\omega \ll \omega$. Para simplificar el cálculo

supondremos que las amplitudes de las oscilaciones que se componen son iguales:

$$s_1 = A \cos \omega_1 t, \quad s_2 = A \cos \omega_2 t. \quad (50.1)$$

La oscilación resultante será

$$\begin{aligned} s &= s_1 + s_2 = 2A \cos \frac{(\omega_2 - \omega_1) t}{2} \cos \frac{(\omega_2 + \omega_1) t}{2} = \\ &= 2A \cos(\Delta\omega \cdot t) \cos \omega t. \end{aligned} \quad (50.2)$$

Su gráfica se representa en la fig. 50.1.

2. Como puede verse, la oscilación resultante no es armónica. Pero con la condición de que la diferencia de frecuencias sea pequeña se puede considerar como oscilación «casi sinusoidal» con «período convencional»

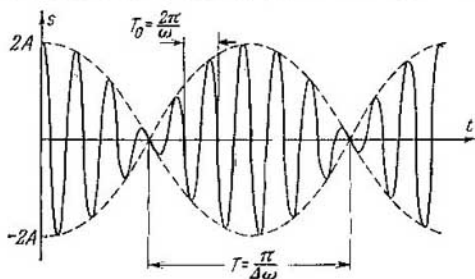


Fig. 50.1.

«casi sinusoidal» con «período convencional»

$$T_0 = 2\pi/\omega \quad (50.3)$$

y «amplitud» lentamente variable

$$B = |2A \cos(\Delta\omega \cdot t)|. \quad (50.4)$$

En la fig. 50.1 esta «amplitud variable» se indica con línea de trazos. La palabra «amplitud» la ponemos aquí entre comillas porque, según la definición inicial, la amplitud es factor constante del coseno. Del mismo modo, la magnitud $T_0 = 2\pi/\omega$ sólo se puede denominar período convencionalmente: esta es el intervalo de tiempo entre dos valores nulos correspondientes de la función, y no el período en el sentido inicial de esta palabra (§ 49.2).

3. Las variaciones periódicas de la «amplitud» de la forma antes descrita se llaman *pulsaciones*. El período de pulsación

$$T = \frac{\pi}{\Delta\omega} = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1}. \quad (50.5)$$

La frecuencia de las pulsaciones es igual a la diferencia entre las frecuencias de las oscilaciones que se componen:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi} = \nu_2 - \nu_1. \quad (50.6)$$

§ 50.2. Oscilaciones moduladas

1. Hallemos el resultado de la composición de tres oscilaciones armónicas:

$$s_1 = A \cos \omega t, \quad s_2 = a \cos (\omega + \Omega) t, \\ s_3 = a \cos (\omega - \Omega) t. \quad (50.7)$$

Teniendo en cuenta que $\cos (\omega + \Omega) t + \cos (\omega - \Omega) t = 2 \cos \omega t \cos \Omega t$, después de hacer transformaciones elementales, se obtiene que

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = A \left(1 + \frac{2a}{A} \cos \Omega t \right) \cos \omega t. \quad (50.8)$$

Si suponemos que $\Omega \ll \omega$ y $k = 2a/A < 1$, la gráfica de la oscilación tendrá la forma que representa la fig. 50.2.

2. Como se ve en la figura, en este caso la oscilación resultante también se puede considerar como «casi sinusoidal» de «amplitud variable»

$$B = A (1 + k \cos \Omega t) \quad (50.9)$$

y «período convencional»

$$T_0 = 2\pi/\omega, \quad (50.10)$$

El período de variación de la «amplitud»

$$T = 2\pi/\Omega. \quad (50.11)$$

Y como partimos de la condición $\Omega \ll \omega$, será $T \gg T_0$.

3. Las oscilaciones representadas en la fig. 50.2 se llaman *moduladas*. En general, se da el nombre de moduladas a las

oscilaciones «casi sinusoidales» que se producen con alta frecuencia ω y cuya «amplitud» varía lentamente con período $T = 2\pi/\Omega$. La alta frecuencia ω se denomina *frecuencia portadora*.

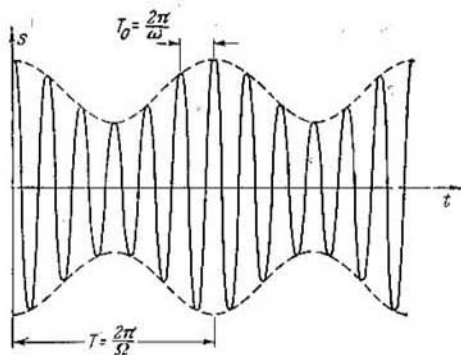


Fig. 50.2.

tadora, la baja frecuencia Ω , *frecuencia de modulación*, y el factor k , *profundidad o grado de modulación*.

Las oscilaciones moduladas se utilizan en radiotécnica para transmitir el sonido o las imágenes por medio de ondas electromagnéticas (§ 60.2). En este caso la modulación no se efectúa con una señal sinusoidal, sino con otra más compleja.

§ 50.3. Composición de oscilaciones con frecuencias múltiples

1. Intentemos esclarecer el carácter de la oscilación resultante de la composición de dos o más oscilaciones armónicas de frecuencias múltiples. Como ejemplo vamos a considerar la composición de dos oscilaciones cuyas frecuencias angulares sean $\omega_1 = \omega$ y $\omega_2 = 3\omega$ y sus amplitudes, $A_1 = A$ y $A_2 = A/2$:

$$s_1 = A \operatorname{sen} \omega t, \quad s_2 = (A/2) \operatorname{sen} 3\omega t. \quad (50.12)$$

La oscilación con la frecuencia mínima se llama *primera armónica* (en acústica, tono fundamental), y las oscilaciones con frecuencias múltiples de la primera armónica se denominan *armónicas superiores* (en acústica, sobretonos).

2. La composición de las oscilaciones la haremos gráficamente. Para esto hay que construir las gráficas de las oscila-

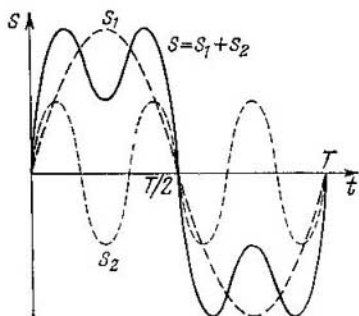


Fig. 50.3.

ciones componentes y luego medir los valores de las elongaciones s_1 y s_2 en cada instante y sumarlas aplicando la regla general de la suma de desplazamientos, es decir, teniendo en cuenta el signo. Como se ve en la fig. 50.3, el resultado de la composición de las oscilaciones armónicas con frecuencias múltiples es una *oscilación periódica no sinusoidal*. El período de la oscilación compleja coincide con el del tono fundamental (primera armónica).

De frecuencia de la oscilación compleja no puede hablarse, ya que a una oscilación no sinusoidal corresponde no una frecuencia, sino un conjunto de ellas; el concepto de «frecuencia» sólo tiene sentido cuando se trata de una oscilación armónica.

3. Las peculiaridades de una onda no sinusoidal se caracterizan por la forma de su gráfica, y ésta viene determinada a su vez por el número de armónicas y por las relaciones entre sus amplitudes, frecuencias y fases. Elijiendo conveniente-

mente las armónicas respectivas se pueden obtener oscilaciones cuyas gráficas tengan prácticamente la forma de cualquier curva periódica. Como ejemplo, en la fig. 50.4 se han representado las gráficas de oscilaciones que tienen el mismo tono fundamental, pero distintas armónicas:

$$a) s_1 = 2 \operatorname{sen} \omega t + 1,5 \operatorname{sen} 2\omega t, \quad (50.13)$$

$$b) s_2 = 2 \operatorname{sen} \omega t + 3 \operatorname{sen} 2\omega t + 1,5 \operatorname{sen} 3\omega t.$$

§ 50.4. Desarrollo de Fourier. Espectro

1. En los párrafos precedentes se ha demostrado con una serie de ejemplos que cuando se componen oscilaciones armónicas de frecuencias distintas las oscilaciones que se obtienen no son sinusoidales. Ahora se plantea el problema de si es posible el proceso inverso, o sea, si existe un método que permita descomponer una oscilación no sinusoidal en sus componentes armónicas.

Este procedimiento existe. Lo propuso a principios del siglo XIX Jean Fourier, que demostró que toda función periódica $f(t)$ de período T se puede descomponer en sus armónicas componentes:

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + a_2 \cos(2\omega t + \varphi_2) + a_3 \cos(3\omega t + \varphi_3) + \dots \quad (50.14)$$

Aquí $\omega = 2\pi/T$ y las amplitudes y fases se pueden calcular por medio de reglas determinadas que se estudian en los cursos de matemáticas superiores. La expresión (50.14) se

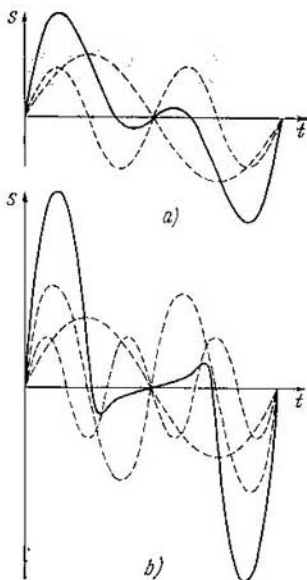


Fig. 50.4.

conoce con el nombre de desarrollo de una función $f(t)$ en serie de Fourier o simplemente desarrollo de Fourier.

Por lo general las amplitudes decrecen con bastante rapidez a medida que crece el número de la armónica y en la práctica es posible limitarse a varios de los primeros sumandos del desarrollo de Fourier.

2. En muchos problemas de física sólo desempeñan papel las amplitudes de las armónicas, y sus fases, aunque influyen

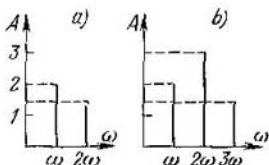


Fig. 50.5.

en la forma de la oscilación compleja, carecen de importancia. Así ocurre, por ejemplo, en el caso en que no nos interesan tanto las armónicas como sus energías, las cuales, de acuerdo con (49.17), dependen únicamente de las amplitudes y de las frecuencias, pero no de las fases.

En este caso nos interesan

solamente las frecuencias de las oscilaciones componentes y las amplitudes que les corresponden. La descomposición de una oscilación no sinusoidal en armónicas sinusoidales (sin tener en cuenta sus fases), recibe el nombre de *descomposición espectral*. El diagrama representativo de la dependencia de cada armónica respecto de su frecuencia, se llama *espectro* de la oscilación no sinusoidal.

3. La fig. 50.5 representa los espectros de las oscilaciones cuyo desarrollo en serie de Fourier viene expresado por las fórmulas (50.13), y cuyas gráficas representa la fig. 50.4. Con las letras a y b se designan en las figuras y fórmulas las mismas oscilaciones. Se recomienda al lector que construya el espectro de la onda modulada y de las pulsaciones.

Advertimos que el valor del espectro de una oscilación no sinusoidal es insuficiente para determinar la forma de dicha oscilación y trazar su gráfica. Pero esto suele ser innecesario. A diferencia del oscilógrafo, que reacciona a los valores instantáneos de la oscilación que se analiza, los aparatos registradores que se emplean frecuentemente para estudiar los procesos oscilatorios tienen bastante inercia. Por esta razón, reaccionan solamente a las variaciones del valor medio de la energía durante un intervalo de tiempo mucho mayor que el período de las oscilaciones. En este caso el valor del espectro resulta ser suficiente, ya que con

él se puede determinar la energía de cada armónico y, por lo tanto, la energía media de la oscilación total. Precisamente por esto, la descomposición espectral desempeña un papel de extraordinaria importancia en el estudio de las oscilaciones.

Capítulo 51

OSCILACIONES LIBRES

§ 51.1. Péndulo de resorte

1. Un sistema oscilatorio efectúa oscilaciones *libres* si una vez sacado de su posición de equilibrio se abandona a la acción de las fuerzas internas. Vamos a estudiar las propiedades de las oscilaciones libres valiéndonos del ejemplo de un péndulo de resorte. Las partes fundamentales de éste son: un peso de masa m y un muelle, cuya rigidez es k , unidos como se muestra en la fig. 51.1. El oscilograma de la oscilación se registra sobre una cinta de papel, que se mueve uniformemente, con una pluma sujeta al peso. La experiencia demuestra que las oscilaciones libres del péndulo de resorte se amortiguan, es decir, las desviaciones del peso de su posición de equilibrio disminuyen con el tiempo (fig. 51.2).

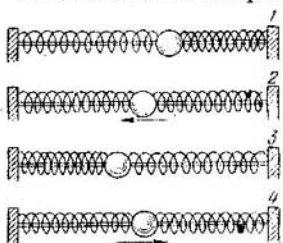


Fig. 51.1.

Como las oscilaciones amortiguadas no son armónicas, los conceptos de amplitud y período, con su sentido inicial, no se les pueden aplicar. Pero cuando el amortiguamiento es pequeño, porque la fuerza de rozamiento es mucho menor que la fuerza de la elasticidad, las oscilaciones amortiguadas se pueden considerar como casi sinusoidales con «amplitud decreciente» y «período convencional» T_0 . La amplitud decreciente se indica en la fig. 51.2 con línea de trazos.

La experiencia demuestra que los valores de la amplitud decreciente al cabo de períodos de tiempo iguales forman una progresión geométrica. El período convencional es el intervalo de tiempo entre dos desviaciones máximas del peso hacia el mismo lado de su posición de equilibrio.

2. Resulta que, aunque el rozamiento influye mucho en el carácter de la disminución de la amplitud, prácticamente no

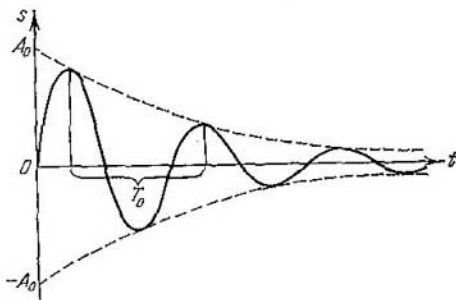


Fig. 51.2.

ejerce influencia sobre el período de las oscilaciones. Por esto, el «período» de las oscilaciones amortiguadas T_0 se puede calcular por la fórmula (49.13), que sirve para el cálculo del período propio del oscilador armónico (siempre que el amortiguamiento no sea muy grande).

Así, pues, cuando el amortiguamiento es pequeño, el «período» y la «frecuencia» de las oscilaciones libres coinciden prácticamente con el período propio y la frecuencia propia del oscilador armónico.

§ 51.2. Grado de amortiguamiento. Factor de calidad

1. Determinemos qué debe entenderse por amortiguamiento intenso o débil de las oscilaciones. Para esto vamos a introducir una característica cuantitativa del amortiguamiento de las oscilaciones del sistema, su factor de calidad.

La causa de que se amortigüen las oscilaciones del péndulo de resorte es la fuerza de rozamiento y relacionada con el rozamiento la disipación de la energía, es decir, la transfor-

mación de la energía de oscilación en energía interna (§ 19.2). De aquí se sigue que, cuanto menor sea el rozamiento, tanto más débil será el amortiguamiento.

Pero, ¿qué quiere decir «rozamiento pequeño»? ¿Con qué se puede comparar? Como la causa fundamental de que se produzcan las oscilaciones es la elasticidad del muelle, es lógico comparar la fuerza de rozamiento con la fuerza de la elasticidad. Conviene advertir que estas dos fuerzas son magnitudes variables, por lo que compararemos el valor máximo de la una con el valor máximo de la otra. El valor máximo de la fuerza de la elasticidad $F_m^{\text{elast}} = kA$, donde A es la amplitud y k , la rigidez. A las velocidades relativamente pequeñas con que oscila el péndulo, la fuerza de rozamiento es proporcional a la velocidad (§ 11.8): $F_m^{\text{roz}} = hV_m = h\omega_0 A$, donde ω_0 es la frecuencia angular propia; $V_m = \omega_0 A$, la amplitud de la velocidad (véase (49.6)), y h , el coeficiente de rozamiento.

2. Se llama *factor de calidad* Q de un sistema oscilante, el número que indica cuántas veces es mayor la fuerza de la elasticidad que la de rozamiento:

$$Q = \frac{F_m^{\text{elast}}}{F_m^{\text{roz}}} = \frac{k}{h\omega_0}. \quad (51.1)$$

Teniendo en cuenta que $k = m\omega_0^2$ (véase (49.12)), obtenemos que

$$Q = \frac{m\omega_0}{h} = \frac{V\sqrt{mk}}{h}. \quad (51.2)$$

Cuanto menor sea la fuerza de rozamiento comparada con la de la elasticidad, tanto más débilmente se amortiguarán las oscilaciones. Por lo tanto, al aumentar el factor de calidad del sistema oscilatorio, las oscilaciones libres se amortiguan menos y tienden más a ser oscilaciones armónicas.

3. Demostremos que el factor de calidad de un sistema oscilatorio es la medida de la disipación relativa de la energía. Para esto compararemos la energía del oscilador (49.17) con la pérdida de energía en rozamiento durante un cuarto de período. En este tiempo el peso recorre un camino

igual a una amplitud y la fuerza de rozamiento realiza el trabajo

$$\Delta W_{\text{cal}} = A_{\text{roz}} = F_{\text{med}}^{\text{roz}} A \approx \frac{hV_m}{2} A = \frac{h\omega_0 A^2}{2}.$$

Esta es la energía perdida en el cuarto de período. La razón de la energía inicial a la magnitud de esta pérdida

$$\frac{W}{\Delta W_{\text{cal}}} = \frac{m\omega_0^2 A^2 \cdot 2}{2 \cdot h\omega_0 A^2} = \frac{m\omega_0}{h} = Q. \quad (51.3)$$

Basándose en (51.3) se puede dar otra definición de esta magnitud: el factor de calidad de un sistema oscilatorio es igual a la relación entre la energía total y la magnitud de la pérdida de energía durante cuarto de período, debida a la disipación.

4. Calculemos el tiempo de relajación τ de las oscilaciones libres. Este tiempo es igual a la energía W del sistema dividida por la potencia media de las pérdidas $P_{\text{med}} = \Delta W/\Delta t$. Suponiendo $\Delta t = T_0/4$ y la pérdida de energía, de acuerdo con (51.3), $\Delta W = W/Q$, obtenemos

$$P_{\text{med}} = \frac{4W}{QT_0} = \frac{4W}{Q} \frac{\omega_0}{2\pi} \approx \frac{W\omega_0}{Q}.$$

Por lo tanto,

$$\tau = \frac{W}{P_{\text{med}}} \approx \frac{Q}{\omega_0}. \quad (51.4)$$

§ 51.3. Péndulo matemático

1. Se llama *péndulo simple o matemático* un sistema oscilatorio formado por un punto material suspendido de un hilo inextensible de longitud l . En la práctica es una bolita cuyas dimensiones son mucho menores que la longitud del hilo y cuya masa es mucho mayor que la masa de éste (fig. 51.3).

Vamos a considerar las oscilaciones pequeñas, en las cuales el ángulo θ no excede de varios grados. En este caso $\sin \theta \approx \theta$, y el arco A y la cuerda a coinciden prácticamente, de manera que, en primera aproximación, se puede suponer que el movimiento del peso es rectilíneo y que las oscilaciones son armónicas. El factor de calidad del péndulo matemático

es muy grande, por lo que sus oscilaciones se amortiguan débilmente, de lo cual es fácil cerciorarse registrándolas (véase la fig. 49.3, pág. 20; el peso del péndulo se hace en forma de embudo con orificio estrecho y se llena de arena fina; las oscilaciones se inscriben sobre una tira de papel engomado o recién humedecido).

2. Partiendo de la condición de equilibrio de la energía, calculamos la frecuencia propia y el período de las oscilaciones del péndulo matemático. El valor máximo de la energía potencial

$$U_m = mgh = mgl(1 - \cos \theta) = 2mgl \operatorname{sen}^2(\theta/2).$$

Para los ángulos pequeños $\operatorname{sen}(\theta/2) \approx \theta/2$, de donde

$$U_m = (1/2)mgl\theta^2.$$

La energía cinética máxima

$$K_m = \frac{mV_m^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2},$$

donde ω_0 es la frecuencia angular propia, y A , la amplitud. En la fig. 51.3 se ve que $A = l\theta$. Por consiguiente,

$$K_m = (1/2)ml^2\theta^2\omega_0^2.$$

Si se desprecia el amortiguamiento, de acuerdo con la ley de conservación de la energía, los valores medios (y máximos) de las energías cinética y potencial deben coincidir. Igualando ambas expresiones y haciendo las simplificaciones correspondientes, obtenemos que

$$\omega_0 = \sqrt{g/l}. \quad (51.5)$$

3. El período de las oscilaciones del péndulo matemático

$$T_0 = 2\pi\sqrt{l/g}. \quad (51.6)$$

Como puede verse, el período no depende de la masa del péndulo ni de la amplitud de las oscilaciones (cuando las elongaciones son pequeñas).

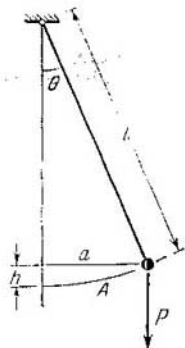


Fig. 51.3.

La fórmula (51.6) se puede utilizar para determinar la aceleración de caída libre en cualquier punto de la Tierra, ya que la longitud del péndulo y su período de oscilación se pueden medir con gran exactitud.

§ 51.4. Péndulo físico

1. Recibe el nombre de *péndulo compuesto o físico*, un sólido cualquiera capaz de oscilar en un plano alrededor de cierto punto de suspensión situado a una distancia l de centro de masas (fig. 51.4). Si se saca el péndulo de su posición de equilibrio y se le da después la posibilidad de oscilar por la acción de la gravedad, empezará a realizar oscilaciones libres cuyo amortiguamiento es relativamente débil. Razonamientos análogos a los utilizados para hallar la expresión de la frecuencia y el período del péndulo matemático, permiten determinar las expresiones correspondientes para el péndulo físico.

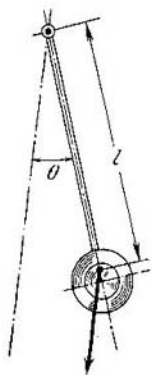


Fig. 51.4.

De un modo análogo a como la amplitud de la velocidad se expresa por medio de la amplitud de la oscilación (véase (49.5)), tenemos para la amplitud de la velocidad angular que $\Omega_m = \omega_0 \theta$. El valor máximo de la energía cinética (§ 22.2) se expresa así:

$$K_m = (1/2)J\Omega_m^2 = (1/2)J\omega_0^2\theta^2.$$

Como los valores de la amplitud de la energía potencial y de la cinética son iguales, tenemos que

$$(1/2)mgl\theta^2 = (1/2)J\omega_0^2\theta^2,$$

de donde se sigue que

$$\omega_0 = \sqrt{mgl/J}.$$

El período de las oscilaciones libres del péndulo físico

$$T_0 = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{J/mgl}. \quad (51.7)$$

2. Advertimos que la expresión (51.6) se infiere de la (51.7) como caso particular. En efecto, el momento de inercia

del péndulo matemático $J = ml^2$ (§ 22.2). Sustituyendo en (51.7) este valor del momento de inercia, obtenemos la expresión del período del péndulo matemático.

3. El período del péndulo físico se suele calcular por la fórmula

$$T_0 = 2\pi \sqrt{L/g}. \quad (51.8)$$

que se parece a la expresión del período del péndulo matemático. En esta fórmula la magnitud

$$L = J/ml \quad (51.9)$$

se llama *longitud reducida* del péndulo físico. Esta magnitud es igual a la longitud del hilo del péndulo matemático que tiene el mismo período que el físico.

§ 51.5. Circuito oscilante

1. Un circuito eléctrico formado por una bobina de inductancia L , un condensador de capacidad C y una resistencia R , se denomina *circuito oscilante* (fig. 51.5). En la resistencia R se incluye también la resistencia del devanado de la bobina.

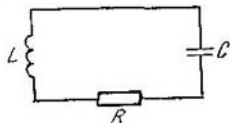


Fig. 51.5.

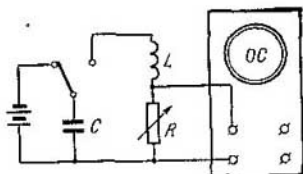


Fig. 51.6.

La experiencia demuestra que si se carga el condensador y luego se cierra el circuito, en éste se producen oscilaciones eléctricas libres.

Para estudiar estas oscilaciones se monta el circuito representado en la fig. 51.6. Cuando la palanca del conmutador está en la posición izquierda, el condensador se conecta a la fuente y se carga. Si la palanca se pasa a la posición derecha, el condensador se pone en contacto con la bobina y en el circuito se producen las oscilaciones, las cuales se pueden apreciar en el oscilograma. Como es natural, en el

dispositivo práctico no se utiliza el conmutador de palanca, sino un circuito electrónico que realiza la función de aquél. Un oscilógrafo conectado según es esquema de la fig. 51.6 registra la diferencia de potencial en la resistencia, que de acuerdo con la ley de Ohm (véase (39.19)) es proporcional a



Fig. 51.7.

la corriente que pasa por el circuito. Si el oscilógrafo se conecta directamente a las bornas del condensador, registra la diferencia de potencial en el condensador y con esto, según (37.20), la carga del mismo.

2. Hagamos el experimento empleando un oscilógrafo de doble haz conectado de tal forma que a una de las entradas lleguen las oscilaciones de la corriente y a la otra, las oscilaciones de la carga. Los dos oscilogramas que se obtienen se

muestran en la fig. 51.7. Como era de esperar, en el circuito oscilante las oscilaciones libres se amortiguan. Variando la resistencia podemos convencernos de que al aumentar ésta se refuerza el amortiguamiento.

Pero el resultado más importante es la existencia del desplazamiento de fases entre las oscilaciones de la corriente y de la carga. En efecto, como se ve en el oscilograma, en los instantes en que la corriente es nula, la carga del condensador es máxima, y viceversa, a la corriente máxima corresponde la carga nula del condensador.

3. La relación entre la corriente y la carga (véase (39.14)) $i = dq/dt$ es completamente análoga a la relación entre la velocidad y la elongación $v = ds/dt$. Por consiguiente, si la carga del condensador varía según la ley

$$q = q_m \cos \omega_0 t, \quad (51.10)$$

la corriente en el circuito variará según la ley

$$i = \frac{dq}{dt} = -q_m \omega_0 \sin \omega_0 t = I_m \cos \left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (51.11)$$

Este desplazamiento de fases se observa precisamente en la pantalla del oscilógrafo. Entre los valores de la amplitud

de la carga y de la corriente resulta que existe la relación

$$I_m = \omega_0 q_m, \quad (51.12)$$

análoga a la relación (49.5) entre las amplitudes de la oscilación y de la velocidad.

§ 51.6. Energía, frecuencia propia y factor de calidad del circuito

1. De acuerdo con (37.23) la energía del campo eléctrico en el condensador $W^{el} = q^2/2C$, y la energía del campo magnético en la bobina, según (43.19), $W^{magn} = Li^2/2$. Como al valor máximo de la corriente corresponde el valor nulo de la carga y viceversa, una relación semejante resulta ser correcta para las energías de los campos eléctrico y magnético. De aquí se deduce que en el circuito oscilante tiene lugar un proceso periódico de transformación de la energía del campo eléctrico del condensador en energía del campo magnético de la bobina y viceversa. Esto es completamente análogo al proceso de transformación de la energía en el péndulo de resorte.

2. El valor máximo de la energía del campo en el condensador

$$W_m^{el} = q_m^2/2C. \quad (51.13)$$

Análogamente, para el campo magnético de la bobina

$$W_m^{magn} = LI_m^2/2 = Lq_m^2\omega_0^2/2. \quad (51.14)$$

Igualando estas magnitudes y haciendo las simplificaciones correspondientes, obtenemos la expresión para la frecuencia angular propia de las oscilaciones del circuito:

$$\omega_0 = \sqrt{1/LC}. \quad (51.15)$$

El período propio

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (51.16)$$

3. En los cálculos precedentes hemos despreciado la disipación de la energía. Pero las oscilaciones se amortiguan en el circuito, ya que parte de la energía se transforma irreversiblemente en calor de Joule. Para calcular el factor de calidad hay que comparar las pérdidas térmicas con la energía total del circuito. Sin embargo, aprovechando la

analogía con el péndulo de resorte (§ 51.2), se puede hallar la relación entre la amplitud de la tensión en el condensador y la amplitud de la caída de tensión en la resistencia óhmica:

$$Q = \frac{u_m^{(C)}}{u_m^{(R)}} = \frac{u_m}{CR I_m} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (51.17)$$

En un circuito con factor de calidad pequeño, por lo general, no se producen oscilaciones. Efectivamente, si las pérdidas térmicas resultan ser del mismo orden que la energía inicial del condensador, toda la energía de la descarga se transforma en calor de Joule, la energía del campo magnético resulta ser nula y el condensador no se recarga. Así, pues, si el factor de calidad del circuito se aproxima a la unidad, las pérdidas térmicas son del mismo orden que la energía del circuito y la descarga del condensador a través de la bobina y de la resistencia se produce casi lo mismo que si fuera a través de la resistencia sin la bobina (§ 39.8).

§ 51.7. Enfoque único en el estudio de las oscilaciones

1. Si se comparan los procesos que se desarrollan en un péndulo de resorte y en un circuito oscilante se pone de manifiesto la asombrosa analogía que existe entre estos fenómenos que a primera vista no tienen nada común. ¿Qué puede tener común el movimiento de un peso sometido a la acción de un muelle deformado, con el movimiento de los electrones durante la carga de un condensador? Desde este punto de vista está claro que nos encontramos con fenómenos diferentes que deberían estudiarse en distintas partes de este curso: los fenómenos que se producen en el péndulo de resorte, en la mecánica, y los que tienen lugar en el circuito oscilante, en el electromagnetismo. Pero si planteamos el problema de otro modo, prestando la atención principal no a qué es lo que oscila, sino a *por qué* y *cómo* oscila, resulta inmediatamente que la física del proceso oscilatorio es la misma en ambos sistemas y que éstos procesos se describen por iguales conceptos y ecuaciones. Todo esto conduce a la idea de la conveniencia de utilizar un *enfoque único* en el estudio de las oscilaciones de distinta naturaleza física, así como de la ventaja de utilizar ampliamente su analogía.

La idea de aprovechar la analogía al estudiar las oscilaciones no es nueva. Huygens y Lomonósov utilizaron ya la analogía entre las oscilaciones sonoras y luminosas. El enfoque único en el estudio de las oscilaciones mecánicas y electromagnéticas fue utilizado por J.W. Rayleigh, A.G. Stolétov, P.N. Lébedev y otros. Pero sólo en los trabajos de L.I. Mandelshtam y sus discípulos se convirtió el enfoque único en el estudio de las oscilaciones en instrumento empleado sistemáticamente tanto en la teoría como en los experimentos. Este método resultó ser muy fructuoso y con su ayuda se consiguió resolver una serie de problemas complejos de la teoría de las oscilaciones. A ellos pertenece la elaboración de la teoría de las oscilaciones no lineales, incluidas las autooscilaciones (A.A. Andrónov y otros), el descubrimiento y creación de la teoría de la difusión de combinación de la luz (L.I. Mandelshtam y G.S. Landsberg, § 79.1), el descubrimiento de la resonancia paramétrica y la creación de los generadores paramétricos (L.I. Mandelshtam y N.D. Papaleksi), etc.

2. El enfoque único en el estudio de las oscilaciones permite aplicar las leyes obtenidas al estudiar un tipo de oscilaciones, a oscilaciones de otra naturaleza. Por esto, en adelante vamos a estudiar los fenómenos únicamente en un sistema oscilatorio cualquiera y, después, los resultados obtenidos los trasladaremos por analogía a las otras oscilaciones.

Esto también se refiere a los experimentos. En muchos casos es más fácil medir magnitudes eléctricas que mecánicas. Así, es difícil medir la velocidad instantánea de un cuerpo oscilante, mientras que no ofrece dificultad registrar el valor instantáneo de una corriente valiéndose de un oscilógrafo de rayos catódicos. También es más fácil crear una fuerza electromotriz variable en un circuito, que una fuerza variable en un sistema mecánico. Finalmente, es mucho más fácil montar un circuito eléctrico, formado por condensado-

Tabla 51.1

Sistema mecánico	Circuito eléctrico
Masa m	Inductancia L
Rigidez k	Magnitud inversa a la capacidad eléctrica, $1/C$
Coefficiente de rozamiento h	Resistencia R
Fuerza F	F.e.m. \mathcal{E}
Elongación s	Carga q
Velocidad v	Corriente i

res, bobinas y resistencias, y efectuar el experimento correspondiente, que crear un sistema mecánico complejo de pesos y muelles, con fuerzas de rozamiento regulables y hacer experiencias con él. Por esta razón, en los trabajos de investigación se suele preferir no hacer los experimentos con sistemas oscilatorios mecánicos, sino con sus análogos eléctricos, utilizando ampliamente los oscilogramas. Las magnitudes análogas se dan en la tabla 51.1.

Capítulo 52

AUTOOSCILACIONES

§ 52.1. Sistema autooscilante

1. Las oscilaciones del péndulo de resorte se amortiguan a causa del rozamiento. Pero si se compensan sistemáticamente las pérdidas de energía, las oscilaciones dejan de amortiguarse. Como ejemplo, consideremos el mecanismo de producción de oscilaciones entretenidas en el dispositivo que

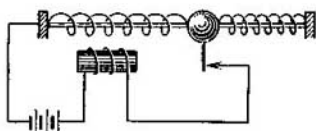


Fig. 52.1.

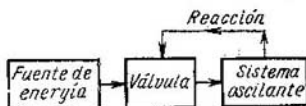


Fig. 52.2.

representa la fig. 52.1. Una laminilla flexible, que va sujeta al peso, toca periódicamente el contacto y cierra el circuito del electroimán por cierto tiempo. Durante este tiempo el electroimán atrae el peso y hace que aumente su energía cinética. De este modo, en cada período las pérdidas de energía debidas al rozamiento se compensan con el trabajo de la fuerza de atracción que sobre el peso ejerce el electroimán, y el funcionamiento de este último está regido, mediante el contacto interruptor, por el mismo cuerpo que oscila. Este dispositivo es el representante típico de una

clase muy difundida de sistemas oscilantes que realizan oscilaciones entretenidas a expensas de la acción de una fuente de energía que no posee propiedades oscilatorias. Estos sistemas se llaman *autooscilantes*.

Todo sistema autooscilante consta de las cuatro partes siguientes (fig. 52.2):

a) un *sistema oscilante* (en el dispositivo de la fig. 52.1, el peso con el resorte);

b) una *fuerza de energía*, a expensas de la cual se compensan las pérdidas (en nuestro ejemplo, la fuente de corriente);

c) una *válvula*, es decir, un órgano que regula el suministro de energía al sistema oscilante en porciones determinadas y en el instante preciso (en el dispositivo de la fig. 52.1, el contacto interruptor);

d) una *reacción*, muy característica de todos los sistemas autooscilantes, que consiste en la acción contraria del sistema oscilante sobre la válvula, o sea, en el gobierno del funcionamiento de la válvula a expensas de los procesos que tienen lugar en el propio sistema oscilante (en nuestro dispositivo la reacción se efectúa por medio del electroimán, que atrae el peso y con ello abre el contacto).

2. Las autooscilaciones están muy difundidas en la naturaleza y en la técnica. Son sistemas autooscilantes los timbres eléctricos, los zumbadores, las máquinas de vapor y los motores de combustión interna, los martillos de picar, etc. Realizan autooscilaciones las cuerdas bajo la acción del arco (violín, violoncelo), las columnas de aire en los tubos (instrumentos musicales de viento), las lengüetas en las armónicas (acordeones) y las cuerdas bucales al hablar o cantar.

Hay que advertir que en muchos sistemas autooscilantes el mecanismo de reacción está oculto y dividir el sistema en sus partes principales es a veces muy difícil.

3. Para el funcionamiento de un sistema autooscilante desempeña un papel primordial la elección de la fase de la reacción. Es necesario que, durante el intervalo de tiempo en que la fuerza actúa sobre el sistema, coincidan las direcciones de la fuerza y de la velocidad. En estas condiciones la fuente de energía realiza sobre el sistema oscilante un trabajo positivo, es decir, le comunica energía. Si la dirección de la fuerza es distinta de la dirección de la velocidad, el trabajo será negativo, la fuente absorberá energía del sistema oscilante y, con esto, reforzará el amortiguamiento.

En el primer caso se dice que en el sistema actúa una reacción positiva, en el segundo, una reacción negativa. La reacción positiva se utiliza para excitar las autooscilaciones; la negativa, para suprimir las autooscilaciones indeseables allí donde no hacen falta.

En el dispositivo representado en la fig. 52.1 está asegurada la reacción positiva, por lo que en él se excitan y mantienen las autooscilaciones entretenidas. Si el contacto se

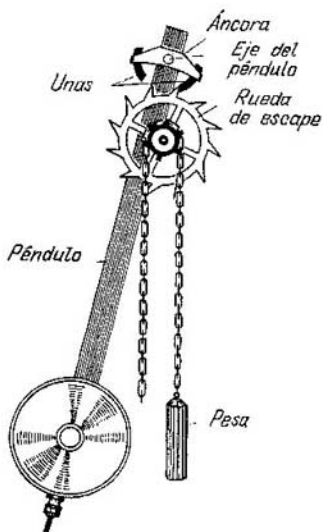


Fig. 52.3.

colocara a la izquierda de la laminilla, el peso sería atraído por el electroimán y se pararía. E incluso si el sistema se obligara a oscilar, sus oscilaciones se amortiguarían pronto, es decir, con mucha más rapidez que en ausencia del electroimán. Así, pues, la introducción en el sistema de la reacción negativa hace que se interrumpan las autooscilaciones y suprimen las oscilaciones libres.

§ 52.2. El reloj

1. Un reloj es un sistema autooscilante. En la fig. 52.3 se representa un mecanismo de reloj con escape de áncora. La rueda de escape o rueda catalina, de dientes oblicuos, está unida rígidamente al tambor dentado en que se

apoya la cadena con la pesa. Al extremo superior del péndulo va sujeta el áncora con sus dos unás, que son dos plaquitas de rubí o de otro material duro, curvadas en forma de arcos de circunferencia con centro en el eje del péndulo. En los relojes de bolsillo, en vez de pesa, se utiliza un muelle espiral (muelle real) y, en vez del péndulo, un balancín o volante sujeto a otro muelle espiral (pelo); el balancín realiza oscilaciones torsionales alrededor de su eje.

Aquí el sistema oscilatorio es el péndulo o el balancín; la fuente de energía, la pesa elevada o el muelle tenso; la válvula es el áncora, que permite que la rueda de escape gire un diente cada semiperíodo, y la reacción se produce durante la interacción del áncora con la rueda de escape.

2. En los instantes en que el péndulo pasa por la posición de equilibrio y tiene la velocidad máxima, un diente de la rueda de escape entra en breve contacto con el extremo de una de las uñas. El diente, al rozar con la uña, empuja el péndulo, es decir, le comunica energía en forma de impulso. Al mismo tiempo la pesa desciende un eslabón de la cadena. Así la energía potencial de la pesa (o del muelle real) se va transmitiendo al péndulo y compensa la pérdida por rozamiento.

§ 52.3. Generador de tubo termoiónico

1. Montemos un circuito eléctrico según el esquema representado en la fig. 52.4, y conectémoslo con la entrada de un oscilógrafo catódico. Cuando se cierra el interruptor se producen en el circuito oscilaciones entretenidas, como puede verse en la pantalla del oscilógrafo.

Este dispositivo se llama *generador de tubo termoiónico*, de oscilaciones eléctricas entretenidas y es un sistema auto-oscilante eléctrico. Aquí la fuente de energía es una batería anódica; el sistema oscilante, el circuito oscilante introducido en el circuito de placa;

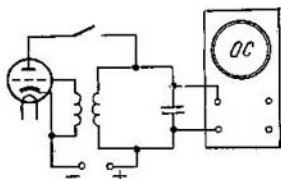


Fig. 52.4.

el papel de válvula lo desempeña la rejilla del triodo, que controla la magnitud de la corriente anódica (§ 47.3), y la bobina de reacción, unida por sus extremos con el cátodo y la rejilla del triodo y por inducción, con la bobina del circuito oscilante, ejerce el control de la reacción del sistema oscilatorio sobre la válvula.

2. Suele ocurrir que cuando se cierra el circuito no se producen oscilaciones. Pero si los extremos de la bobina de reacción se sueldan al contrario, las oscilaciones se producen inmediatamente. Esto significa que en primer caso la fase de la reacción se eligió mal.

§ 52.4. Autoexcitación de las autooscilaciones

1. Conectemos el barrido lento del oscilógrafo al mismo tiempo que cerramos el circuito oscilante en el generador de tubo termoiónico representado en la fig. 52.4. El oscilograma que se obtiene en estas condiciones se muestra en la fig. 52.5. Como se ve, el circuito oscilante se autoexcita, es decir, cuando se conecta la fuente de energía, la amplitud de

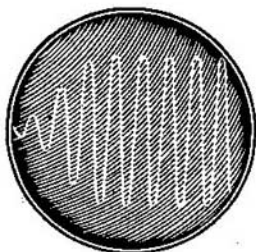


Fig. 52.5.

las oscilaciones crece desde cero hasta una magnitud estacionaria. La autoexcitación, también llamada «intensificación» de las oscilaciones, es una de las peculiaridades más importantes de todo sistema autooscilante.

El mecanismo de la autoexcitación del generador de tubo termoiónico es el siguiente. Las oscilaciones débiles de la corriente que se producen en el circuito oscilante al cerrar el circuito de placa, van acompañadas de una variación del

campo magnético en la bobina del primero. A expensas de la variación del flujo magnético se induce f.e.m. en la bobina de reacción (§ 43.7) y el potencial de la rejilla se hace unas veces mayor y otras menor que el potencial del cátodo. Las oscilaciones del potencial de la rejilla van acompañadas a su vez de la variación de la corriente en el circuito de placa, lo que, si la fase de la reacción ha sido bien elegida, hace que se intensifiquen las oscilaciones en el circuito oscilante. Este proceso hace por su parte que aumenten las oscilaciones del potencial de la rejilla, con lo cual vuelven a intensificarse las oscilaciones en el circuito oscilante.

2. ¿A qué se debe entonces que el proceso de intensificación mutua de las oscilaciones en los circuitos de la rejilla y de la placa se interrumpa? ¿Cómo se establece en el sistema autooscilante el régimen estacionario, independiente de las condiciones iniciales?

Resulta que en el generador de tubo termoiónico cesa la «intensificación» a causa de que la característica del triodo no es lineal (§ 47.3). Como se ve en la fig. 47.8 (T. I) la corriente en el circuito de placa aumentará a medida que

aumenta el potencial de la rejilla, únicamente en la parte lineal de la curva característica; precisamente en esta región es donde se observa el proceso de crecimiento de las amplitudes de las oscilaciones. A partir del instante en que la corriente en el tubo se aproxima a la corriente de saturación, el crecimiento de las autooscilaciones cesa. Se puede demostrar que en todo sistema autooscilante existe necesariamente un elemento no lineal cualquiera. En un sistema lineal son imposibles las autooscilaciones estacionarias.

3. La amplitud de las autooscilaciones estacionarias se determina partiendo de la condición de balance de la energía: la aportación de energía durante un período $W = k_1 I_m \xi T$ debe ser igual a las pérdidas $\Delta W_{\text{term}} = k_2 I_m^2 R T$, donde k_1 y k_2 son coeficientes de proporcionalidad. De $W = \Delta W_{\text{term}}$ se sigue que

$$I_m^{\text{est}} = \frac{k_1 \xi}{k_2 R} = K \frac{\xi}{R}.$$

La fig. 52.6 representa las gráficas de ambas funciones: la función lineal de la amplitud de la corriente para la aportación de energía, y la cuadrática, para las pérdidas. La amplitud estacionaria se halla por el punto de intersección de las gráficas. Como puede verse, cuando las amplitudes de la corriente son menores que la estacionaria, la aportación de energía es mayor que las pérdidas, por lo que la amplitud aumenta. Si, por el contrario, la amplitud de las autooscilaciones es mayor que la estacionaria, las pérdidas de energía son mayores que la aportada por la fuente. Esto hace que las oscilaciones empiecen a amortiguarse hasta que su amplitud resulte ser igual a la estacionaria.

Se recomienda al lector que, basándose en la analogía, analice por sí mismo el mecanismo de balance de la energía en un sistema autooscilante mecánico.

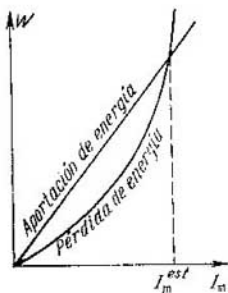


Fig. 52.6.

OSCILACIONES FORZADAS

§ 53.1. Fuerza excitatriz sinusoidal

1. Si sobre un sistema oscilante, en el que no existen autooscilaciones, actúa una fuerza exterior periódica, en el sistema se establecen oscilaciones entretenidas que reciben el nombre de *forzadas*.

Como toda oscilación se puede descomponer en armónicos sinusoidales (§ 50.4), nos limitaremos principalmente a estudiar las oscilaciones forzadas debidas a la acción de una fuerza excitatriz *sinusoidal*

$$F = F_m \cos \omega t, \quad (53.1)$$

en la que F_m es la amplitud de la fuerza, y ω , su frecuencia angular.

Además de la fuerza excitatriz, en el sistema oscilatorio (por ejemplo, en el péndulo de resorte) actúan las fuerzas de la elasticidad y del rozamiento. De acuerdo con la ley fundamental de la dinámica (§ 7.1), tenemos que

$$F + F_{el} + F_{roz} = ma, \quad (53.2)$$

o bien

$$F_m \cos \omega t - ks - hv = ma. \quad (53.3)$$

2. La experiencia demuestra que cuando sobre el péndulo de resorte actúa una fuerza excitatriz sinusoidal, el peso realiza oscilaciones armónicas estacionarias con la frecuencia de esta fuerza. Análogamente, si en un circuito oscilante se conecta una f.e.m. sinusoidal, en el circuito se establecen oscilaciones forzadas de la corriente cuya frecuencia coincide con la de la f.e.m. excitatriz. Esto último se puede comprobar fácilmente valiéndose de un oscilógrafo de doble haz, haciendo llegar a una de sus entradas las oscilaciones de la fuerza electromotriz y a la otra, las oscilaciones de la corriente (§ 49.4).

Por lo tanto, las oscilaciones forzadas se cumplen según la ley

$$s = A \cos (\omega t + \varphi). \quad (53.4)$$

3. Para hallar la amplitud A y la fase inicial φ de las oscilaciones forzadas sustituimos en (53.3) los valores de la elongación, la velocidad y la aceleración de acuerdo, respectivamente, con (53.4), (49.2) y (49.3). Obtenemos que

$$F_m \cos \omega t - kA \cos(\omega t + \varphi) + h\omega A \sin(\omega t + \varphi) = -m\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi). \quad (53.5)$$

La ecuación (53.5) se simplifica si el sistema tiene factor de calidad grande: en este caso se puede omitir el término correspondiente a la fuerza de rozamiento. Entonces se obtiene que

$$F_m \cos \omega t - kA \cos(\omega t + \varphi) = -m\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi). \quad (53.6)$$

Esta igualdad debe cumplirse en cualquier instante, lo que sólo es posible si $\varphi = 0, \pi$ o $-\pi$.

4. En el primer caso la ecuación (53.6) toma la forma

$$F_m - kA = -m\omega^2 A. \quad (53.7)$$

Teniendo en cuenta la rigidez $k = m\omega_0^2$, obtenemos que la amplitud

$$A = F_m/m (\omega_0^2 - \omega^2). \quad (53.8)$$

Como la amplitud es una magnitud esencialmente positiva, la expresión (53.8) tiene sentido cuando la frecuencia angular de la fuerza excitatriz ω es menor que la frecuencia angular propia del sistema ω_0 . En este caso las oscilaciones del sistema estarán en la misma fase que las oscilaciones de la fuerza. Si, en cambio, la frecuencia de la fuerza excitatriz es mayor que la frecuencia propia del sistema, las oscilaciones de éste estarán en oposición de fase con las de la fuerza ($\varphi = -\pi$) y para la amplitud deberá tomarse el módulo de la expresión (53.8).

§ 53.2. Resonancia

1. Cuando la frecuencia de la fuerza excitatriz ν coincide con la frecuencia propia del sistema ν_0 (o $\omega = \omega_0$), la expresión (53.8) deja de tener sentido, ya que es imposible dividir por cero. Pero si $\omega \rightarrow \omega_0$, $A \rightarrow \infty$, lo que carece de sentido físico. Esto significa que, en este caso, es imposible en principio despreciar el amortiguamiento.

El caso en que la frecuencia de la fuerza excitatriz es la misma que la frecuencia propia del sistema oscilante se conoce con el nombre de *resonancia*. Para calcular la amplitud y la fase de resonancia sustituimos en (53.5) el valor $\omega = \omega_0$. Y como $k = m\omega_0^2$, la ecuación (53.5) toma la forma

$$F_m \cos \omega_0 t + h\omega_0 A_{res} \sin (\omega_0 t + \varphi) = 0. \quad (53.9)$$

Esta expresión debe cumplirse idénticamente en cualquier instante. Esto sólo es posible en el caso en que $\varphi = -\pi/2$. La amplitud de resonancia

$$A_{res} = \frac{F_m}{h\omega_0} = \frac{F_m}{m\omega_0^2} \frac{m\omega_0}{h} = Q A_{est}, \quad (53.10)$$

en la que $A_{est} = F_m/k = F_m/m\omega_0^2$ es la desviación debida a la acción de la fuerza constante.

En la fig. 53.1 se representa la gráfica de la dependencia de la amplitud de la oscilación respecto de la frecuencia de

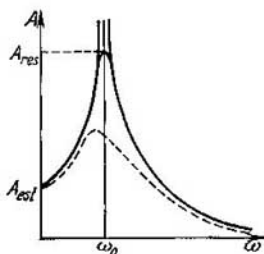


Fig. 53.1

la fuerza excitatriz, es decir, la llamada *curva de resonancia*. Lejos de la resonancia la gráfica se construye por la fórmula (53.8); a frecuencias próximas a la propia, la amplitud A se aproxima a la de resonancia A_{res} . El «pico de resonancia» agudo de la fig. 53.1 caracteriza un sistema con gran factor de calidad. La curva de resonancia para un sistema con factor de calidad pequeño se muestra en esta misma figura con línea de trazos.

Se recomienda al lector que deduzca la fórmula de la amplitud de la velocidad (véase (49.6)) para la resonancia y otras frecuencias y que construya la gráfica de esta dependencia, es decir, la curva de resonancia para la amplitud de la velocidad.

2. El crecimiento de la amplitud de las oscilaciones durante la resonancia en un sistema con gran factor de calidad puede ocasionar su destrucción. Se conocen muchos casos de destrucción de construcciones a causa del funcionamiento de motores de poca potencia, pero cuya frecuencia era igual que la propia de la construcción. Por esta misma causa se

rompen a veces los cigüeñales, las hélices, los rotores y árboles de las turbinas no equilibrados, etc.

Al mismo tiempo, la resonancia se aprovecha en la construcción de una serie de aparatos y dispositivos en mecánica, acústica y radiotécnica. Algunas de estas aplicaciones se estudiarán más adelante.

§ 53.3. Resonancia y análisis armónico

1. El fenómeno de la resonancia se puede utilizar para el análisis armónico de una fuerza oscilatoria no sinusoidal. Con este fin hay que formar un sistema de *resonadores*, que

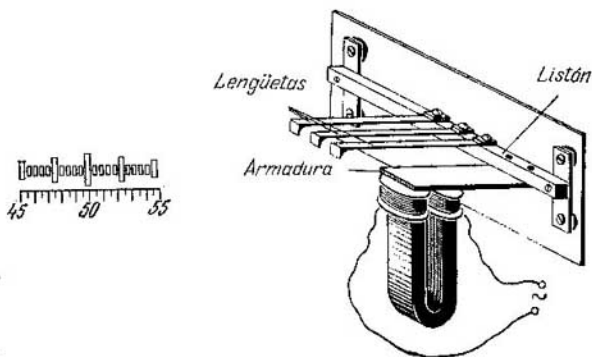


Fig. 53.2.

abarquen la región de frecuencias que nos interesa, y someterlo a la acción de la fuerza. Oscilaciones intensas se producirán únicamente en aquellos resonadores cuyas frecuencias coincidan con las de los armónicos correspondientes a la magnitud que se investiga.

Como ejemplo vamos a considerar un frecuencímetro de láminas vibrantes (fig. 53.2). Este instrumento consiste en un conjunto de «lengüetas» en forma de láminas elásticas terminadas en unos pesitos y sujetas con tornillos a un listón metálico común. A este mismo listón va sujeta la armadura de un electroimán situada sobre un polo de éste.

Si por el devanado del electroimán pasa una corriente alterna, la armadura empieza a vibrar y hace que al mismo tiempo oscile el listón y las lengüetas.

Esto sistema puede registrar también oscilaciones mecánicas. Para esto no hay más que sujetarlo al sistema mecánico cuyas oscilaciones se desea estudiar.

2. La masa de los pesitos que hay al final de las lengüetas y la longitud de las láminas elásticas se eligen de tal modo, que la frecuencia de las láminas vecinas difieran entre sí en la misma magnitud, por ejemplo, en 0,5 Hz. Entonces, un sistema de 25 lengüetas abarcará un intervalo de frecuencias de 12 Hz.

Si al devanado del electroimán se hace llegar una corriente sinusoidal, sólo oscilará apreciablemente la lengüeta cuya frecuencia propia coincide con la de la corriente. Pero si la corriente no es sinusoidal, el resultado que se obtiene es otro: se excitan varias lengüetas. Por ejemplo, en la fig. 53.2, a la izquierda, se muestra la escala del frecuencímetro en el caso en que son tres las lengüetas excitadas —las de frecuencias 47,5; 50 y 52,5 Hz—, siendo diferentes las amplitudes de sus oscilaciones.

§ 53.4. Semianchura de la curva de resonancia. Selectividad

Un resonador con curva de resonancia aguda posee buena selectividad, es decir, de dos oscilaciones con frecuencias próximas puede fácilmente discriminar una cuya frecuencia coincide con la propia del oscilador. Por el contrario, un resonador con curva de resonancia suave reaccionará aproximadamente lo mismo ante ambas oscilaciones.

Cuantitativamente, la selectividad de un resonador se caracteriza por la *semianchura de su curva de resonancia* $\Delta\omega$. Se da este nombre a la diferencia entre la frecuencia de resonancia ω_0 y la frecuencia ω_1 con la cual la energía de las oscilaciones forzadas en el resonador resulta ser dos veces menor que la frecuencia propia (a igual amplitud de la fuerza excitatriz). Partiendo de la expresión para la energía de las oscilaciones (49.17), obtenemos que

$$\frac{1}{2} m\omega_1^2 A^2 = \frac{1}{4} m\omega_0^2 A_{res}^2, \quad (53.11)$$

o, teniendo en cuenta (53.8) y (53.10),

$$\omega_1^2 / (\omega_0^2 - \omega_1^2) = Q/2. \quad (53.12)$$

Cuando el factor de calidad del resonador es grande, ω_1 y ω_0 difieren poco entre sí, de manera que $\Delta\omega = |\omega_0 - \omega_1| \ll \omega_0$, y $\omega_1 + \omega_0 \approx$

$\approx 2\omega_0$. Haciendo las sustituciones en (53.12), obtenemos en definitiva que

$$\Delta\omega \approx \omega_0/Q. \quad (53.13)$$

Por consiguiente, a medida que aumenta el factor de calidad del resonador, disminuye la semianchura de su curva de resonancia y crece su selectividad.

§ 53.5. Proceso de estabilización de las oscilaciones forzadas

1. Hasta ahora hemos estudiado las oscilaciones forzadas ya estabilizadas. Aquí vamos a ocuparnos del proceso mismo de la estabilización, es decir, de la «intensificación» de las oscilaciones del sistema desde su estado de reposo. Para simplificar despreciaremos el amortiguamiento.

Al conectar la fuerza se producen simultáneamente oscilaciones libres de frecuencia angular ω_0 y oscilaciones forzadas de frecuencia angular ω . La oscilación resultante tiene la forma

$$s = A \cos \omega t + B \cos \omega_0 t. \quad (53.14)$$

La velocidad y la aceleración del sistema se pueden obtener derivando dos veces (53.14):

$$v = -A\omega \sin \omega t - B\omega_0 \sin \omega_0 t, \quad (53.15)$$

$$a = -A\omega^2 \cos \omega t - B\omega_0^2 \cos \omega_0 t. \quad (53.16)$$

2. Para calcular las amplitudes A y B utilizamos las condiciones iniciales: cuando $t = 0$, la elongación $s_0 = 0$, la velocidad $v_0 = 0$, la aceleración $a_0 = F_m/m$. Sustituyendo en (53.14) y (53.16) y después de hacer unos cálculos sencillos, se obtiene que

$$B = -A, \quad A = \frac{F_m}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (53.17)$$

Definitivamente la expresión (53.14) toma la forma

$$s = \frac{F_m}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} (\cos \omega t - \cos \omega_0 t). \quad (53.18)$$

Vemos que ésta no es una oscilación sinusoidal. Si ω y ω_0 tienen valores próximos entre sí, en el sistema se producen pulsaciones (§ 50.1).

3. A primera vista parece que el resultado obtenido contradice la experiencia, según la cual, en el sistema sometido

a la acción de una fuerza excitatriz sinusoidal se producen oscilaciones armónicas de frecuencia igual a la de la fuerza (§ 53.1). Pero esta contradicción ha surgido por no tomar en consideración el fenómeno del amortiguamiento de las oscilaciones libres. Por consiguiente, son correctos los resultados de ambos párrafos, o sea, tanto del § 53.1 como de éste, pero están referidos a distintos instantes: el primero es correcto para las oscilaciones estabilizadas; el segundo caracteriza el proceso mismo de la estabilización.

Así, pues, la fórmula (53.14) y su consecuencia —la fórmula (53.18)— se pueden utilizar durante un corto intervalo de tiempo al comenzar el movimiento, mientras se puede despreciar aún el amortiguamiento de las oscilaciones libres, o más exactamente, cuando $t < \tau \approx Q/\omega_0$ (véase (51.4)). Para $t \gg \tau$ las oscilaciones libres se extinguen prácticamente y en el sistema se establecen oscilaciones sinusoidales de igual frecuencia que la de la fuerza excitatriz (véase (53.4)).

§ 53.6. Estabilización de las oscilaciones durante la resonancia

1. Para determinar el carácter de la estabilización de las oscilaciones durante la resonancia hay que pasar al límite en (53.18) con la condición de que ω tiende a ω_0 . Una vez transformados el numerador y el denominador en (53.18), teniendo en cuenta que el seno de un ángulo pequeño no difiere de la medida en radianes de dicho ángulo, obtenemos que

$$s = \lim_{\omega \rightarrow \omega_0} \frac{2F_m \operatorname{sen} \frac{(\omega + \omega_0)t}{2} \operatorname{sen} \frac{(\omega_0 - \omega)t}{2}}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} =$$

$$= \frac{F_m t}{2m\omega_0} \operatorname{sen} \omega_0 t \cdot \lim_{\omega \rightarrow \omega_0} \frac{\operatorname{sen} \frac{(\omega_0 - \omega)t}{2}}{(\omega_0 - \omega)t/2}.$$

El último límite es igual a la unidad. Por lo tanto, la intensificación de las oscilaciones durante la resonancia se produce según la ley

$$s = \frac{F_m t}{2m\omega_0} \operatorname{sen} \omega_0 t. \quad (53.19)$$

De este modo, si sobre un sistema oscilatorio en reposo, de factor de calidad grande, empieza a actuar una fuerza excitatriz cuya frecuencia coincide con la propia del sistema (resonancia), la amplitud de las oscilaciones aumentará de un modo directamente proporcional al tiempo:

$$A = F_m t / 2m\omega_0. \quad (53.20)$$

2. En ausencia de rozamiento en el sistema oscilante, durante la resonancia se observaría un crecimiento ilimitado de la amplitud. Pero en realidad este crecimiento sólo se mantiene hasta que el trabajo de la fuerza de rozamiento equilibra el trabajo de la fuerza excitatriz (fig. 53.3). Esta condición es la que determina la amplitud de resonancia estacionaria (53.10). Para valorar el tiempo que tarda en estabilizarse la amplitud de resonancia, igualamos (53.10) y (53.20) y obtenemos:

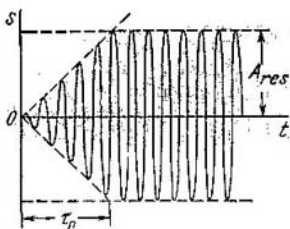


Fig. 53.3.

$$\frac{F_m}{h\omega_0} = \frac{F_m \tau_p}{2m\omega_0}, \quad \text{ó } \tau_p = \frac{2m}{h} = \frac{2Q}{\omega_0} = 2\tau. \quad (53.21)$$

Por lo tanto, el tiempo durante el cual aumentan las oscilaciones en resonancia es dos veces mayor que el tiempo de relajación de las oscilaciones libres (véase (51.4)). Debe tenerse en cuenta que estas dos expresiones dan solamente el orden de las magnitudes que nos interesan.

§ 53.7. Relación de indeterminación para la frecuencia y el tiempo

1. El resonador con el cual se analiza, o incluso simplemente se registra, un proceso oscilatorio determinado, introduce cierta indeterminación en el proceso de medición tanto de la frecuencia como del tiempo. La causa de esto consiste en que la frecuencia no se puede determinar con una exactitud mayor que la semianchura de la curva de resonancia, y el tiempo, con una exactitud mayor que el tiempo de intensificación de las oscilaciones del resonador.

La indeterminación de la frecuencia se puede valorar por la fórmula (53.13) y la indeterminación del tiempo, por la fórmula (53.21):

$$\Delta\omega \sim \omega_0/Q, \quad \Delta t \sim Q/\omega_0.$$

2. Como se puede ver, variando el factor de calidad del resonador se logra disminuir la indeterminación de una de las magnitudes, pero entonces la indeterminación de la otra magnitud aumenta en la misma proporción. El "producto" de las indeterminaciones de las dos magnitudes conjugadas —frecuencia y tiempo— no depende de las propiedades del resonador:

$$\Delta\omega \cdot \Delta t \approx 1. \quad (53.22)$$

Esta expresión es la relación de indeterminación para la frecuencia y el tiempo. Volveremos a necesitarla cuando estudiemos los elementos de mecánica cuántica (§ 70.2).

Capítulo 54

CORRIENTE ALTERNA

§ 54.1. Generador sincrónico de corriente alterna

1. La vista general de un generador se muestra en la fig. 54.1. El cuerpo fijo, *estator*, se hace de chapas de acero de pequeña fuerza coercitiva, es decir, con bucle de histéresis estrecho. En el estator hay un devanado o arrollamiento. Dentro del estator gira el *rotor*, que es un electroimán (o imán permanente en los generadores de poca potencia). Al girar el rotor, junto con él gira su campo magnético y el flujo magnético que pasa a través del arrollamiento varía continuamente.

En cierta posición el arrollamiento es atravesado por el flujo magnético máximo; al cabo de un cuarto de vuelta, el flujo que pasa a través del arrollamiento es nulo; un cuarto de vuelta después, el flujo volverá a ser máximo por su módulo, pero su signo será otro, ya que la posición de los polos del imán se habrá invertido. Elijiendo de un modo

especial las piezas polares, se puede conseguir que el flujo magnético varíe según la ley del coseno:

$$\Phi = \Phi_m \cos \omega t, \quad (54.1)$$

en la que ω es la velocidad angular de giro del rotor.

2. A expensas de la variación del flujo magnético, en el arrollamiento del estator se induce una f.e.m. que, de acuerdo

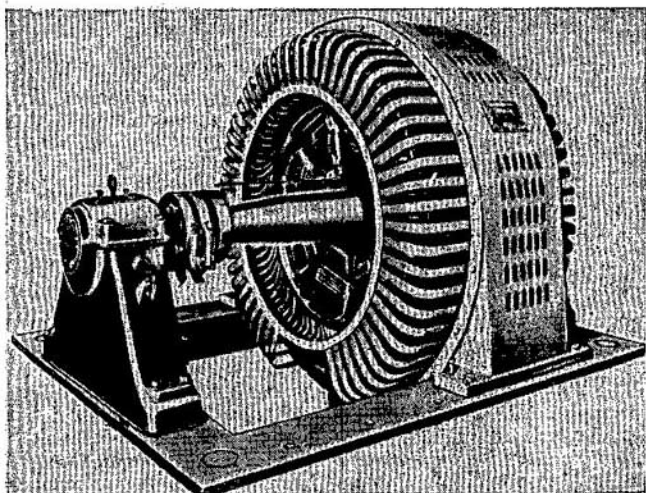


Fig. 54.1.

con la ley de inducción de Faraday (véase (43.10)), tiene la forma

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega\Phi_m \sin \omega t = \mathcal{E}_m \sin \omega t. \quad (54.2)$$

El valor máximo de la f.e.m. (amplitud \mathcal{E}_m) es igual al producto de la velocidad angular de giro del rotor ω por el valor de la amplitud del flujo magnético Φ_m :

$$\mathcal{E}_m = \omega\Phi_m. \quad (54.3)$$

3. El generador representado en la fig. 54.1 se llama *generador sincrónico de corriente alterna* porque la variación de la f.e.m. se produce simultáneamente (sincrónicamente) con el giro del rotor y sus frecuencias coinciden. La energía mecánica necesaria para hacer girar el rotor se toma de un *motor primario*, que puede ser una turbina o una máquina térmica. Por lo general, el rotor del generador se fija en el mismo árbol que el rotor del motor primario, el cual suele ser una turbina de vapor en los turbogeneradores de las centrales térmicas o una turbina hidráulica en los generadores de las centrales hidroeléctricas.

Los generadores más grandes del mundo se fabrican en la Unión Soviética. Las fábricas «Metálica» y «Electrosila» de Leningrado fabrican generadores hidráulicos de más de 500 MW y turbogeneradores de más de 800 MW en un solo grupo.

4. La corriente eléctrica que se produce por la acción de una f.e.m. que varía según la ley sinusoidal, recibe el nombre de *corriente alterna*. En esencia, esto son oscilaciones forzadas de la corriente en los circuitos eléctricos y, por eso, les aplicamos todos los resultados obtenidos en el cap. 53 al analizar las oscilaciones forzadas en los sistemas oscilatorios mecánicos. Para traducir las fórmulas allí obtenidas del «lenguaje mecánico» al «lenguaje de los circuitos eléctricos» se debe emplear la tabla 51.1.

No obstante, aquí conviene hacer una advertencia de principio. En el cap. 53 nos limitamos al estudio de las oscilaciones forzadas en sistemas con gran factor de calidad. Pero los circuitos de corriente alterna suelen tener un factor de calidad muy pequeño y que frecuentemente se aproxima a cero. A este tipo de circuitos pertenecen, por ejemplo, una resistencia con un condensador, una resistencia con una bobina, una resistencia independiente, etc. En estos circuitos son imposibles las oscilaciones libres, pero las forzadas se producen, como lo demuestra la experiencia. En este capítulo vamos a tratar principalmente de este tipo de circuitos.

§ 54.2. Circuito de corriente alterna

1. Conectemos en serie una lámpara de incandescencia cuya resistencia sea R , una batería de condensadores de capacidad C y una bobina de gran inductancia L (fig. 54.2). Si este circuito se conecta a los bornes de un generador de

corriente alterna, la lámpara se encenderá, lo que pone de manifiesto que por el circuito pasa corriente.

En este circuito actúan tres campos eléctricos alternativos. En primer lugar está el campo creado por la fuente exterior, es decir, el generador; este campo se caracteriza por la f.e.m. $e = \varepsilon_m \sin \omega t$ (véase (54.2)). En segundo lugar actúa el campo de la autoinducción, caracterizado por la f.e.m.

$e_L = -L \frac{di}{dt}$ (véase (43.16)). Y

finalmente actúa el campo de las cargas que se concentran en las placas del condensador; éste se caracteriza por la diferencia de potencial. Basándonos en la ley de Ohm para un trozo de circuito heterogéneo (véase (39.29)), tenemos

$$iR = e + e_L + \varphi_2 - \varphi_1. \quad (54.4)$$

2. Esta expresión se puede reducir a la forma

$$e = iR + (\varphi_1 - \varphi_2) - e_L = u_R + u_C + u_L. \quad (54.4)$$

Aquí la tensión en la resistencia óhmica

$$u_R = iR, \quad (54.6)$$

en la capacitancia

$$u_C = \varphi_1 - \varphi_2 = q/C \quad (54.7)$$

y en la inductancia

$$u_L = -e_L = L \frac{di}{dt}. \quad (54.8)$$

De este modo hemos modificado el carácter de la interpretación de los fenómenos en los circuitos de corriente alterna. En vez de la acción de tres campos sobre una resistencia óhmica, consideramos la acción de un campo exterior sobre tres resistencias: una óhmica R y dos reactancias—la capacitancia X_C y la inductancia X_L . Este modo de abordar el análisis de los fenómenos en los circuitos de corriente alterna es muy conveniente.

§ 54.3. Resistencia óhmica

1. Examinemos un circuito en el que la tensión en las reactancias sea mucho menor que la tensión en la resistencia óhmica. Esto es un circuito con resistencia óhmica. Omi-

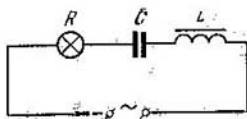


Fig. 54.2.

tiendo en (54.5) las magnitudes u_C y u_L , sustituimos e por su valor (54.2) y obtenemos

$$iR = \mathcal{E}_m \text{sen } \omega t. \quad (54.9)$$

Por consiguiente, las oscilaciones de la corriente se cumplen según la ley

$$i = I_m \text{sen } \omega t, \quad (54.10)$$

donde la amplitud de la corriente

$$I_m = \mathcal{E}_m/R. \quad (54.11)$$

2. Vemos que en el circuito con resistencia óhmica, bajo la acción de una f.e.m. sinusoidal, se producen oscilaciones armónicas de la corriente que tienen la frecuencia y la fase de las oscilaciones de la f.e.m. Las gráficas de las oscilaciones de la corriente y de la f.e.m. en este circuito se muestran en la fig. 54.3.

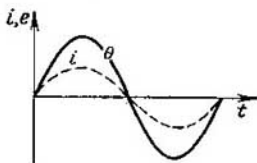


Fig. 54.3.

§ 54.4. Valores eficaces de la corriente y la tensión

1. En el circuito con resistencia óhmica tiene lugar una transformación irreversible de energía de la corriente eléctrica en energía interna del conductor, es decir, se desprende calor de Joule (§ 39.7). La potencia instantánea es el producto de los valores instantáneos de la corriente y de la f.e.m.:

$$p = ie = I_m^2 R \text{sen}^2 \omega t. \quad (54.12)$$

La gráfica de esta función se representa con línea continua en la fig. 54.4. Como término de comparación, en esta misma figura se muestra con línea de trazos la gráfica de la corriente. La amplitud de la potencia

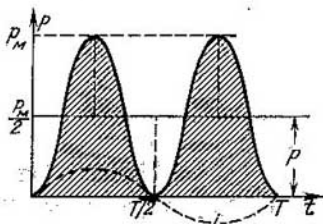


Fig. 54.4.

$$P_m = I_m^2 R. \quad (54.13)$$

2. Calculemos la potencia media por período de la corriente alterna. Con este fin hay que dividir por el período el trabajo realizado durante este tiempo (o sea, el calor de Joule que se desprende). Para calcular el trabajo utilizaremos la fig. 54.4.

De la definición de potencia (§ 16.5) se sigue que el trabajo elemental $\Delta A = p\Delta t$; el trabajo total viene representado por el área de la superficie limitada por la gráfica. De las propiedades de la senoide se deduce que el área de la superficie rayada debajo de la gráfica es igual al área del rectángulo cuya base es igual al período y su altura es la mitad de la amplitud de la potencia. Por lo tanto, el trabajo por período

$$A = (1/2) P_m T = (1/2) I_m^2 R T. \quad (54.14)$$

Y la potencia media

$$P = A/T = (1/2) P_m = (1/2) I_m^2 R. \quad (54.15)$$

3. Comparando la expresión (54.15) con la fórmula para el cálculo de la potencia de la corriente continua $P = I^2 R$, obtenemos que $I^2 R = 1/2 I_m^2 R$. De esto se desprende que

$$I = I_m / \sqrt{2}. \quad (54.16)$$

Por consiguiente, una corriente alterna de amplitud I_m es equivalente por su acción térmica (o mecánica) a una corriente continua $I = I_m / \sqrt{2}$. Esta magnitud se denomina *valor eficaz* de la corriente alterna. Respectivamente, las magnitudes

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m / \sqrt{2} \quad \text{y} \quad U = U_m / \sqrt{2}$$

se llaman valores efectivos de la f.e.m. y de la tensión.

§ 54.5. Capacitancia

1. Montemos un circuito análogo al representado en la fig. 54.2, pero sin bobina ($u_L = 0$), en el que la capacidad de la batería de condensadores y la resistencia de la lámpara de incandescencia estén elegidas de tal modo, que $u_C \gg u_R$. En este caso tendremos un circuito con capacitancia. La experiencia demuestra que las oscilaciones de la corriente en un circuito con capacitancia son armónicas y tienen la frecuencia de la f.e.m. excitatriz. Pero a diferencia del circuito con resistencia óhmica, en el que coinciden las fases

de las oscilaciones de la corriente y de la f.e.m., aquí las oscilaciones de la corriente se producen según la ley

$$i = I_m \operatorname{sen} (\omega t + \varphi). \quad (54.17)$$

Omitiendo en (54.5) u_L y u_R , por ser magnitudes pequeñas en comparación con u_C , y sustituyendo el valor de la f.e.m. externa en (54.2), obtenemos que $u_C = e = \mathcal{E}_m \operatorname{sen} \omega t$. Y comparando esto con (54.7), obtenemos la ley de las oscilaciones de la carga en las placas del condensador:

$$q = C\mathcal{E}_m \operatorname{sen} \omega t.$$

Derivando, se obtiene la ley de las oscilaciones de la corriente en el circuito:

$$\begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} = C\omega\mathcal{E}_m \cos \omega t = C\omega\mathcal{E}_m \operatorname{sen} \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \\ &= I_m \operatorname{sen} \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned}$$

2. Vemos que en el circuito con capacitancia pura las oscilaciones de la corriente adelantan en fase a las oscilacio-

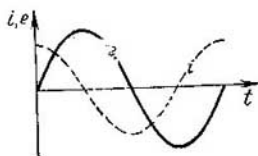


Fig. 54.5.

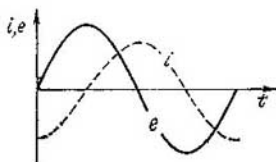


Fig. 54.6.

nes de la f.e.m. externa en $\varphi = \pi/2$. Está claro que, con la misma razón, se puede afirmar que las oscilaciones de la f.e.m. (y de la tensión en la capacitancia) se retrasan en fase en el mismo ángulo respecto de las oscilaciones de la corriente (fig. 54.5).

La relación entre las amplitudes de las oscilaciones de la corriente y de la f.e.m. se expresa así:

$$I_m = C\omega\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_m/X_C, \quad (54.18)$$

donde la capacitancia

$$X_C = 1/C\omega. \quad (54.19)$$

§ 54.6. Inductancia

1. Si en el dispositivo de la fig. 54.2 se cortacircuita la batería de condensadores, obtenemos un circuito con inductancia ($u_C = 0$, $u_L \gg u_R$). Según el oscilograma, en este circuito las oscilaciones de la corriente sufren un retraso de fase φ con respecto a las oscilaciones de la tensión (fig. 54.6). Los valores instantáneos de la corriente se expresan así:

$$i = I_m \operatorname{sen} (\omega t + \varphi). \quad (54.20)$$

Omitiendo en (54.5) u_C y u_R , por ser magnitudes pequeñas en comparación con u_L , obtenemos que $u_L = e = \mathcal{E}_m \operatorname{sen} \omega t$. Sustituyendo este valor de u_L en (54.8) y derivando (54.20), se obtiene

$$\mathcal{E}_m \operatorname{sen} \omega t = L\omega I_m \cos (\omega t + \varphi).$$

2. Esta igualdad se satisfará idénticamente (es decir, en cualquier instante) si $\mathcal{E}_m = L\omega I_m$ y $\varphi = -\pi/2$. Por consiguiente, en un circuito con inductancia pura las oscilaciones de la corriente presentan un retraso de fase $\varphi = -\pi/2$ respecto de las oscilaciones de la f.e.m. externa (o de la tensión en la inductancia).

La amplitud de la intensidad de la corriente

$$I_m = \mathcal{E}_m / L\omega = \mathcal{E}_m / X_L, \quad (54.21)$$

donde la inductancia

$$X_L = L\omega. \quad (54.22)$$

§ 54.7. Ley de Ohm para los circuitos de corriente alterna

1. Volvamos a considerar el circuito completo de corriente alterna (véase la fig. 54.2). En él la corriente es la misma en las tres resistencias conectadas en serie: $i = I_m \operatorname{sen} \omega t$. Las tensiones en estas resistencias son:

$$u_R = iR = I_m \operatorname{sen} \omega t,$$

$$u_C = I_m X_C \operatorname{sen} \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = -I_m X_C \cos \omega t, \quad (54.23)$$

$$u_L = I_m \operatorname{sen} \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = I_m X_L \cos \omega t.$$

De acuerdo con (54.5), la f.e.m. $e = \mathcal{E}_m \sin(\omega t + \varphi)$ es la suma de las oscilaciones de las tensiones (54.23). Pero

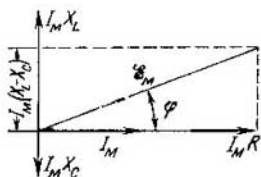


Fig. 54.7.

como estas oscilaciones difieren en fase, para su composición conviene utilizar el diagrama vectorial (§ 49.6). El diagrama vectorial de las tensiones se da en la fig. 54.7.

2. Aplicando el teorema de Pitágoras, obtenemos

$$\mathcal{E}_m = \sqrt{I_m^2 R^2 + I_m^2 (X_L - X_C)^2} \quad (54.24)$$

Como se ve, entre las amplitudes de las oscilaciones de la corriente y de la f.e.m. existe la relación

$$I_m = \mathcal{E}_m / Z, \quad (54.25)$$

en la que la magnitud

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad (54.26)$$

recibe el nombre de *impedancia* del circuito de corriente alterna. La expresión (54.25) se llama *ley de Ohm para los circuitos de corriente alterna*. Dividiendo el primero y el segundo miembro de esta expresión por \sqrt{Z} , resulta que esta ley también es correcta para los valores eficaces de la corriente y de la f.e.m.

3. El desfase entre las oscilaciones de la corriente y de la f.e.m. se puede hallar por medio del diagrama vectorial. De la fig. 54.7 se sigue:

$$\cos \varphi = I_m R / \mathcal{E}_m = R / Z. \quad (54.27)$$

4. De (54.26) se deduce que la amplitud de la corriente depende de la frecuencia de las oscilaciones de la f.e.m. La amplitud máxima de la corriente se alcanza con la condición de mínimo de la impedancia; o sea, cuando $L\omega - 1/(C\omega) = 0$. La frecuencia correspondiente a esto $\omega = \sqrt{1/CL} = \omega_0$ es igual a la frecuencia propia del circuito. Por lo tanto, la amplitud máxima de la corriente se obtiene en la resonancia.

§ 54.8. Potencia de la corriente alterna

1. En un circuito completo de corriente alterna las transformaciones irreversibles de la energía sólo se producen en la resistencia óhmica R , mientras que la impedancia Z limita la magnitud de la amplitud de la corriente. Para calcular la potencia activa, es decir, la potencia media de las transformaciones irreversibles de la energía en el circuito de corriente alterna, utilizaremos la expresión (54.15). Haciendo la sustitución $I_m = \mathcal{E}_m/Z$ (54.25), se obtiene

$$P = \frac{1}{2} I_m \frac{\mathcal{E}_m}{Z} R = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}} \frac{R}{Z}.$$

Pero los dos primeros factores son los valores eficaces de la corriente y de la f.e.m. (§ 54.4), y el último factor $R/Z = \cos \varphi$ (véase (54.27)). Por consiguiente, la potencia activa

$$P = I\mathcal{E} \cos \varphi. \quad (54.28)$$

2. El factor $R/Z = \cos \varphi$ se llama *factor de potencia* y desempeña un papel importante en electrotecnia. En efecto, si en el circuito existe un desfase grande entre las oscilaciones de la corriente y de la f.e.m., el factor de potencia será pequeño y la carga consumirá poca potencia activa del generador. Pero el generador debe producir la potencia total.

$$S = I\mathcal{E}. \quad (54.29)$$

Esta misma potencia tiene que comunicarle al generador el motor primario. Por lo tanto, cuando el factor de potencia es bajo, la carga sólo consume una parte de la energía que produce el generador. La energía restante se transvasa periódicamente del generador al consumidor y viceversa y se disipa en las líneas de transporte de energía.

3. De la expresión (54.28) se sigue que el máximo de energía de la fuente de f.e.m. excitatriz lo consume un sistema con reglaje de resonancia. Efectivamente, en este caso $\cos \varphi = 1$ y la amplitud de la corriente resulta ser máxima. El mismo resultado lo hubiéramos obtenido haciendo el cálculo para un sistema oscilatorio mecánico.

§ 54.9. Transformador

1. Con frecuencia es necesario alimentar de una misma fuente de corriente alterna aparatos calculados para tensiones diferentes. Por ejemplo, cuando un televisor se conecta a la red de 220 V de tensión, el caldeo de las válvulas debe

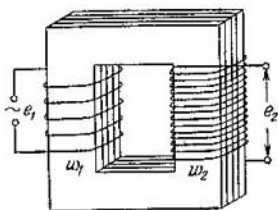


Fig. 54.8.

funcionar con una tensión de 6,3 V, los ánodos con tensiones de 200 a 500 V, y el tubo de rayos catódicos requiere 15 000 V. Por consiguiente, en el televisor hay que instalar uno o más transformadores—aparatos que sirven para variar la tensión de la corriente alterna.

La estructura de un transformador se muestra en la fig. 54.8. El núcleo del transformador está hecho de láminas de acero especial para transformadores, cuya fuerza coercitiva es pequeña. Sobre el núcleo se monta un arrollamiento primario, con número de espiras w_1 , y un arrollamiento secundario, con número de espiras w_2 (o varios arrollamientos secundarios).

2. Se dice que el transformador funciona en vacío cuando el secundario está desconectado. En este caso, si el transformador está bien construido, por el arrollamiento primario pasa una corriente de marcha en vacío muy pequeña; el transformador consume una potencia de funcionamiento en vacío P_{xx} pequeña, que prácticamente coincide con la potencia que se gasta en reimanar el núcleo. Estas son pérdidas en histéresis, llamadas, también pérdidas en el hierro P_h . Así.

$$P_{xx} \approx P_h. \quad (54.30)$$

3. Calculemos la tensión en los arrollamientos. A expensas de la corriente de funcionamiento en vacío se produce la reimanación del núcleo; por consiguiente, ambos arrollamientos son atravesados por el flujo magnético alternativo Φ ; según la ley de Faraday (véase (43.10)),

$$e_1 = -w_1 \frac{d\Phi}{dt},$$

$$e_2 = -w_2 \frac{d\Phi}{dt},$$

de donde se sigue que las f.e.m. inducidas son proporcionales al número de espiras de los arrollamientos:

$$e_1/e_2 = w_1/w_2 = k. \quad (54.13)$$

Aquí $k = w_1/w_2$ es la relación de transformación. En los transformadores elevadores el número de espiras del secundario es mayor que el número de espiras del primario: $w_2 > w_1$, por consiguiente, del arrollamiento secundario se saca una tensión mayor que la que se aplica al primario.

4. Cuando el secundario se conecta a una carga activa, en él se produce una corriente cuyo valor eficaz designaremos por I_2 ; la tensión en los bornes del arrollamiento será igual a U_2 , y el desfase, φ_2 . Por la ley de Lenz, la corriente del secundario se opone a que varíe el flujo magnético en el núcleo. Como resultado de esto disminuye la inductancia del primario y aumenta la corriente en él. El valor eficaz de la corriente en el primario del transformador con carga es mayor que la corriente de funcionamiento en vacío: $I_1 > I_{xx}$.

Por la ley de conservación de la energía tenemos que

$$P_2 = P_1 - P_{\text{cob}} - P_{\text{h}}. \quad (54.32)$$

Aquí $P_2 = I_2 U_2 \cos \varphi_2$ es la potencia que se consume del secundario; $P_1 = I_1 U_1 \cos \varphi_1$, la potencia de la red que consume el primario; $P_{\text{cob}} = I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2$ son las «pérdidas en el cobre», es decir, en calor de Joule en los arrollamientos, cuyas resistencias óhmicas son r_1 y r_2 , y, finalmente, P_{h} son las «pérdidas en el hierro», o sea, en la reimanación del núcleo.

El rendimiento del transformador

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{\text{cob}} + P_{\text{h}}}. \quad (54.33)$$

5. Cuando las cargas están próximas al valor nominal, el rendimiento de los transformadores es muy elevado—del orden del 90—95%— y el desfase es casi nulo. La tensión en los bornes difiere poco de la f.e.m., ya que las resistencias óhmicas de los arrollamientos son relativamente pequeñas. En estas condiciones la igualdad (54.31), correcta para la

f.e.m., resulta ser aproximadamente correcta para las tensiones en los bornes de los arrollamientos:

$$U_1/U_2 \approx w_1/w_2 = k. \quad (54.34)$$

§ 54.10. Transmisión de la energía a distancia

1. Al transmitir la energía eléctrica del generador al consumidor, las pérdidas en calentamiento de los conductores son inevitables. Veamos las vías que existen para disminuir estas pérdidas.

Sea U la tensión con que trabaja el consumidor de energía (carga), $\cos \varphi$ el factor de potencia, y P la potencia de la carga. La longitud de la línea de transporte de energía (LTE) es l , y la sección de los conductores, S ; entonces la resistencia de la línea bifilar será $R = 2\rho l/S$. La pérdida de potencia en los conductores $\Delta P = I^2 R$. Y, como quiera que $I = P/(U \cos \varphi)$,

$$\Delta P = \frac{2\rho l P^2}{S U^2 \cos^2 \varphi}. \quad (54.35)$$

2. Vemos que para una potencia dada P de la carga y una longitud determinada l de la línea de transporte, las pérdidas se pueden disminuir principalmente aumentando la tensión y el factor de potencia. En efecto, el material de los conductores viene dado prácticamente (cobre o aluminio) y el aumentar la sección de éstos no es conveniente, ya que acarrearía dificultades de construcción y mayores gastos de metal, es decir, encarecería la LTE.

La elevación del factor de potencia es muy eficaz. Así, su aumento de $\cos \varphi_1 = 0,63$ a $\cos \varphi_2 = 0,88$ permite reducir las pérdidas a la mitad. Pero el método más eficiente de disminuir las pérdidas en calor de Joule en las LTE es la elevación de la tensión de consumo, como se puede ver en la expresión (54.35). Por eso en las LTE largas se utilizan altas tensiones —de decenas a centenares de kilovoltios. Así, el transporte de energía desde la central hidroeléctrica «Lenin» de Kuibishev hasta Moscú se efectúa por una LTE de 400 kV de tensión, y desde la central hidroeléctrica «XXII Congreso del PCUS» de Volgogrado, a la tensión de 500 kV.

Capítulo 55

ONDAS ELÁSTICAS

§ 55.1. Ondas transversales y longitudinales

1. Las oscilaciones que se producen en un punto cualquiera de un medio elástico se transmiten a los puntos vecinos, los cuales también empiezan a oscilar. El proceso de transmisión de las oscilaciones de un punto a otro es característico no solamente de los medios elásticos, sino también del campo electromagnético (cap. 59).

Se llaman *ondas* las perturbaciones del estado de una substancia o de un campo que se propagan en el espacio. Las oscilaciones de la substancia originan una *onda elástica*; las del campo electromagnético, una *onda electromagnética*.

2. En un tubo largo, lleno de un gas o de un líquido, introducimos un émbolo que realiza oscilaciones armónicas (fig. 55.1). Las oscilaciones de este émbolo, en virtud de la



Fig. 55.1.

acción de las fuerzas de la elasticidad, se transmiten al gas, con lo que a lo largo del tubo se propaga una onda elástica. Esta onda constituye un sistema de regiones de compresión y enrarecimiento del medio que cambian periódicamente su estado: si en cierto instante se observa en un punto cualquiera del medio una compresión y en el vecino un enrarecimiento, al cabo de medio período en la primera región se producirá el enrarecimiento y en la segunda, la compresión y así sucesivamente.

Advertimos que en este caso las oscilaciones de las partículas del medio elástico se efectúan en la misma dirección en que se transmiten las oscilaciones de capa en capa, es decir, a lo largo de la dirección en que se propaga la onda. Cuando las oscilaciones de las partículas se producen a lo largo de la dirección en que se propaga la onda, se dice que ésta es *longitudinal*.

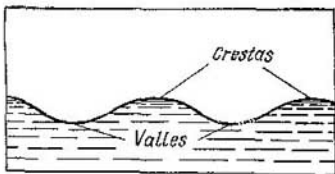


Fig. 55.2.

Las ondas que se producen en la superficie de un líquido no se deben a la elasticidad del medio, sino a las fuerzas de la tensión superficial o a la gravedad. La peculiaridad de estas ondas consiste en que las partículas del líquido oscilan en dirección vertical, mientras que la onda se propaga en un plano horizontal. La forma de las ondas en la superficie del líquido se muestra en la fig. 55.2. Cuando las oscilaciones de

las partículas del medio son perpendiculares a la dirección en que se propaga la onda, ésta recibe el nombre de *transversal*.

En los sólidos son posibles tanto las ondas longitudinales como las transversales. La onda longitudinal se produce como resultado de una deformación por compresión o enrarecimiento, lo mismo que en los gases y en los líquidos. La onda transversal se debe a una deformación por cizallamiento. Los gases y los líquidos carecen de elasticidad al cizallamiento y en ellos no se producen ondas transversales.

3. Se llama *superficie* o *frente de onda* el lugar geométrico de los puntos que oscilan siempre igual, es decir, en una misma fase. Si las superficies de onda son planos perpendiculares a la dirección en que se propaga la onda, las ondas se llaman *planas*.

De ejemplo de ondas *esféricas* pueden servir las ondas que se producen en el aire alrededor de una pequeña fuente isotropa de sonido, verbigracia, en torno a una campanilla.

4. *Rayo* es la línea cuya tangente en cada uno de sus puntos coincide con la dirección de propagación de la onda, es decir, con la dirección del transporte de energía. En un medio homogéneo el rayo es una recta perpendicular al frente de onda.

Así, por ejemplo, si la onda es excitada por una fuente puntual, el frente de onda tiene forma de esfera y los rayos son rectas radiales.

§ 55.2. Velocidad de las ondas elásticas

1. Las ondas elásticas de gran amplitud se llaman *ondas de choque*; las de amplitud pequeña (u ondas de perturbaciones pequeñas), ondas *sonoras* o *acústicas*. En el § 30.5 se obtuvieron para la velocidad de las ondas acústicas en los gases las expresiones (30.13) y (30.18):

$$a = \sqrt{dp/d\rho} = \sqrt{\gamma RT/M}. \quad (55.1)$$

En el aire

$$a = 20\sqrt{T}. \quad (55.2)$$

Para $T = 273 \text{ K}$ se obtiene $a = 330 \text{ m/s}$, y para $T = 293 \text{ K}$ tenemos $a = 343 \text{ m/s}$, lo que concuerda bien con los resultados experimentales.

2. La velocidad de las ondas sonoras en los sólidos y en los líquidos depende de la compresibilidad (elasticidad) y de la densidad de éstos. Para demostrarlo utilizaremos los datos del § 31.1. De las fórmulas (31.3) y (31.4) obtenemos la expresión de la velocidad de propagación de la onda *longitudinal* elástica (onda *P*):

$$a_P = \sqrt{dp/d\rho} = \sqrt{1/\beta\rho} = \sqrt{K/\rho}. \quad (55.3)$$

Utilizando los valores que da la tabla 31.1, se obtiene: en el agua $a = 1430$ m/s, en el cobre $a = 3910$ m/s, en el aluminio $a = 4880$ m/s, etc.

3. Para calcular la velocidad de la onda *transversal* (onda *S*) en los sólidos, en (55.3) se debe sustituir el módulo de compresibilidad K por el módulo de rigidez G :

$$a_S = \sqrt{G/\rho}. \quad (55.4)$$

El módulo de rigidez es, aproximadamente, 2—4 veces menor que el de compresibilidad, por lo que la velocidad de las ondas transversales es, aproximadamente, 1,5 veces menor que la velocidad de las ondas longitudinales. La experiencia confirma este resultado. Así, en el granito, la velocidad de la onda longitudinal $a_P = 5400$ m/s y la de la transversal $a_S = 3300$ m/s; en el basalto $a_P = 6300$ m/s y $a_S = 3700$ m/s.

En esta diferencia de velocidades se basan los métodos de prospección sísmica de minerales. En un barreno practicado en el subsuelo se hace explotar una carga; el instante inicial de la explosión se registra por medio de un captador. Las ondas reflejadas en distintas regiones del terreno se registran en un conjunto de sismógrafos, desde los cuales se transmiten las oscilaciones a una estación sísmica. En ésta se amplifican y, junto con las señales de tiempo, se inscriben en una cinta. El análisis de los sismogramas permite formarse una idea de cómo están distribuidos los minerales. Este método se utiliza mucho en la prospección del petróleo, gas, minerales, etc.

4. Si la onda longitudinal se propaga por una varilla, y no en un medio de extensión ilimitada, en la expresión (55.3) hay que sustituir el módulo de compresibilidad K por el de Young E :

$$a_P = \sqrt{E/\rho}. \quad (55.5)$$

Para el acero, por ejemplo, $E = 21,0 \cdot 10^{10}$ Pa, $\rho = 7,8 \cdot 10^3$ kg/m³ y, por consiguiente, $a_P = 5100$ m/s.

§ 55.3. Energía e intensidad de una onda

1. Aislamos mentalmente cierta región de un medio elástico, de volumen V , en el cual se propague una onda de amplitud A y frecuencia ω . La energía en este volumen $W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$ (véase (49.17)). Dividiéndola por el volumen, obtenemos la expresión de la densidad media de la energía de la onda:

$$\bar{w} = \bar{W}/V = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2, \quad (55.6)$$

donde ρ es la densidad del medio.

2. Se llama *intensidad de una onda* la magnitud igual a la energía que por término medio transporta la onda a través de la unidad de superficie en la unidad de tiempo:

$$I = \frac{\Delta W}{S \Delta t} = \frac{P}{S}, \quad (55.7)$$

siendo P la potencia de la onda. Supongamos que $\Delta t \gg T$, donde T es el período de las oscilaciones. Durante el tiempo Δt pasará a través de la superficie la energía contenida en el volumen $\Delta V = Su \Delta t$, en el que u es la velocidad de la onda; la energía $\Delta W = \bar{w} \Delta V = \bar{w} S u \Delta t$. Sustituyendo en (55.7), y después de hacer simplificaciones, se obtiene

$$I = \bar{w} u = \frac{1}{2} \rho u \omega^2 A^2. \quad (55.8)$$

3. La magnitud igual al producto de la densidad del medio por la velocidad del sonido en él

$$z = \rho u, \quad (55.9)$$

se llama *impedancia acústica* y caracteriza las propiedades ondulatorias de éste (§ 56.6).

§ 55.4. Amortiguamiento de las ondas

1. Las ondas elásticas siempre son absorbidas por la substancia, con la particularidad de que el grado de absorción depende de muchos factores. Deduzcamos la ley de la absorción de las ondas planas (de rayos paralelos). Para la luz esta ley fue descubierta y fundamentada por P. Bouguer en 1729.

Supongamos que la onda plana pasa por una capa de substancia cuyo espesor es x . La intensidad de la onda varía desde la magnitud I_0 hasta $I < I_0$. Llamaremos *transparen-*

cia D de la capa dada de substancia para esta onda a la razón de la intensidad de la onda transmitida a la intensidad inicial:

$$D = I/I_0. \quad (55.10)$$

Admitamos que la transparencia de la capa dada de substancia sólo depende de su espesor, y no de la intensidad de la onda:

$$D = f(x). \quad (55.11)$$

Supongamos ahora que la onda pasa a través de dos láminas, cuyos espesores sean x_1 y x_2 , apretadas una contra otra de tal

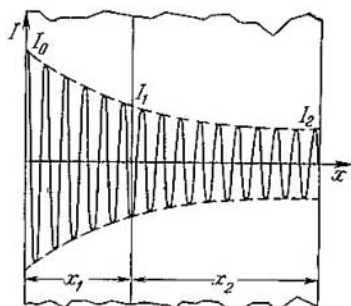


Fig. 55.3.

modo que pueda despreciarse la reflexión en el límite de separación entre ellas (fig. 55.3). Al salir de la primera lámina, la onda tendrá la intensidad $I_1 = I_0 f(x_1)$, y después de salir de la segunda, la intensidad

$$I_2 = I_1 f(x_2) = I_0 f(x_1) f(x_2). \quad (55.12)$$

Pero este sistema de láminas se puede considerar como una sola lámina de espesor $x = x_1 + x_2$. Por consiguiente,

$$I_2 = I_0 f(x_1 + x_2). \quad (55.13)$$

Comparando ambas igualdades obtenemos la ecuación funcional

$$f(x_1) f(x_2) = f(x_1 + x_2). \quad (55.14)$$

No es difícil comprobar que esta ecuación funcional puede ser satisfecha por la función exponencial $f(x) = a^{\alpha x}$. Elija-
mos como base el número $a = 2$. Teniendo en cuenta que $f(x)$ es una función decreciente, vemos que el coeficiente α que figura en el exponente debe ser un número negativo: $\alpha = -1/L$. Entonces la función buscada toma la forma

$$f(x) = 2^{-x/L}. \quad (55.15)$$

2. La ley del amortiguamiento de las ondas planas (ley de Bourguier) se escribe así:

$$I = I_0 \cdot 2^{-x/L}. \quad (55.16)$$

o, de otro modo,

$$I = I_0 e^{-\mu x}. \quad (55.17)$$

La magnitud L se llama *capa de semiabsorción*. En efecto, si la onda atraviesa una capa de espesor $x = L$, $I = I_0 \cdot 2^{-1} = \frac{1}{2} I_0$, es decir, la intensidad de la onda se reduce a la

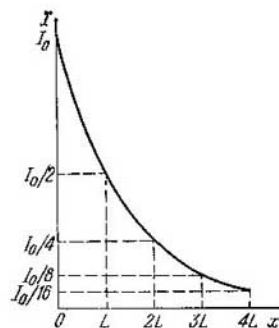


Fig. 55.4.

mitad. El coeficiente lineal de absorción $\mu = 0,69/L$. La gráfica de la ley de absorción se muestra en la fig. 55.4.

La suposición de que la transparencia de la capa del medio es independiente de la intensidad de la onda desempeña un papel importante en la deducción de la ley de la absorción. En el caso en que la transparencia depende de la intensidad, la ley de la absorción no se expresa ya por la fórmula (55.16). Esto ocurre principalmente con las ondas de choque.

Capítulo 56

ECUACIÓN DE LA ONDA

§ 56.1. Longitud de onda

1. Montemos el dispositivo representado en la fig. 56.1. La tensión sinusoidal del generador de ondas acústicas se hace llegar al altavoz electrodinámico y, al mismo tiempo, a una de las entradas del oscilógrafo de doble haz, en cuya

pantalla se ve el oscilograma de esta oscilación. Las oscilaciones del difusor del altavoz excitan una onda elástica en el aire. La onda elástica plana que se produce llega al micrófono y hace que oscile su membrana. Las oscilaciones acústicas se transforman en eléctricas y se transmiten a la segunda

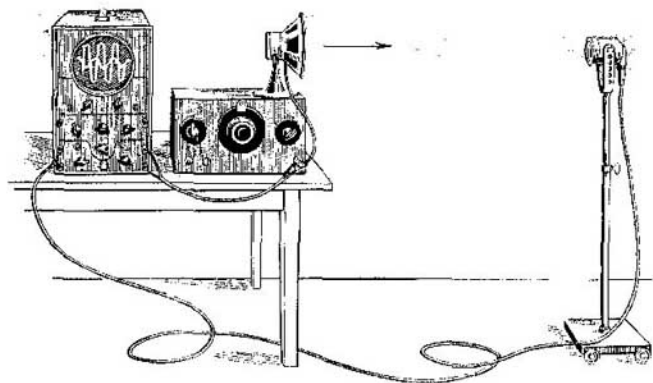


Fig. 56.1.

entrada del oscilógrafo. En su pantalla aparece un segundo oscilograma, correspondiente a las oscilaciones del frente de onda cerca del micrófono. Trasladando el micrófono se puede estudiar el carácter de las oscilaciones en cada frente de onda.

La experiencia demuestra que las frecuencias de ambas oscilaciones coinciden, como se ve en el oscilograma, pero la fase de las oscilaciones del frente de onda difiere de la fase de las oscilaciones del difusor. Supongamos que la temperatura del aire $t \approx 17^\circ \text{C}$, la velocidad del sonido $a \approx 340 \text{ m/s}$ y que el generador funciona con la frecuencia $\nu = 500 \text{ Hz}$. En este caso resulta que si la distancia entre el difusor y el micrófono $x_1 = 17 \text{ cm}$, el desfase entre las oscilaciones del difusor y de la onda junto al micrófono $\Delta\varphi_1 = \pi/2$, y si $x_2 = 34 \text{ cm}$, se obtiene el desfase $\Delta\varphi_2 = \pi$, es decir, la fase pasa a ser oposición de fase. Finalmente, cuando $x_3 = 68 \text{ cm}$, la diferencia de fase $\Delta\varphi_3 = 2\pi$, o sea,

las oscilaciones del frente de onda y del difusor se producen siempre en concordancia de fase. Si se sigue alejando el micrófono, el fenómeno se repite, por ejemplo, cuando $x_4 = 136$ cm, el desfase $\Delta\varphi_4 = 4\pi$, es decir, otra vez las oscilaciones de la fuente y del frente de onda estarán en concordancia de fase y así sucesivamente.

2. Este fenómeno se explica por el valor finito de la velocidad de la onda. En efecto, si el frente de onda se encuentra a la distancia x del difusor, las oscilaciones en esta región se originan con el retraso

$$\Delta t = x/u, \quad (56.1)$$

donde u es la velocidad de la onda sinusoidal. Este retraso se conserva todo el tiempo en forma de retardo de fase $\Delta\varphi$. Su valor se puede hallar teniendo en cuenta que durante un período T la fase varía en 2π :

$$\Delta\varphi/\Delta t = 2\pi/T.$$

Sustituyendo el valor Δt de (56.1), obtenemos que

$$\Delta\varphi = 2\pi x/uT = 2\pi x/\lambda, \quad (56.2)$$

3. La magnitud

$$\lambda = uT = u/v = 2\pi u/\omega \quad (56.3)$$

se llama *longitud de onda*. Si en (56.2) se supone $x = \lambda$, obtenemos que $\Delta\varphi = 2\pi$. Por consiguiente, si la distancia entre dos puntos oscilantes (o dos frentes de onda) es igual a la longitud de onda, estos puntos oscilan en la misma fase.

Así, pues, *recibe el nombre de longitud de onda la distancia entre los dos puntos más próximos que oscilan todo el tiempo en la misma fase* (es decir, con un desfase $\Delta\varphi = 2\pi$). Más concreto, *la longitud de onda es el período espacial*, análogo al período de tiempo T .

§ 56.2. Ecuación de la onda plana

1. Supongamos que las oscilaciones del difusor se definen por la ecuación

$$s_0 = A \cos(\omega t + \varphi). \quad (56.4)$$

Entonces las oscilaciones del frente de onda, que se encuentra del difusor a la distancia x , se expresarán así: $s = A \cos[\omega(t - \Delta t) + \varphi]$. Aquí hemos omitido el amorti-

guamiento de la onda. Sustituyendo el valor Δt de (56.1), obtenemos

$$s = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{u} \right) + \varphi \right]. \quad (56.5)$$

Esta es la ecuación de la onda sinusoidal plana que se propaga a lo largo del eje de abscisas.

2. La magnitud

$$k = \omega/u \quad (56.6)$$

se llama *número de onda*. Comparándola con (56.3), obtenemos

$$k = 2\pi/\lambda \quad (56.7)$$

El número de onda indica cuántas longitudes de onda entran en una distancia igual a 2π metros. Esto es análogo a la

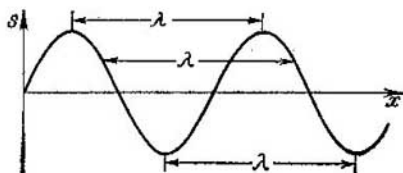


Fig. 56.2.

frecuencia angular ω que indica cuántos períodos entran en un intervalo de tiempo igual a 2π segundos (§ 49.2).

3. Abriendo paréntesis en (56.5) y tomando en consideración (56.6), obtenemos la ecuación de la onda sinusoidal plana de una forma más simétrica:

$$s = A \cos (\omega t - kx + \varphi). \quad (56.8)$$

De esta ecuación se desprende:

a) La ley de la elongación para un punto determinado ($x = x_0 = \text{const}$) en distintos instantes; se obtiene la oscilación armónica

$$s = A \cos (\omega t + \alpha), \text{ en la que } \alpha = \varphi - kx_0.$$

b) El carácter de la distribución de las elongaciones de todos los puntos en un instante determinado ($t = t_0 = \text{const}$); se obtiene la expresión

$$s = A \cos(kx + \beta), \text{ en la que } \beta = -(\omega t_0 + \varphi).$$

La gráfica de esta función para $\beta = -\pi/2$ se muestra en la fig. 56.2.

§ 56.3. Ecuación de la onda esférica

1. Supongamos que en el aire se propaga una onda esférica excitada por una fuente pequeña (cuya forma es preferible que sea esférica). Admitamos que el radio de la fuente es r_0 ; la distancia desde su centro hasta el micrófono, $r > r_0$; la amplitud de las oscilaciones de la onda en la superficie de la fuente, A_0 , y la amplitud de la onda junto al micrófono, A .

Trasladando el micrófono de un punto a otro obtenemos que el carácter de la variación de la fase es el mismo que en el caso de la onda plana. Pero si en la experiencia con la onda plana la amplitud prácticamente no variaba, aquí la amplitud decrece en proporción inversa a la distancia de la fuente al micrófono, aunque la absorción por el aire se puede despreciar en este caso.

2. El resultado obtenido está de acuerdo con la ley de conservación de la energía. Para demostrarlo calcularemos la energía total que la onda transporta por segundo a través de una superficie esférica de radio r . Según (55.9) y (55.10) tenemos que

$$P = \frac{W}{t} = IS = \frac{1}{2} \rho u \omega^2 A^2 \cdot 4\pi r^2. \quad (56.9)$$

En la superficie de la fuente

$$P = 2\pi r_0 u \omega^2 A_0^2 r_0^2.$$

Igualando estas expresiones de la potencia, obtenemos que

$$A = A_0 r_0 / r. \quad (56.10)$$

La ecuación de la onda esférica tiene la forma

$$s = A \cos(\omega t - kr + \varphi) = \frac{A_0 r_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi). \quad (56.11)$$

3. La expresión de la intensidad de la onda esférica la obtenemos sustituyendo (56.10) en (55.8):

$$I = \frac{1}{2} \rho u \omega^2 \frac{A_0^2 r_0^2}{r^2} = \frac{I_0 r_0^2}{r^2}. \quad (56.12)$$

Aquí $I_0 = \frac{1}{2} \rho u \omega^2 A_0^2$ es la intensidad de la onda en la superficie de la fuente esférica. Vemos que la intensidad de la onda esférica disminuye en proporción inversa al cuadrado de la distancia a la fuente.

§ 56.4. Efecto Doppler en acústica

1. Hasta ahora hemos considerado que la frecuencia de las oscilaciones de la fuente ω_0 , la frecuencia de la onda ω y la frecuencia de las oscilaciones ω' registrada por el receptor (por ejemplo, el micrófono) eran iguales entre sí: $\omega = \omega' = \omega_0$. Por eso no distinguíamos dichas frecuencias y las designábamos simplemente por ω . Pero resulta que esto sólo es correcto cuando la fuente y el receptor están en reposo con respecto al medio en que se propaga la onda. Si la fuente o el receptor se mueven con respecto al medio $\omega \neq \omega_0$ ó $\omega' \neq \omega_0$. Este fenómeno fue descubierto por Christian Doppler en 1842.

2. Supongamos que la fuente de ondas se mueve con respecto al medio y que el receptor está en reposo. A la velocidad de la fuente con respecto al medio la llamaremos v ; ésta debe ser menor que la velocidad de la onda ($v < u$), ya que de lo contrario se complica el fenómeno a causa de las ondas de choque. El movimiento de la fuente hace que varíe la longitud de onda: en el sentido del movimiento, disminuye y es igual a $\lambda = (u - v) T$; en el sentido contrario, aumenta en comparación con la longitud de la onda que emitiría la fuente si estuviera en reposo, y es igual a $\lambda = (u + v) T$ (véase el § 30.7, fig. 30.4). La velocidad de la onda viene determinada únicamente por las propiedades elásticas del medio (§ 55.4), el movimiento de la fuente no influye en ella.

La relación entre la longitud de onda λ en el sentido del movimiento de la fuente, y la longitud de la onda λ_0 que emite la fuente en reposo, se expresa así:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{u - v}{u}. \quad (56.13)$$

Para la longitud de onda en sentido contrario al del movimiento de la fuente

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{u + v}{u}. \quad (56.14)$$

De acuerdo con (56.3) tenemos que $\lambda = 2\pi u/\omega$ y $\lambda_0 = 2\pi u/\omega_0$. Sustituyendo en (56.13) y (56.14) obtenemos la expresión para la frecuencia angular que el receptor en reposo con respecto al medio registra en el caso en que se mueve la fuente:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{\omega_0}{1 - v/u} \quad (\text{cuando la fuente se acerca}), \\ \omega &= \frac{\omega_0}{1 + v/u} \quad (\text{cuando la fuente se aleja}). \end{aligned} \quad (56.15)$$

3. Si la fuente está en reposo y el receptor se mueve respecto del medio con la velocidad v , también se observa que la frecuencia varía, pero por otra causa. En este caso la longitud de onda no cambia, puesto que la fuente está en reposo: $\lambda = \lambda_0$. Pero la velocidad de la onda w con respecto al receptor que se mueve es igual a la suma algebraica de

la velocidad de la onda u y la velocidad del receptor respecto del medio v :

$$\begin{aligned} w &= u + v \text{ (cuando el receptor se acerca),} \\ w &= u - v \text{ (cuando el receptor se aleja).} \end{aligned} \quad (56.16)$$

De acuerdo con (56.3) tenemos para la frecuencia angular que registra el receptor

$$\omega' = 2\pi w/\lambda. \quad (56.17)$$

Comparándola con (56.16) y teniendo en cuenta que $\omega_0 = 2\pi u/\lambda$ (puesto que $\lambda = \lambda_0$), obtenemos que

$$\begin{aligned} \omega' &= \omega_0 (1 + v/u) \text{ (cuando el receptor se acerca),} \\ \omega' &= \omega_0 (1 - v/u) \text{ (cuando el receptor se aleja).} \end{aligned} \quad (56.18)$$

4. Vemos que, al moverse, la fuente y el receptor ocasionan distintas variaciones de la frecuencia registrada. Esto se aprecia especialmente cuando la velocidad de la fuente o del receptor se aproxima a la velocidad de la onda.

Sea, por ejemplo, $v = 0,9u$. Entonces, si la fuente se aproxima al receptor en reposo, de (56.15) obtenemos que $\omega = 10\omega_0$; en cambio, cuando el receptor se acerca a la fuente en reposo, de (56.18) resulta que $\omega' = 1,9\omega_0 \approx 3\omega_0$, es decir, ω' es cinco veces menor que ω .

A primera vista puede parecer que esto contradice el principio de la relatividad: ¿qué más da que lo que se mueva sea la fuente o el receptor? Pero es que aquí lo que influye no es el movimiento relativo entre la fuente y el receptor, sino el de estos respecto del medio elástico en que se produce la onda y al cual está asociado el sistema de referencia. Más adelante estudiaremos el efecto Doppler para las ondas electromagnéticas (§ 59.8) y veremos cómo entonces el fenómeno se desarrolla exactamente lo mismo cuando se mueve la fuente que cuando se mueve el receptor.

§ 56.5. Reflexión y refracción de las ondas

1. La experiencia demuestra que en el límite de separación de dos medios (dióptrico) una onda se divide en dos, una reflejada y otra refractada. Veamos las direcciones que toman las ondas reflejada y refractada en el caso en que la onda incidente llega oblicuamente al límite de separación.

En la fig. 56.3 se muestran dos medios en los cuales la velocidad de la onda es igual a u_1 y u_2 respectivamente. Aquí el ángulo de incidencia α_1 , el ángulo de reflexión α_{refl} y el ángulo de refracción α_2 son los ángulos que forman los rayos respectivos (§ 55.1) con la normal al límite de separación.

2. Escribamos las ecuaciones de las tres ondas:

$$s_1 = A_1 \cos (\omega t - k_1 r_1),$$

$$s_2 = A_2 \cos (\omega t - k_2 r_2),$$

$$s_{\text{refl}} = A_{\text{refl}} \cos (\omega t - k_{\text{refl}} r_{\text{refl}} + \varphi) = \pm A_{\text{refl}} \cos (\omega t - k_{\text{refl}} r_{\text{refl}}). \quad (56.19)$$

La aparición en la onda reflejada del desplazamiento de fase φ se debe a que en la reflexión puede variar la fase de la onda. Como aquí pueden ocurrir dos casos, $\omega = 0$ y $\varphi = \pi$, hemos tenido esto en cuenta poniendo dos signos a la amplitud de la onda reflejada. Como se ve en la fig. 56.3, para un punto arbitrario M del rayo incidente es correcta la relación

$$MN = MK + KN.$$

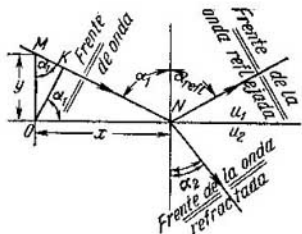


Fig. 56.3.

Pero $MN = r_1$, $MK = y \cos \alpha_1$ y $KN = x \sin \alpha_1$, por consiguiente, $r_1 = x \sin \alpha_1 + y \cos \alpha_1$. Esta condición sirve también tanto para el rayo reflejado como para el refractado. Así,

$$r_1 = x \sin \alpha_1 + y \cos \alpha_1,$$

$$r_2 = x \sin \alpha_2 + y \cos \alpha_2, \quad (56.20)$$

$$r_{\text{refl}} = x \sin \alpha_{\text{refl}} + y \cos \alpha_{\text{refl}}.$$

Las ecuaciones de las tres ondas toman la forma

$$s_1 = A_1 \cos (\omega t - k_1 x \sin \alpha_1 - k_1 y \cos \alpha_1),$$

$$s_2 = A_2 \cos (\omega t - k_2 x \sin \alpha_2 - k_2 y \cos \alpha_2), \quad (56.21)$$

$$s_{\text{refl}} = A_{\text{refl}} \cos (\omega t - k_{\text{refl}} x \sin \alpha_{\text{refl}} - k_{\text{refl}} y \cos \alpha_{\text{refl}}).$$

3. En el límite de separación, donde la onda se divide en reflejada y refractada, debe cumplirse la condición de igualdad de las elongaciones en cualquier punto de dicho límite, llamada también *condición de continuidad*:

$$s_1 + s_{\text{refl}} = s_2, \quad (56.22)$$

es decir, la elongación de un punto en la onda refractada (s_2) es igual a la suma algebraica de las elongaciones provocadas por las ondas incidente (s_1) y reflejada (s_{refl}). Sustituyendo los valores de las elongaciones (56.21) en la condición de continuidad (56.22) y teniendo en cuenta que en el límite de separación de los dos medios la ordenada $y = 0$, obtenemos:

$$A_1 \cos(\omega t - k_1 x \sin \alpha_1) \pm A_{\text{refl}} \cos(\omega t - k_{\text{refl}} x \sin \alpha_{\text{refl}}) = A_2 \cos(\omega t - k_2 x \sin \alpha_2). \quad (56.23)$$

La relación obtenida se debe cumplir en cualquier instante t y para cualquier punto del límite, o sea, para cualquier abscisa x . Esto sólo es posible en el caso en que los argumentos de los cosenos sean iguales en los tres miembros de la igualdad:

$$\omega t - k_1 x \sin \alpha_1 = \omega t - k_{\text{refl}} x \sin \alpha_{\text{refl}} = \omega t - k_2 x \sin \alpha_2,$$

o, después de hacer las simplificaciones,

$$k_1 \sin \alpha_1 - k_{\text{refl}} \sin \alpha_{\text{refl}}, \quad k_1 \sin \alpha_1 = k_2 \sin \alpha_2. \quad (56.24)$$

4. Como los rayos incidente y reflejado se hallan en el mismo medio, sus números de onda coinciden: $k_{\text{refl}} = k_1 = \omega/u_1$ (véase (56.6)). Con esto, de la primera igualdad de (56.24) se sigue que $\sin \alpha_{\text{refl}} = \sin \alpha_1$. Y como ambos ángulos son agudos, la igualdad de los senos sólo es posible en el caso en que los ángulos sean iguales:

$$\alpha_{\text{refl}} = \alpha_1. \quad (56.25)$$

Hemos obtenido la *ley de la reflexión de las ondas*: los rayos reflejado, incidente y la normal al límite de separación de los dos medios están en el mismo plano; el ángulo de reflexión α_{refl} es igual al ángulo de incidencia α_1 .

5. Transformemos la segunda igualdad de (56.24) expresando, según (56.6), los números de onda por medio de la frecuencia y de la velocidad de la onda. Advertimos que, al pasar de un medio a otro, la frecuencia de las oscilaciones no varía, porque, la frecuencia de las oscilaciones forzadas es igual a la frecuencia de la fuerza que las excita (§ 53.1). Sustituyendo $k_1 = \omega/u_1$ y $k_2 = \omega/u_2$ en (56.24), y después de hacer simplificaciones, tenemos

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{u_1}{u_2}. \quad (56.26)$$

Esta es la ley de la refracción de las ondas: los rayos refractado e incidente y la normal al límite de separación de los dos medios están en un mismo plano; los senos de los ángulos de incidencia y de refracción son proporcionales a las velocidades de propagación de las ondas en dichos medios.

§ 56.6. Coeficientes de reflexión y de transparencia

1. Supongamos que la onda incide perpendicularmente al límite de separación. En este caso $\alpha_1 = 0$ y $\alpha_2 = \pi$. La ecuación (56.23) toma la forma

$$A_1 \pm A_{\text{refl}} = A_2. \quad (56.27)$$

El signo más corresponde a la reflexión sin cambio de fase ($\varphi = 0$) y el signo menos a la inversión de fase ($\varphi = \pi$). Para concretar, elegiremos el signo más.

2. De la ley de conservación de la energía se sigue que la intensidad de la onda transmitida es igual a la diferencia entre las intensidades de la onda incidente y la reflejada:

$$I_1 - I_{\text{refl}} = I_2 \quad (56.28)$$

Sustituyendo los valores de las intensidades de (55.8) y después de simplificar, tenemos:

$$A_1 + A_{\text{refl}} = A_2, \quad \rho_1 u_1 (A_1^2 - A_{\text{refl}}^2) = \rho_2 u_2 A_2^2. \quad (56.29)$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones, obtenemos

$$A_{\text{refl}} = A_1 \frac{\rho_1 u_1 - \rho_2 u_2}{\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2}, \quad A_2 = A_1 \frac{2\rho_1 u_1}{\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2}. \quad (56.30)$$

Así, si $\rho_1 u_1 > \rho_2 u_2$, es decir, si la onda se refleja en el medio con menor resistencia acústica, la amplitud de la onda reflejada tiene signo positivo, lo que está de acuerdo con el sentido de este concepto; la fase no cambia en la reflexión. Cuando $\rho_1 u_1 < \rho_2 u_2$, la amplitud de la onda reflejada es negativa, lo que significa que, al reflejarse la onda, su fase se invierte.

3. La intensidad de la onda reflejada la obtenemos elevando al cuadrado (56.30):

$$I_{\text{refl}} = I_1 R, \quad (56.31)$$

donde el coeficiente de reflexión

$$R = \left(\frac{\rho_1 u_1 - \rho_2 u_2}{\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2} \right)^2. \quad (56.32)$$

Si las resistencias acústicas de los dos medios difieren poco, $R \approx 0$ y la onda pasa prácticamente en su totalidad de un medio al otro. Cuando la diferencia entre los valores de las resistencias acústicas

es grande, el coeficiente de reflexión tiende a la unidad ($R \approx 1$), la onda se refleja prácticamente en su totalidad y no pasa al segundo medio. El coeficiente de transparencia

$$T = \frac{I_2}{I_1} = \frac{I_1 - I_{refl}}{I_1} = 1 - R.$$

Teniendo en cuenta (56.32), obtenemos

$$T = \frac{4\rho_1 u_1 \rho_2 u_2}{(\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2)^2}. \quad (56.33)$$

Capítulo 57

INTERFERENCIA Y DIFRACCIÓN

§ 57.1. Principio de superposición

1. Si con dos varillas se toca simultáneamente la superficie del agua, cada una de ellas originará una onda circular que «pasará» a través de la otra como si ésta no existiera. Análogamente se propagan las ondas acústicas, radioeléctricas y luminosas. En efecto, si al mismo tiempo suenan dos instrumentos musicales (u otras fuentes de sonido), cada una de las ondas se propaga independientemente de la otra y a cada una la percibimos independientemente de la otra; exactamente del mismo modo se propagan sin depender unas de otras las ondas radioeléctricas procedentes de dos o más emisoras de radio, las ondas luminosas de varios focos de luz, etc.

Así la experiencia demuestra que las ondas no interactúan entre sí y que se propagan independientemente unas de otras.

2. Como las ondas no interactúan, cada región del espacio por donde pasan dos o más ondas participará en las oscilaciones producidas por cada onda individualmente. Para hallar la elongación resultante en un punto dado de este espacio hay que determinar la elongación debida a cada onda, y después sumarlas vectorialmente, si tienen lugar en distintas direcciones, o escalarmente (algebraicamente), si se producen a lo largo de una misma recta.

Esta regla para hallar la elongación resultante recibe el nombre de *principio de superposición de las ondas*.

3. El principio de superposición sólo es aplicable a las ondas de poca intensidad. Ondas elásticas de esta intensidad son las ondas acústicas; a las ondas electromagnéticas de este tipo pertenecen las radioeléctricas y las luminosas de los focos de luz ordinarios.

A las ondas de choque no se les puede aplicar el principio de superposición. En efecto, al pasar la onda de choque cambian de golpe los parámetros del medio elástico, es decir, su densidad, presión y temperatura; esto hace que varíen las velocidades de propagación de las otras ondas y sus intensidades, con lo que se infringe el principio de la superposición.

Un resultado análogo se observa en la óptica, donde el principio de superposición sólo es aplicable a las ondas luminosas de poca intensidad. Acerca de que el principio de superposición puede infringirse cuando las ondas luminosas son de gran intensidad escribió ya S. I. Vávílov hace más de 30 años. Pero en aquel tiempo no se pudo descubrir este fenómeno por no existir entonces fuentes potentes de luz. En la actualidad, valiéndose de los generadores de luz coherente, láseres (§ 79.4), se logra obtener haces luminosos de potencias tan grandes, que con ellos se infringe el principio de superposición. La parte de la óptica que estudia estos efectos se llama *óptica no lineal*. Aunque estos fenómenos empezaron a estudiarse hace relativamente poco tiempo, ya se han obtenido resultados importantes y de gran interés.

§ 57.2. Ondas estacionarias

1. Atemos un cordón de goma a un soporte y agitamos rítmicamente su extremo libre (fig. 57.1). Para una frecuencia de oscilación determinada, el cordón tomará la forma que se ve en la fotografía de la izquierda; cuando la frecuencia sea dos veces mayor, adoptará la de la fotografía de la derecha.

Las ondas representadas en la fig. 57.1 se llaman *estacionarias*. A diferencia de la onda progresiva, móvil o viajera, cuyos puntos efectúan oscilaciones de la misma amplitud pero con retardo de fase (§§ 56.1 y 56.2), todos los puntos de la onda estacionaria oscilan al mismo tiempo pero con amplitudes diferentes. Las regiones que se hallan en reposo (de amplitud nula) se llaman *nodos* de la onda estacionaria,

y las que oscilan con la amplitud máxima, *vientres* o *antinodos*.

2. La onda estacionaria se produce como resultado de la composición de dos ondas que se mueven en sentidos opuestos. Una de ellas es la onda excitada por la fuente, que avanza siguiendo el eje de abscisas; su ecuación es: $s_1 = A \cos(\omega t - kx)$. La otra onda surge a consecuencia de la reflexión de la primera en un obstáculo. Como esta onda se mueve en el sentido de los valores negativos del eje de abscisas, en (56.8) hay que cambiar el signo correspondiente a la coordenada. Debe tenerse en cuenta además, que en la reflexión puede cambiar la fase de la onda. Por consiguiente, la ecuación de la onda reflejada tiene la forma $s_2 = A \cos(\omega t + kx + \varphi)$.

La ecuación de la onda estacionaria se escribe así:

$$s = s_1 + s_2 = A \cos(\omega t - kx) + A \cos(\omega t + kx + \varphi).$$

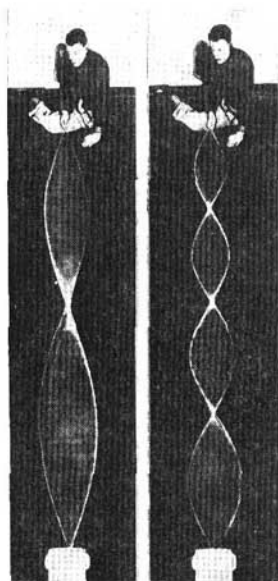


Fig. 57.1.

Al hacer algunas transformaciones elementales, tenemos

$$s = 2A \cos\left(kx + \frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) = B \cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right), \quad (57.1)$$

donde la amplitud de la onda estacionaria es

$$B = 2A \cos\left(kx + \frac{\varphi}{2}\right). \quad (57.2)$$

3. Como se ve, la amplitud de la onda estacionaria es función de la coordenada. Para concretar, consideremos el caso en que la onda se refleja en un medio con mayor re-

sistencia acústica (o «más denso», como a veces se dice no muy correctamente). En este caso en la reflexión se invierte la fase: $\Delta\varphi = -\pi$ (§ 56.6). Esto se llama reflexión «con pérdida de media onda», ya que a la distancia $\Delta x = \lambda/2$ la variación de la fase $\Delta\varphi = \pm\pi$. Sustituyendo $\varphi = -\pi$ en (57.1) y (57.2), se obtiene:

$$s = B \text{ sen } \omega t, \quad (57.3)$$

donde

$$B = 2A \text{ sen } kx. \quad (57.4)$$

Suponiendo en (57.4) $B = 0$, hallamos las coordenadas de los nodos. De la condición $\text{sen } kx = 0$ se sigue que $kx = m\pi$, en la que el número entero $m = 0, 1, 2, \dots$. Teniendo en cuenta que $k = 2\pi/\lambda$ (véase (56.7)), tenemos para las coordenadas de los nodos

$$x_{\text{nodo}} = m \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{4}. \quad (57.5)$$

Las coordenadas de los vientres las hallamos partiendo de la condición $B = \pm 2A$; el signo negativo de la amplitud significa que, al pasar por un nodo, la fase de la onda se invierte. Así, pues, para los vientres $\text{sen } kx = \pm 1$, por consiguiente, $kx = (2m + 1)\pi/2$. Expresando de nuevo el número de onda por medio de la longitud de onda, se obtiene

$$x_{\text{vientres}} = (2m + 1) \frac{\lambda}{4}. \quad (57.6)$$

Por lo tanto, la distancia entre dos nodos vecinos o entre dos vientres vecinos es igual a media longitud de onda, y la distancia entre un nodo y un vientre vecinos es igual a un cuarto de la longitud de onda.

4. Se recomienda al lector que demuestre que en la reflexión sin «pérdida de media onda» los nodos y los vientres cambian de sitio entre sí en comparación con el caso antes estudiado.

§ 57.3. Frecuencias propias

1. Al principio del párrafo anterior dijimos que la onda estacionaria no se produce en un cordón o en un tubo de longitud determinada a cualquier frecuencia de oscilación, sino únicamente a ciertas frecuencias determinadas. Trataremos de calcular estas frecuencias.

Figurémonos una varilla sujeta por sus extremos (fig. 57.2, a). Esta puede ser, por ejemplo, una cuerda o una columna de aire en un tubo cerrado por ambos extremos, o una viga sobre dos apoyos, etc. Supongamos que la longitud de la varilla es l y que la velocidad de la onda en ella es u . Cuando se excitan oscilaciones en la varilla se origina

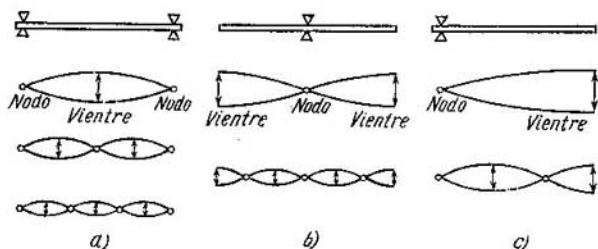


Fig. 57.2.

una onda estacionaria; en los extremos de la varilla se obtienen necesariamente nodos, y entre ellos hay uno o varios vientres. Pero la distancia entre dos nodos es igual a la mitad de la longitud de la onda, por consiguiente, en la longitud de la varilla entra un número entero de semiondas:

$$l = m\lambda/2 \quad (\text{donde } m = 1, 2, 3, \dots). \quad (57.7)$$

Expresando la longitud de onda por medio de la frecuencia de las oscilaciones y de la velocidad de propagación de la onda (véase (56.3)), obtenemos el valor de las frecuencias propias

$$\omega = m \frac{\pi u}{l}, \quad \nu = \frac{\omega}{2\pi} = m \frac{u}{2l}. \quad (57.8)$$

2. Los resultados (57.7) y (57.8) tienen esencial importancia. Indican que en un sistema al que se imponen determinadas *condiciones de contorno* (por ejemplo, que las elongaciones del principio y del fin de la varilla sean nulas), sólo son posibles determinados valores *discretos* de las frecuencias. Este resultado, como se verá en el cap. 70, se utiliza en la mecánica cuántica.

3. Se recomienda al lector que calcule por su cuenta las frecuencias propias de las oscilaciones de una varilla de la

misma longitud que la anterior, pero sujeta por su punto medio (fig. 57.2, b). En particular debe demostrar que la primera armónica tiene la misma frecuencia que en el problema anterior, pero que las armónicas superiores son diferentes: en el primer caso se excitan cualesquiera armónicas de frecuencia par, en el segundo, sólo armónicas impares.

Calcule también las frecuencias propias de las oscilaciones de la misma varilla sujeta por un extremo (fig. 57.2, c) Demuestre que la frecuencia de su primera armónica es igual a la mitad que en el caso anterior, y que las armónicas superiores sólo son impares (compárese con (57.8)).

§ 57.4. Interferencia

1. La intensidad de una onda progresiva es la misma en todos los puntos, ya que aquí todos los puntos oscilan con la misma amplitud. Naturalmente, las fases en que se encuentran estos puntos son distintas, pero esto no influye en la intensidad de la onda, la cual es independiente de la fase, como se deduce de (55.8). Designemos esta intensidad por I_0 :

$$I_0 = (1/2)\rho u \omega^2 A^2. \quad (57.9)$$

Para obtener la expresión de la intensidad de la onda estacionaria sustituimos la expresión de su amplitud (57.4) en (55.8); obtenemos

$$I = (1/2)\rho u \omega^2 B^2 = 4I_0 \text{sen}^2 kx. \quad (57.10)$$

La gráfica de esta dependencia se muestra en la fig. 57.3.

2. Como se ve en la gráfica, en los nodos de la onda estacionaria (puntos cuyas coordenadas son $x_{\text{nodo}} = 2m\lambda/4$) la intensidad de la onda es nula durante todo el tiempo de observación; en los vientres ($x_{\text{vientre}} = (2m + 1)\lambda/4$) la intensidad de la onda $I_{\text{vientre}} = 4I_0$. No obstante, la onda estacionaria se produce como resultado de la composición de una onda progresiva y otra reflejada que tienen la misma

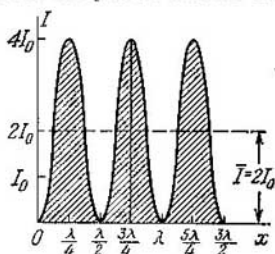


Fig. 57.3.

intensidad $I_1 = I_2 = I_0$. Por consiguiente, su intensidad total es igual a $2I_0$.

Así resulta que el surgimiento de la onda estacionaria va acompañada de una redistribución de la energía en el espacio; ocurre algo así como si la energía se trasladase de los nodos a los vientres. La energía de la oscilación en cada punto de la onda estacionaria *no es igual* a la suma de las energías de las dos ondas: en los nodos la energía es nula, en los vientres es dos veces mayor que la suma de dichas energías.

Solamente la energía media de la onda estacionaria resulta ser igual a la suma de las energías de las ondas que se componen, lo que está en completo acuerdo con la ley de conservación de la energía. En efecto, como se ve en la fig. 57.3, la intensidad media de la onda

$$\bar{I} = 2I_0 = I_1 + I_2. \quad (57.11)$$

3. Consideremos una región del espacio en la que se compongan dos o más ondas. Si la intensidad de la oscilación resultante en cualquier punto es igual a la suma de las intensidades de las ondas, se dice que aquí no hay interferencia. En cambio, si resulta que al superponerse las ondas se produce la redistribución de la energía, de manera que la intensidad en unos puntos es mayor y en otros menor que la suma de sus intensidades, se dice que aquí se observa la interferencia. Así, pues, *se llama interferencia el fenómeno de la redistribución de la energía que se produce en ciertas condiciones determinadas como resultado de la composición de las amplitudes de dos o más ondas.*

La figura, estable con el tiempo, de la redistribución de la intensidad que se produce como resultado de la interferencia, se llama *figura de interferencia*.

Como se ve, la formación de una onda estacionaria es un ejemplo del fenómeno de la interferencia; un sistema estable de nodos y vientres es un ejemplo típico de figura de interferencia.

§ 57.5. Interferencia producida por dos fuentes

4. Supongámonos que sobre la superficie del agua de un baño de ondas oscilan dos esferitas sujetas a una varilla. Cada esferita excita una onda; las ondas interfieren al encontrarse y sobre la superficie del agua se observa una figura de interferencia típica (fig. 57.4).

El mecanismo de producción de las interferencias se puede explicar valiéndose de la fig. 57.5. En ella S_1 y S_2 son dos focos de ondas esféricas, la distancia $S_1S_2 = d$. El punto K se encuentra en el centro de esta distancia; la distancia desde el punto K hasta la pantalla, $KO = l$. Calculemos la intensidad de las oscilaciones en un punto arbitrario M de la pantalla; la distancia $MO = y$, $KK' = r$, y el ángulo de observación $MKO \angle = \theta$.

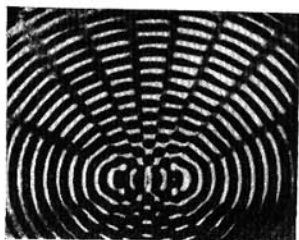


Fig. 57.4.

2. Para que en la pantalla se observe una figura de interferencia estable es necesario que ambas ondas tengan la misma frecuencia. En efecto, sólo en este caso la amplitud de las oscilaciones en cualquier punto de la pantalla no dependerá del tiempo (§ 49.5). Si, por el contrario, las ondas tienen distintas frecuencias, la figura de interferencia estable

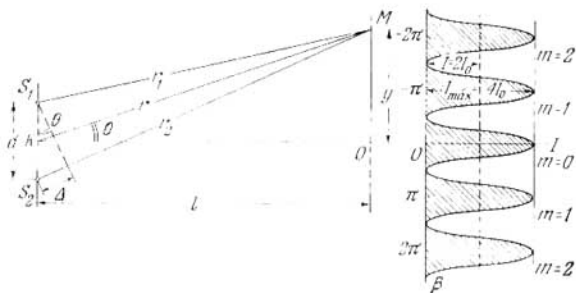


Fig. 57.5.

no se produce, sino que se observan pulsaciones (§ 50.1). Así, pues, la condición necesaria para que se produzca la figura de interferencia es que las frecuencias de las ondas sean iguales. *La interferencia se produce cuando se componen ondas de la misma frecuencia.* Si las dos ondas se propagan

en un mismo medio, de la igualdad de las frecuencias se sigue la igualdad de sus longitudes y de sus números de onda.

3. Escribamos las ecuaciones de ambas ondas:

$$\begin{aligned} s_1 &= A_1 \cos(\omega t - kr_1 + \varphi_1), \\ s_2 &= A_2 \cos(\omega t - kr_2 + \varphi_2). \end{aligned} \quad (57.12)$$

La diferencia de marcha $\Delta = r_2 - r_1$ es mucho menor que cada uno de los radios vectores; por consiguiente $r_2 \approx r_1$. Entonces, de acuerdo con (56.10), las amplitudes también son iguales: $A_1 = A_2 = A$. La oscilación resultante en el punto M será:

$$s = s_1 + s_2 = 2A \cos \left[\frac{k(r_2 - r_1)}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right] \cos \left[\omega t - \frac{k(r_1 + r_2)}{2} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right]. \quad (57.13)$$

Esta expresión también se puede escribir de la forma

$$s = B \cos(\omega t + \delta), \quad (57.14)$$

en la que la nueva amplitud

$$B = 2A \cos \left[\frac{k(r_2 - r_1)}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right], \quad (57.15)$$

y la nueva fase inicial

$$\delta = - \frac{k(r_1 + r_2)}{2} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}.$$

Como a nosotros nos va a interesar la distribución de las intensidades en la figura de interferencia, y la intensidad no depende de la fase, en adelante prestaremos atención principalmente a la amplitud de la oscilación resultante.

4. Si los focos emiten ondas rigurosamente sinusoidales, las fases iniciales φ_1 y φ_2 son magnitudes constantes y la diferencia de fase también es una magnitud constante. Sin limitar la comunidad de razonamientos, suponemos $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$ (o $m\pi$). Por otra parte, la elección de otro valor de esta diferencia $\varphi_1 - \varphi_2 = \text{const}$ sólo hace que la figura de interferencia se desplace en la pantalla sin que varíe el carácter de la distribución de las intensidades. Con esta condición, la amplitud resultante toma la forma

$$B = 2A \cos \frac{k(r_2 - r_1)}{2}. \quad (57.16)$$

Tomando en consideración que $k = 2\pi/\lambda$, tenemos

$$B = 2A \cos \frac{\pi(r_2 - r_1)}{\lambda}. \quad (57.17)$$

La intensidad de la onda, de acuerdo con (55.8), se expresa así: $I_1 = I_2 = I_0 = (1/2)\rho u \omega^2 A^2$; y la intensidad de la oscilación resultante

$$I = \frac{1}{2} \rho u \omega^2 B^2 = 4I_0 \cos^2 \frac{\pi(r_2 - r_1)}{\lambda}. \quad (57.18)$$

5. La diferencia entre las distancias desde los puntos de la pantalla que nos interesan hasta los focos

$$\Delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta \quad (57.19)$$

se llama *diferencia de marcha*. Si la diferencia de marcha contiene un número par de semiondas ($\Delta = r_2 - r_1 = 2m\lambda/2$), entonces $\cos^2 \frac{\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} = \cos^2 m\pi = 1$. Por consiguiente, en este caso en el punto M se produce un máximo de interferencia cuya intensidad $I_{\text{máx}} = 4I_0$. En cambio, si la diferencia de marcha contiene un número impar de semiondas ($\Delta = (2m + 1)\lambda/2$), $\cos^2 \frac{\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} = \cos^2 (2m + 1)\pi/2 = 0$ y se produce un mínimo. Resumiendo, las condiciones de los máximos y los mínimos se escriben así:

$$\begin{aligned} \Delta = 2m \frac{\lambda}{2} \text{ es un máximo, } I_{\text{máx}} &= 4I_0; \\ \Delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \text{ es un mínimo, } I_{\text{mín}} &= 0. \end{aligned} \quad (57.20)$$

Lo mismo que en la onda estacionaria, aquí tiene lugar una redistribución de la energía entre los mínimos y los máximos. La intensidad media en la pantalla, como se ve en la fig. 57.5, es igual a la suma de las intensidades de las ondas: $\bar{I} = 2I_0 = I_1 + I_2$, lo que está de acuerdo con la ley de conservación de la energía.

§ 57.6. Interferencia producida por varias fuentes

1. Sea un sistema formado por N fuentes iguales situadas a lo largo de una recta y separadas entre sí por una distancia d . Hallemos la intensidad de las oscilaciones en cierto

punto tan lejano, que los rayos que unan dicho punto con cada fuente se puedan considerar prácticamente paralelos. El problema se reduce con esto al caso de la composición de N oscilaciones armónicas de amplitudes iguales, cuyas fases forman una progresión aritmética (§ 49.6). Sólo nos queda hallar la diferencia de fase de las ondas emitidas por las fuentes vecinas. La diferencia de marcha $\Delta = d \operatorname{sen} \theta$ (57.19). La diferencia de fase

$$\alpha = k\Delta = kd \operatorname{sen} \theta. \quad (57.21)$$

Sustituyendo en (49.23), obtenemos la expresión para la amplitud resultante:

$$A = a \frac{\operatorname{sen} (1/2 Nkd \operatorname{sen} \theta)}{\operatorname{sen} (1/2 kd \operatorname{sen} \theta)}, \quad (57.22)$$

en la que a es la amplitud de la onda que emite una fuente, e $i_0 = ka^2$ es su intensidad.

2. Si se introduce el ángulo auxiliar

$$\beta = \frac{1}{2} kd \operatorname{sen} \theta = \frac{\pi d \operatorname{sen} \theta}{\lambda}, \quad (57.23)$$

la expresión de la amplitud (57.22) toma la forma

$$A = a \frac{\operatorname{sen} N\beta}{\operatorname{sen} \beta}. \quad (57.24)$$

Y como la intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud, la intensidad de la oscilación resultante se expresa así:

$$I = i_0 \frac{\operatorname{sen}^2 N\beta}{\operatorname{sen}^2 \beta}. \quad (57.25)$$

3. En los razonamientos anteriores hemos considerado que el punto de observación se hallaba lejos del sistema de fuentes. Aclare-

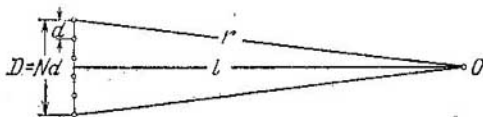


Fig. 57.6.

mós qué sentido dábamos a la palabra «lejos». Para esto vamos a valer nos de la fig. 57.6.

Supusimos que los rayos que partían de las fuentes eran prácticamente paralelos. En realidad no lo eran, sino que se encontraban en

cierto punto O . Pero el error resultante del cálculo será insignificante si al calcular la diferencia de marcha el error máximo es mucho menor que una semionda, lo que significaría que el error en el cálculo de la fase es mucho menor que π y que las fases prácticamente coinciden. Así, pues, el cálculo sigue siendo válido si $r - l \ll \lambda/2$. Pero $r = \sqrt{l^2 + D^2/4}$, donde $D = Nd$ es la longitud de la «red» que forman las fuentes. Sustituyendo este valor de r en la desigualdad indicada, obtenemos

$$\sqrt{l^2 + D^2/4} - l \ll \lambda/2. \quad (57.26)$$

Multiplicando los dos miembros de la desigualdad (57.26) por $l + \sqrt{l^2 + D^2/4} \approx 2l$, obtenemos que $l^2 + (D^2/4) - l^2 \ll 2l\lambda/2$. O, definitivamente,

$$D^2 \ll 4\lambda l. \quad (57.27)$$

Por lo tanto, podremos considerar que el punto de observación está lejos de las fuentes si

$$l \gg D^2/4. \quad (57.28)$$

Esta es la condición con la cual es correcta la relación (57.25) y todas sus consecuencias.

§ 57.7. Intensidad de los máximos principales

1. La dirección de la intensidad máxima de una onda se obtiene partiendo de la condición

$$\beta = m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (57.29)$$

En efecto, si ε es un número muy pequeño, $\text{sen } \varepsilon \approx \varepsilon$; cuando $\beta = m\pi + \varepsilon$ tenemos que $\text{sen } \beta = \text{sen } (m\pi + \varepsilon) = \pm \text{sen } \varepsilon \approx \pm \varepsilon$, y $\text{sen } N\beta = \text{sen } (Nm\pi + N\varepsilon) = \pm \text{sen } N\varepsilon \approx \pm N\varepsilon$,

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\text{sen}^2 N\beta}{\text{sen}^2 \beta} = \frac{N^2 \varepsilon^2}{\varepsilon^2} = N^2.$$

Sustituyendo en (57.25), obtenemos que en los máximos principales la intensidad es N^2 veces mayor que la intensidad de una onda:

$$I_{\text{máx}} = N^2 i_0. \quad (57.30)$$

Si no hubiera interferencia, la intensidad en cualquier dirección sería igual a la suma de las intensidades de las ondas, es decir, $I = Ni_0$. Por consiguiente, aquí, a expensas

del fenómeno de la interferencia, se produce una redistribución de la energía (fig. 57.7): en ciertas direcciones la energía es mucho mayor que la suma de las energías de cada fuente; en otras, en cambio, la energía no se propaga.

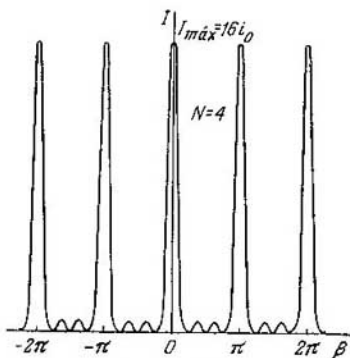


Fig. 57.7.

Pasando en (57.29), con ayuda de (57.23), del ángulo auxiliar β al ángulo de observación θ , obtenemos que $(\pi d \sin \theta) / \lambda = m\pi$, o $\sin \theta_{\text{máx}} = m\lambda / d$. (57.31)

Esta es la condición de los máximos principales para el ángulo de observación.

2. Entre dos máximos contiguos (fig. 57.7) se encuentran varios mínimos y máximos secundarios, cuyas intensidades

son mucho menores que las de los máximos principales. Los mínimos se producen cuando se da la condición de que el numerador de la expresión (57.25) se anula, mientras que el denominador no es igual a cero. Como es fácil ver, esto es posible si

$$N\beta = n\pi, \quad (57.32)$$

donde n no es múltiplo de N (o sea, $n \neq mN$), ya que cuando $n = mN$ volvemos a la condición (57.29) y obtenemos un máximo principal. En particular, entre los máximos nulo y primero el número n toma los valores desde 1 hasta $N - 1$, es decir, se obtienen $N - 1$ mínimos y $N - 2$ máximos secundarios.

Como el seno no puede ser mayor que la unidad, de (57.31) se puede hallar el número de máximos principales; de $m\lambda / d \leq 1$ se sigue que

$$m \leq d / \lambda. \quad (57.33)$$

§ 57.8. Difracción

1. Valiéndonos de una lámina oscilante larga excitamos en la superficie del agua una onda plana y observamos cómo esta onda pasa a través del orificio de una pantalla opaca. La experiencia demuestra que si la anchura del orificio D es menor que la longitud de la onda ($D < \lambda$), el orificio emite ondas esféricas (fig. 57.8) como si fuera una fuente puntual. Al aumentar las dimensiones del orificio, detrás de él se observa una figura de interferencia típica, es decir,

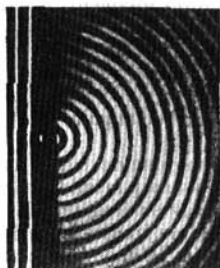


Fig. 57.8.

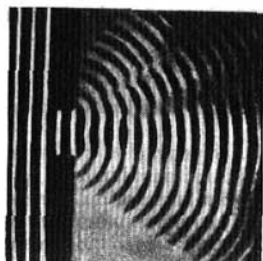


Fig. 57.9.

vemos un máximo central principal y otros máximos laterales más débiles (fig. 57.9). Y únicamente en el caso en que las dimensiones del orificio son mucho mayores que la longitud de onda ($D \gg \lambda$), la inflexión de la onda detrás del borde de la pantalla, a distancias pequeñas de él, se manifiesta muy débilmente.

El fenómeno de la inflexión de las ondas detrás de los bordes de los obstáculos opacos, se llama *difracción*. En un sentido más general se entiende por difracción la dispersión de las ondas en las heterogeneidades bruscamente manifiestas del medio.

2. La solución rigurosa del problema de la difracción tropieza con grandes dificultades matemáticas. Por lo general, para calcular la intensidad de la figura de interferencia que se produce en la difracción se utiliza el *principio de Huygens-Fresnel*. La esencia de este principio consiste en lo

siguiente: para cada problema concreto, el frente de onda se divide, por un procedimiento especial, en zonas (zonas de Fresnel) que se consideran como fuentes de ondas independientes iguales; la amplitud (y la intensidad) de la onda en el punto de observación se determina como el resultado de la interferencia de las ondas creadas aparentemente por las zonas aisladas. La figura de interferencia calculada por este procedimiento concuerda muy bien con los resultados de la experiencia si las dimensiones del orificio son mucho mayores que la longitud de onda. La aplicación de este método se explicará con más detalle cuando se estudie la difracción de la luz (véase (cap. 62)). Aquí solamente examinaremos un ejemplo, la difracción de una onda plana por una rendija.

§ 57.9. Difracción por una rendija rectangular

1. Supongamos que una onda plana incide sobre una rendija rectangular larga y estrecha en una pantalla opaca. Sea D la anchura de la rendija y $L \gg D$ su longitud. Esta rendija la dividimos en zonas en forma de franjas estrechas paralelas a los lados largos de la rendija; la anchura de una zona $d = D/N$, siendo N el número de zonas.

Supongamos que el punto de observación se halla lejos de la rendija, o más exactamente, a la distancia $l \gg D^2/4\lambda$ (véase (57.28)). Entonces el cálculo de la figura de interferencia se reduce al problema de la interferencia de N fuentes iguales examinado en el § 57.6.

Para calcular la amplitud de la onda A en el punto de observación se debe utilizar la expresión (57.22), suponiendo que la amplitud de las oscilaciones de una zona aislada es $a = A_0/N$, donde A_0 es la amplitud de la onda en la rendija. Sustituyendo en (57.22), obtenemos

$$A = \frac{A_0}{N} \frac{\sin\left(\frac{1}{2} kD \sin \theta\right)}{\sin\left(\frac{kD \sin \theta}{2N}\right)}. \quad (57.34)$$

Introducimos el ángulo auxiliar

$$\alpha = \frac{1}{2} kD \sin \theta = \frac{\pi D \sin \theta}{\lambda}. \quad (57.35)$$

Entonces la expresión de la amplitud de la onda en el punto de observación toma la forma

$$A = \frac{A_0}{N} \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen}(\alpha/N)} \quad (57.36)$$

2. La solución del problema será tanto más exacta cuanto mayor sea el número de zonas en que se divida el frente de onda. Pero si los valores de N son grandes, el seno

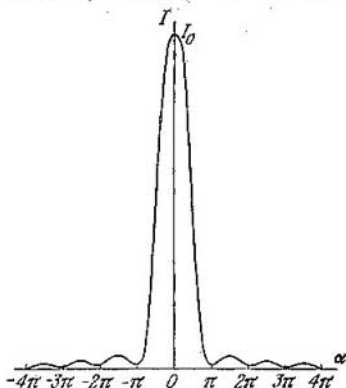


Fig. 57.10.

del ángulo pequeño no diferirá prácticamente de la medida en radianes de este ángulo, es decir, $\text{sen}(\alpha/N) \approx \alpha/N$. Sustituyendo en (57.36), se obtiene la expresión de la amplitud

$$A = A_0 \frac{\text{sen } \alpha}{\alpha} \quad (57.37)$$

y de la intensidad de la onda en el punto de observación

$$I = I_0 \frac{\text{sen}^2 \alpha}{\alpha^2} \quad (57.38)$$

3. En el centro de la figura de interferencia (fig. 57.10) se observa el máximo de orden cero o principal. En efecto,

cuando $\theta \approx 0$, también el ángulo auxiliar $\alpha \approx 0$, por consiguiente, aquí $\sin \alpha \approx \alpha$ e $I = I_0$. Con la condición

$$\alpha = m\pi \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (57.39)$$

el numerador de (57.38) se anula, mientras que el denominador no es igual a cero. Por lo tanto, la condición (57.39) o su equivalente

$$\sin \theta = m\lambda/D \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (57.40)$$

determina las direcciones de los mínimos, es decir, las direcciones en que la intensidad de la onda es nula.

Advertimos que la expresión (57.40) sólo tiene sentido cuando $D > \lambda$, ya que el valor del seno no puede ser mayor que la unidad. Por consiguiente, si $D \leq \lambda$ este cálculo no sirve. Como demuestra la experiencia (véase la fig. 57.8), en este caso no existen realmente mínimos y el orificio radia ondas en todas las direcciones.

§ 57.10. Refracción de las ondas e interferencia

1. En el § 56.5 estudiamos el comportamiento de las ondas en el límite de separación de dos medios utilizando un método muy general de la teoría de propagación de las ondas, el método de las condiciones de contorno. Sobre esta base dedujimos las leyes de la reflexión y refracción de las ondas (56.25) y (56.26). Ahora vamos a demostrar que exactamente el mismo resultado se puede obtener utilizando el método de la interferencia.

Supongamos que una onda plana incide sobre el límite de separación de dos medios. El frente de onda en el primer medio lo designaremos por XY , y en el segundo, por PQ (fig. 57.11). El ángulo de incidencia es el ángulo α_1 entre un rayo y la normal al límite de separación o el ángulo entre el frente de onda y el mismo límite; estos ángulos son iguales, puesto que sus lados son perpendiculares entre sí.

Las partículas de substancia que hay en el límite de separación XQ realizan oscilaciones forzadas y, por lo tanto, se convierten en fuentes secundarias que emiten ondas en todas las direcciones posibles, tanto en el primer medio como en el segundo. Pero eso no significa que la intensidad de las ondas difundidas sea igual en todas las direcciones. Al contrario, en virtud de la interferencia de las ondas difundidas se produce una redistribución de la energía y la inten-

sidad, tanto de la onda reflejada como de la refractada, resulta ser máxima únicamente en ciertas direcciones determinadas. Vamos a demostrar que los máximos de interferencia principales se producen precisamente en aquellas direcciones que determinan las leyes de la reflexión y refracción.

2. Calculamos la amplitud (y la intensidad) de la onda en el segundo medio, en una dirección arbitraria determinada

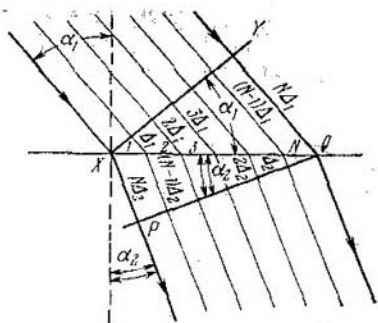


Fig. 57.11.

por el ángulo α_2 . Para resolver el problema aplicamos el principio de Huygens—Fresnel, estudiado en los párrafos anteriores.

El trozo $XQ = D$ lo dividimos en N zonas de anchura $d = D/N$ cada una, escribimos la ecuación de la onda que emite en esta dirección cada zona y después componemos estas ondas. Vamos a considerar que el punto de observación se encuentra a la distancia l del punto X y tan lejos, que es correcta la condición (57.28).

Supongamos que la amplitud de la onda refractada es igual a A_0 , entonces la amplitud de la onda que pasa a través de una zona será igual a A_0/N . La ecuación de onda para la primera zona se escribe así:

$$s_1 = \frac{A_0}{N} \cos(\omega t - k_2 l).$$

La onda emitida por la segunda zona recorre en el primer medio la distancia adicional $\Delta_1 = d \sin \alpha_1$. En cambio, en

onda refractada se observa en la dirección determinada por la condición

$$k_2 \operatorname{sen} \alpha_2 - k_1 \operatorname{sen} \alpha_1 = 0 \quad (57.44)$$

Sustituyendo los números de onda por sus valores, de acuerdo con (56.6), $k_1 = \omega/u_1$ y $k_2 = \omega/u_2$, llegamos a la ley de la refracción de las ondas (56.26).

5. Se recomienda al lector que haga por su cuenta estos mismos razonamientos para con la onda reflejada y que obtenga la ley correspondiente (56.25). Formalmente esta ley se deduce automáticamente de (57.44). En efecto, como la onda reflejada se propaga en el mismo medio que la incidente, $k_1 = k_2$. De aquí se sigue que $\operatorname{sen} \alpha_2 = \operatorname{sen} \alpha_1$ y $\alpha_2 = \alpha_1$.

Capítulo 58

ELEMENTOS DE ACÚSTICA

§ 58.1. Características del sonido

1. Con anterioridad hemos utilizado varias veces el concepto de sonido como una onda elástica de pequeña intensidad. Sin embargo, en un sentido más estrecho sólo se entiende por sonido el *sonido audible*, es decir, las ondas elásticas perceptibles por el oído humano. La experiencia demuestra que nuestro oído percibe como sonido las oscilaciones cuyas frecuencias se encuentran entre los límites de 20 Hz a 20 kHz. Las ondas elásticas con frecuencias inferiores a 20 Hz se llaman *infrasonido*, y las de frecuencias superiores a 20 kHz, *ultrasonido*. A veces las ondas elásticas con frecuencias de 10^{10} Hz y mayores, correspondientes a las ondas térmicas de Debye en los líquidos y en los sólidos (§ 45.3), reciben el nombre de *hipersonido*.

En dependencia de la estructura del espectro (§ 50.4) se hace distinción entre los *ruidos* y los *sonidos musicales*. Los ruidos son oscilaciones aperiódicas. Su espectro es continuo, o sea, está formado por un conjunto de frecuencias que llenan de un modo continuo cierto intervalo. Los sonidos musicales tienen espectro de rayas con frecuencias múltiples y, por consiguiente, son oscilaciones periódicas.

2. Cada onda sonora sinusoidal es un *tono simple*. La altura de un tono depende de la frecuencia de las oscilaciones. La escala de frecuencias adoptada actualmente en la música está compuesta del modo siguiente. Cada octava se divide en doce intervalos; en el piano, a estos intervalos corresponden siete teclas blancas y cinco negras; las últimas se indican en la escritura musical con el signo *diés*. Dentro de los límites de una octava la frecuencia aumenta en dos veces, y en los límites de un intervalo, en $\sqrt[12]{2} \approx 1,06$ veces.

A los sonidos musicales complejos corresponde un *tono fundamental* (primer armónica, véase el § 50.4) y un conjunto de *sobretonos* (armónicas superiores). Si dos sonidos musicales tienen el mismo tono fundamental pero distintos sobretonos (es decir, diferente espectro), se dice que se diferencian por su *timbre*. Precisamente por el timbre distinguimos los sonidos emitidos por distintos instrumentos musicales y las voces humanas.

3. Además de por el tono y el timbre, los sonidos se distinguen por su *intensidad*. En el caso general la intensidad del sonido depende de la intensidad de la onda sonora, pero debido a que la sensibilidad del oído no es igual para todos los sonidos de frecuencias diferentes, esta dependencia resulta ser muy compleja. La sensibilidad máxima de nuestro oído corresponde a los sonidos de 700 a 6000 Hz de frecuencia. En este intervalo de frecuencias el oído puede percibir sonidos con la intensidad de, aproximadamente, $10^{-11} - 10^{-12}$ W/m².

La intensidad mínima de una onda acústica que nuestro oído es aún capaz de percibir, se llama *umbral de audición*. El umbral de audición normal se toma igual a $I_0 = 10^{-12}$ W/m² para la frecuencia $\nu_0 = 1$ kHz.

La intensidad máxima de una onda acústica que aún podemos percibir como sonido, y no como sensación dolorosa, recibe el nombre de *umbral doloroso*. Para distintas frecuencias es diferente el umbral doloroso, variando desde 0,1 W/m² para 6000 Hz hasta 10 W/m² para las frecuencias bajas y altas.

4. Como se ve, la sensibilidad de nuestro oído es muy grande —el intervalo de intensidades desde el umbral de audición hasta el umbral doloroso es de cerca de 10^{13} — 10^{15} W/m². Con este intervalo tan enorme conviene utilizar

una escala logarítmica. Para este fin se introduce la magnitud llamada *nivel de intensidad*.

$$L = 10 \lg (I/I_0), \quad (58.1)$$

en la que I es la intensidad del sonido que se investiga e I_0 , el umbral de audición normal. La unidad de nivel de intensidad del sonido es el *decibelio*: $L = 1$ dB si $I = 1,26I_0$ (en este caso $\lg(I/I_0) = \lg 1,26 = 0,1$).

Para que se puedan comparar, en la tabla 58.1 se indican las intensidades y los niveles de intensidad de algunos sonidos comparados con el umbral de audición normal. La distancia desde la fuente del sonido hasta el oído se da en metros.

Tabla 58.1

Fuente de sonido	l , m	I , W/m ²	L , dB
Murmullo	1	10^{-12}	0
Caída de gotas de agua	1	10^{-10}	20
Conversación a media voz	1	10^{-8}	40
Automóvil pasando por carretera asfaltada	5—10	10^{-6}	60
Orquesta sinfónica	3—5	10^{-4}	80
Martillo picador	1	10^{-2}	100
Motor de avión	10	1	120

§ 58.2. Fuentes de sonido

1. En principio, todo cuerpo capaz de oscilar en el intervalo necesario de frecuencias puede servir de fuente de sonido. Pero en la práctica sólo se utilizan aquellas fuentes que pueden satisfacer determinadas condiciones. En primer lugar, la fuente debe emitir bien, es decir, la energía de sus vibraciones debe transmitirse bien al medio circundante. Para esto, ante todo, se debe emplear, si es posible, el mismo medio para excitar las oscilaciones. Además, las dimensiones del cuerpo oscilante deben ser conmensurables con la longitud de onda.

Un diapasón, por ejemplo, emite muy mal incluso cuando sus ramas vibran con una amplitud considerable. Pero si se coloca sobre una caja de madera, abierta por una de sus

caras, cuyas dimensiones sean tales que la longitud de la columna de aire dentro de ella sea igual a la cuarta parte de la longitud de la onda que emite el diapasón, escucharemos un sonido fuerte (fig. 58.1). Esto se debe a que, en virtud de la resonancia, el diapasón excita la columna de aire, acordada a su frecuencia propia que hay en la caja de resonancia, y las paredes de ésta.

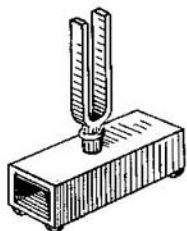


Fig. 58.1.

La columna de aire y las paredes de la caja transmiten mejor la energía al medio circundante, o sea, al aire, que las ramas del diapasón.

También suena muy poco una cuerda tensa entre dos paredes. Pero si esta misma cuerda se tensa sobre una caja de resonancia, o mejor aún sobre la caja de un violín o guitarra, oiremos un sonido claro. En este caso el sonido no lo

emite la cuerda, sino la tabla de armonía y la columna de aire acordadas en resonancia con el tono emitido con la cuerda. He aquí por qué la calidad del instrumento musical depende más de la calidad de la tabla de armonía que de las cuerdas.

2. La segunda condición que suele imponerse a una fuente de sonido es que sea capaz de reproducir sin deformaciones considerables un amplio intervalo de frecuencias. Así debe funcionar, por ejemplo, el altavoz dinámico o el teléfono.

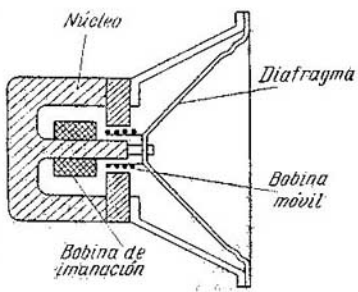


Fig. 58.2.

La fig. 58.2 representa el corte de un altavoz electrodinámico (dinámico). Su diafragma de papel, en forma de cono truncado, va pegado a una armazón cilíndrica sobre la que se arrolla la «bobina móvil», formada por varias espiras de alambre delgado cuyos terminales se sujetan a dos con-

tactos. La bobina móvil se encuentra en el entrehierro de un fuerte imán o electroimán. Las oscilaciones eléctricas de frecuencia sonora, procedentes del amplificador, llegan a la bobina móvil, y como sobre el conductor con corriente actúa en el campo magnético la fuerza de Amperé, la bobina móvil realiza oscilaciones forzadas junto con el diafragma. Las oscilaciones de este último se transmiten al aire, en el cual, en virtud de esto, se excita la onda sonora. Para intensificar la radiación, el altavoz se monta sobre una pantalla (baffle); el papel de ésta puede hacerlo la caja de un receptor de radio o de un televisor.

Para que el altavoz no deforme los sonidos debe reproducir con la misma fidelidad oscilaciones de frecuencias desde varios centenares hasta varios millares de hertzios. El sistema móvil del altavoz tiene su frecuencia propia, y si la frecuencia del sonido que reproduce coincide con ella, se producen fenómenos de resonancia indeseables.

Para evitar esto, se hace que la frecuencia propia de la parte móvil del altavoz sea lo más baja posible (inferior a cien hertzios) y, además, se disminuye su factor de calidad. Esto permite, por una parte, salir a la región casi horizontal de la curva de resonancia y, por otra, disminuir el tiempo de estabilización de las oscilaciones (§ 53.6).

3. Si el radiador de sonido funciona a una sola frecuencia, al contrario, se tiende a aproximar lo posible la frecuencia propia del radiador a la frecuencia de la onda que hay que emitir. En este caso, en virtud de la resonancia, aumenta mucho la potencia de radiación y el rendimiento del radiador. Con frecuencias de resonancia funcionan los *transductores ultrasónicos*, que son aparatos que transforman la energía de las oscilaciones electromagnéticas de frecuencia ultraacústica en ondas ultrasonoras.

En la actualidad los transductores que más se utilizan son los de *electrostricción* y *magnetostricción*.

§ 58.3. Transductores ultrasónicos

1. En algunos cristales (como el cuarzo) se observa el efecto de *electrostricción*. Consiste este efecto en que si se crea un campo eléctrico dirigido a lo largo del eje x (fig. 58.3), el cristal se contrae o se alarga en esta dirección, y a lo largo del eje y , al contrario, se alarga o se contrae. En el sentido del eje z no varían las dimensiones del cristal.

La fig. 58.4 representa el esquema de un transductor ultrasónico. En él sirve de elemento radiante una lámina de cuarzo 1, cortada, como muestra la fig. 58.3, perpendicularmente al eje cristalográfico (§ 32.1), es decir, según el llamado corte x ; las láminas de acero 2 y 3 sirven de armaduras; a ellas se conecta la tensión alternativa de un generador de ultrasonido, por medio del cable 4. Sobre la lámina 2 [se encuentra el aire, en el cual la onda ultrasonora se refleja prácticamente por completo (§ 56.6). Toda la radiación está dirigida hacia el agua.

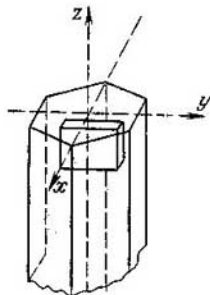


Fig. 58.3.

Para obtener una radiación de gran potencia con carácter dirigido, el diámetro del radiador se debe hacer lo más grande posible. En este caso no se utiliza un monocristal, sino un mosaico de varias láminas de espesores y tipo de corte rigurosamente iguales.

2. Las láminas funcionan a la frecuencia de resonancia, lo que permite obtener la amplitud máxima de las oscilaciones. La frecuencia de una lámina viene determinada por su espesor y por la velocidad de propagación del sonido en ella (§ 57.3). En efecto, en el espesor de la lámina cabe un número de semiondas, por lo que sus frecuencias propias se pueden calcular por la fórmula (57.8).

En los transductores de electrostricción, además del cuarzo, se utiliza la cerámica policristalina de titanato de bario ($BaTiO_3$). Con este fin se cultivan cristales minúsculos, de cerca de un milímetro de dimensión; estos cristales se mezclan con una pequeña cantidad de material cementante (sal de bario) y, calentando la mezcla hasta $1300-1400^\circ C$, se cuecen. Esto permite obtener muestras de dimensiones y formas cualesquiera. La cerámica se polariza en un campo eléctrico de cerca de $10^6 V/m$ de intensidad. Después de

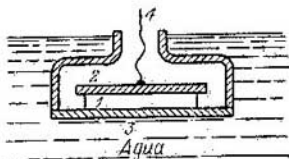


Fig. 58.4.

eliminar el campo polarizante, en los ferroeléctricos (a los cuales pertenece el titanato de bario) se conserva la polarización remanente, de un modo análogo a la imanación remanente en los ferromagnéticos.

Resulta, que si a una muestra policristalina previamente polarizada se le aplica un campo eléctrico alternativo en la dirección del campo polarizante, en esta dirección se producen oscilaciones longitudinales análogas a las del corte x del cuarzo.

3. En la práctica se utilizan mucho los transductores magnetostrictivos (§ 42.6) de níquel o permándur (aleación de un 49% de Fe, un 49% de Ni y un 2% de V); también se emplean las ferritas de manganeso-zinc (ferroxcub A) y de níquel-zinc (ferroxcub B). Los transductores se componen de láminas, para que las corrientes de Foucault sean menores; por el devanado pasa corriente de alta frecuencia procedente del generador.

El efecto de magnetostricción no es grande: en los campos de la intensidad que ordinariamente se utiliza (de alrededor de $5 \cdot 10^4$ A/m) el alargamiento relativo del permándur es $e = \Delta l/l \approx 5 \cdot 10^{-5}$. Para la altura ordinaria del paquete $l = 65$ mm (con la frecuencia de 25 kHz), el alargamiento Δl es aproximadamente de 3μ . Por eso los magnetostrictores funcionan siempre a la frecuencia propia, que, por lo general, es de 25 kHz y, raras veces, de 50 y 100 kHz. A frecuencias más altas las pérdidas en la remagnetización resultan ser tan grandes, que la utilización de los magnetostrictores es ineficaz.

§ 58.4. Receptores de sonido

1. Todo radiador de sonido o ultrasonido puede servir también de receptor. En efecto, la onda, al incidir sobre el órgano oscilante del radiador, hace que éste se mueva. En este caso las oscilaciones elásticas se transforman en eléctricas.

El micrófono electrodinámico, tan utilizado en la práctica, consta de las mismas partes que el altavoz dinámico, sólo que, en vez del diafragma, en el micrófono se emplea una membrana ligera. La onda, al llegar a la membrana, la hace vibrar; junto con la membrana oscila la bobina móvil, situada en el entrehierro de un fuerte imán permanente. En

la bobina, al oscilar en el campo magnético, se produce una corriente inducida que va a parar al amplificador.

En el micrófono de condensador la membrana y la placa fija forman el condensador, cuya capacidad eléctrica varía al separarse más o menos la una de la otra (§ 37.6). La onda sonora hace que vibre la membrana y que con esto varíe la capacidad del condensador, lo que produce una tensión alterna en la resistencia de carga. La frecuencia de esta tensión es igual a la frecuencia de la onda y su amplitud es proporcional a la amplitud de la onda.

En el micrófono de carbón la membrana comprime periódicamente el polvo de carbón, por lo que varían su resistencia y la corriente en el circuito. El aumento de la presión hace que disminuya la resistencia y, por lo tanto, que aumente la corriente, y la disminución de la presión conlleva la disminución de la corriente. Lo mismo que en los tipos de micrófonos antes citados, las débiles oscilaciones de la corriente (o tensión) se intensifican por medio de amplificadores termoiónicos.

2. Conviene advertir que, en todos los tipos de micrófonos, la frecuencia propia del sistema móvil debe diferir mucho de la frecuencia de las oscilaciones que percibe, para evitar que, debido a la resonancia, se destaque una de las frecuencias del espectro total percibido. Los receptores de ultrasonido, por el contrario, funcionan con la frecuencia de resonancia. Lo más frecuente, en este caso, es que un mismo transductor sirva alternativamente de radiador y de receptor.

§ 58.5. Oído

1. El órgano del oído de los mamíferos, y del hombre entre ellos (fig. 58.5), tiene una estructura muy compleja. El oído externo lo forman el pabellón de la oreja y el conducto auditivo. La membrana del tímpano 1 separa el oído externo del oído medio, pequeña cámara 2 que contiene tres huesecillos: el martillo, el yunque y el estribo. El martillo está en contacto con la membrana del tímpano; el estribo, con la ventana oval 3, que sirve de entrada al oído interno. El oído medio se comunica con la nasofaringe por medio de la trompa de Eustaquio.

El oído interno está formado por una serie de canales comunicantes que constituyen el laberinto. De este laberinto

sólo el caracol 4, unido al nervio auditivo, tiene relación con el oído. Tres canales semicirculares forman el órgano del equilibrio.

Dentro del caracol 4 hay unos canales llenos de líquido (linfa). En el canal de enmedio se halla el receptor auditivo u órgano de Corti, que consta de cinco filas de células de las cuales sobresalen unos cilios o pestañas; las células ciliadas

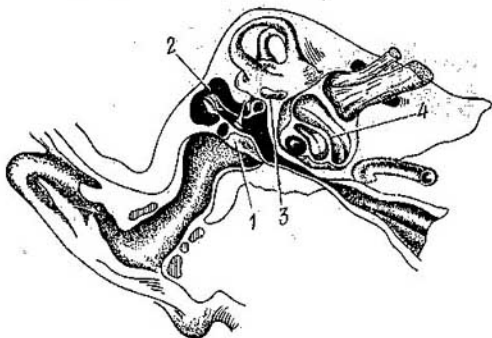


Fig. 58.5.

se extienden a todo lo largo de la espiral del caracol. Constituyen en total cerca de 4800 fibras que contienen cinco células cada una. Estas células forman la membrana basilar, en la cual las fibras tienen distinta longitud: en la base del caracol son más cortas y en el vértice, más largas.

2. La percepción del sonido se efectúa del modo siguiente. La onda sonora pasa por el conducto auditivo externo, llega a la membrana del tímpano 1 y provoca en ella oscilaciones forzadas. Estas oscilaciones se transmiten a través de los huesecillos del oído medio 2, que hacen las veces de amplificador, y alcanzan la ventana oval 3. La ventana oval produce oscilaciones en la linfa y, por medio de ella, oscilaciones de las fibras del caracol. La excitación más fuerte la experimentan las fibras cuya frecuencia propia coincide con la frecuencia del sonido. Precisamente por esto podemos distinguir los tonos y percibimos la diferencia de timbre. De hecho el órgano de Corti hace el análisis espectral de las

ondas sonoras que llegan al oído y transmite al cerebro la información correspondiente.

3. El hecho de que tengamos dos oídos nos da la posibilidad de determinar la dirección en que se encuentra la fuente de un sonido (*efecto binaural*). Si dicha fuente se halla directamente delante del observador, el sonido llega simultáneamente a ambos oídos, pero si está a un lado

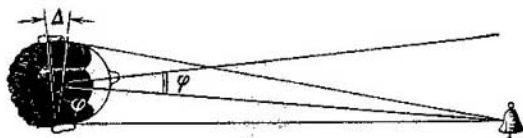


Fig. 58.6.

(fig. 58.6), el sonido llega antes a un oído que al otro y percibimos este retraso como una diferencia de fases.

Si la fuente está desviada en un ángulo φ , la diferencia de marcha $\Delta = d \sin \varphi$, donde $d \approx 20$ cm es la distancia entre las orejas. El retraso en tiempo $\tau = \Delta/u = d \sin \varphi / u \approx 5,9 \cdot 10^{-4} \sin \varphi$. Podemos distinguir con seguridad los retrasos de tiempo correspondientes a 0,1 período (desfasaje de $0,2\pi$); para las frecuencias de cerca de 1000 Hz esto constituye un tiempo $\tau_{\min} \approx 10^{-4}$ s. Entonces el ángulo mínimo φ_{\min} se determina partiendo de la condición $\sin \varphi_{\min} \approx 10^{-4} / 5,9 \cdot 10^{-4} = 0,17$. A este seno corresponde un ángulo $\varphi_{\min} \approx 10^\circ$.

§ 58.6. Peculiaridades de los infra y ultrasonidos

1. La experiencia demuestra que los infrasonidos se amortiguan débilmente. Por eso la debilitación de una onda infrasonora sólo puede deberse a la redistribución de la energía por el frente de onda creciente, si la onda es aproximadamente esférica. Cuando la fuente son las olas de viento del mar, en las que la longitud del frente de onda es de centenares de metros, la intensidad de la onda infrasonora varía poco con la distancia.

Por lo visto, los peces y los animales marinos pueden percibir los infrasonidos, con lo cual sienten como se aproxima

man los temporales. Las poderosas ondas infrasonoras que se producen durante la tempestad se propagan por el mar, prácticamente sin amortiguarse, a distancias de centenares y millares de kilómetros y anuncian su aproximación

2. Las ondas ultrasonoras se caracterizan por tener dos particularidades; una intensidad considerable y la posibilidad de obtener una radiación dirigida.

La intensidad de la onda ultrasonora $I = \frac{1}{2} \rho u \omega^2 A^2$. La alta frecuencia permite obtener ondas de hasta $100 \text{ W/cm}^2 = 10 \text{ kW/m}^2$ de intensidad utilizando transductores de titanato de bario; en la práctica se emplea una potencia mucho menor, de $10-20 \text{ W/cm}^2$. Con estas intensidades tan grandes la onda ultrasonora influye en las propiedades de la substancia y en la marcha de los procesos tecnológicos.

Así, las ondas ultrasonoras potentes hacen que se fraccionen las substancias (dispersión), lo que se aprovecha para obtener polvos muy finos, eliminar la herrumbre y las películas de grasa de la superficie de los metales, y para limpiar los tejidos de manchas y suciedad tenaces. Valiéndose de soldadores ultrasónicos se ha conseguido estañar y soldar el aluminio y algunos otros metales; el ultrasonido destruye la película de óxido que hay sobre la superficie del aluminio y la soldadura se une firmemente al metal. Introduciendo un transductor ultrasónico en un recipiente en que haya dos líquidos inmiscibles (por ejemplo, agua y aceite), al cabo de cierto tiempo se obtiene una emulsión homogénea cuyas partículas tienen dimensiones que oscilan entre fracciones de micra y varias micras. Este efecto se puede utilizar para fabricar nuevos tipos de medicamentos por emulsión acuosa de substancias medicinales inmiscibles.

3. Por medio del ultrasonido se pueden maquinarse materiales, es decir, cortarlos, rectificarlos, taladrarlos, etc. El proceso de corte consiste en que unas partículas abrasivas vibran junto con la herramienta de corte y arrancan partículas de material de la pieza que se trabaja. Según la forma de la herramienta, en las piezas se obtienen distintos orificios.

4. Por lo general las dimensiones del transductor son varias veces mayores que la longitud de onda en el medio en que se radia la onda ultrasonora. En virtud de esto, la onda emitida tiene la forma de un cono más o menos estrecho, cuya abertura viene determinada por la fórmula $\text{sen } \theta \approx \lambda/D$ (véase (57.31)).

En esto se basa el empleo del ultrasonido en los sondadores acústicos y en los detectores submarinos (sonares). En el fondo del buque se monta un transductor que emite cortos impulsos ultrasonoros, cuya duración es del orden de 0,1 s. La onda llega hasta el fondo del mar, se refleja en él y es captada por el mismo transductor, durante los intervalos de tiempo entre las emisiones, o por un receptor especial. Los impulsos reflejados se registran en una cinta y, mediante una escala previamente establecida, se mide la profundidad en metros.

Las vejigas natatorias de los peces están llenas de aire, que dispersa bien las ondas ultrasonoras. Esto permite

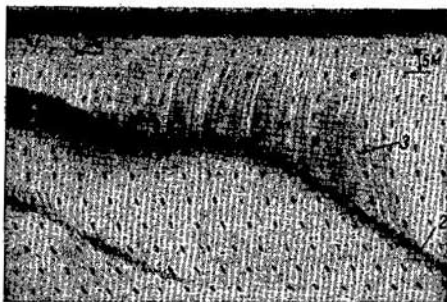


Fig. 58.7.

descubrir con los sondadores acústicos los bancos de peces. La fig. 58.7 representa el «ecograma» de un banco de jureles 3; la franja oscura 1 es la superficie del agua y la franja oblicua 2, el fondo del mar.

5. En la práctica se usan mucho los defectoscopios ultrasónicos, que funcionan con régimen de impulsos. Un defectoscopio de este tipo, propuesto por S. Ya. Sokolov, se muestra en la fig. 58.8. En él un generador emite impulsos cortos de varios megahertzios de frecuencia. La señal se transmite a un transductor de titanato de bario (o de cuarzo) y se radía en la pieza que se desea comprobar. Al mismo tiempo se observa el impulso (diente) en la pantalla de un oscilógrafo. La onda, al llegar a la cara inferior de la pieza,

se refleja y es captada por el transductor. En la pantalla del oscilógrafo aparece un segundo diente. Si en el camino que recorre el haz ultrasonoro hay un defecto, por ejemplo, un rechufe de fundición, la onda se refleja en él y el diente que corresponde al rayo reflejado se desplaza. Así, con los defectoscopios ultrasónicos se comprueba la calidad de las piezas de fundición, las costuras soldadas, etc.

6. Del ultrasonido se sirven también algunos animales. Los murciélagos se orientan mientras vuelan y cazan valiéndose del método de la localización ultrasonora (sonar).

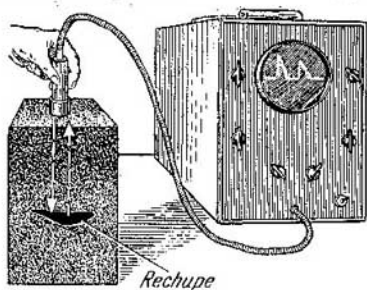


Fig. 58.8.

Su aparato fónico emite cortos impulsos ultrasónicos de 20 a 60 kHz de frecuencia; los impulsos reflejados en los obstáculos son percibidos por sus grandes orejas, con lo que el animal determina en qué dirección y a qué distancia se halla el obstáculo.

También se valen de la localización ultrasónica los delfines, las ballenas y, posiblemente, otros animales marinos. Es el caso, que, incluso en el agua del mar transparente, la luz sufre una fuerte absorción y el radio de visibilidad se limita a varios metros. La absorción del ultrasonido es mucho menor; para una frecuencia de 50 kHz el espesor de la capa de semiabsorción es igual, aproximadamente, a 2,5 km, y para 100 kHz, del orden de 100 m. Por eso los delfines, por medio de los impulsos ultrasónicos, se pueden orientar bien incluso cuando el agua está turbia, descubrir los bancos de peces, evitar todos los obstáculos que encuentran y hasta «hablar» entre sí.

ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

§ 59.1. Velocidad de las ondas electromagnéticas

1. Por los años de 1864 a 1873 se dedicó Maxwell a elaborar la teoría del electromagnetismo. Consiguió escribir la ecuación del campo electromagnético, sistema de ecuaciones diferenciales que expresan la relación entre los vectores del campo y sus fuentes: las cargas y las corrientes. Basándose en estas ecuaciones llegó a la conclusión de que en el vacío y en los dieléctricos las excitaciones arbitrarias del campo electromagnético se propagan en forma de onda electromagnética.

En 1887—1889 Heinrich Hertz hizo una serie de experimentos con los cuales demostró la existencia de las ondas electromagnéticas, y que sus propiedades son las que se deducen de la teoría de Maxwell.

2. Maxwell demostró que la velocidad de las ondas electromagnéticas en los dieléctricos se expresa por medio de la permitividad ϵ y de la permeabilidad magnética μ :

$$u = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}, \quad (59.1)$$

donde $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ es la velocidad de la luz en el vacío (§ 40.4) Sobre esta base llegó a la conclusión de que la luz es también una onda electromagnética.

Para todas las substancias, excepto las ferromagnéticas, la permeabilidad magnética difiere poco de la unidad (§§ 42.4 y 42.5). Por esto, suponiendo en (59.1) que $\mu = 1$, obtenemos la expresión de la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en un dieléctrico:

$$u = c/\sqrt{\epsilon}. \quad (59.2)$$

§ 59.2. Onda sinusoidal plana

1. Lejos de una fuente que realice oscilaciones sinusoidales de frecuencia angular ω , la onda se puede considerar plana. Supongamos que la onda se propaga a lo largo del

eje de abscisas. Entonces la ecuación de la onda se escribe así:

$$\begin{aligned} E_x = 0, E_y = E_0 \cos(\omega t - kx), E_z = 0; \\ H_x = 0, H_y = 0, H_z = H_0 \cos(\omega t - kx). \end{aligned} \quad (59.3)$$

Aquí el número de onda $k = \omega/u$ véase (56.6)), y u es la velocidad de la onda (véase (59.2)). La gráfica de esta onda se muestra en la fig. 59.1.

2. Como puede verse, a lo largo del eje de abscisas, según el cual se propaga la onda, no efectúan oscilaciones los

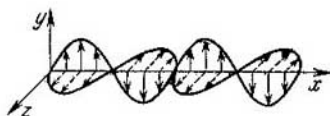


Fig. 59.1.

vectores del campo ($E_x = H_x = 0$). Esto significa que la onda electromagnética es *transversal*. En esto se diferencia esencialmente de las ondas elásticas, en las que siempre existe prácticamente la componente longitudinal.

Con anterioridad a los trabajos de Maxwell ya se sabía que la luz es una onda transversal pura (§ 64.4). Esto ocasionó dificultades enormes a la teoría ondulatoria de la luz de Huygens—Young—Fresnel, que considera la luz como un proceso en un medio elástico: era imposible comprender por qué causa no existían en la luz componentes longitudinales. La teoría electromagnética de la luz eliminó estas dificultades.

3. De las ecuaciones de Maxwell se sigue que, en la onda electromagnética, entre los módulos de los vectores del campo E y H existe la relación

$$\mu\mu_0 H^2 = \varepsilon\varepsilon_0 E^2. \quad (59.4)$$

Por consiguiente, las densidades espaciales de la energía de cada una de las componentes de la onda electromagnética coinciden: $w_e = w_m$ (§ 43.11).

Si dos magnitudes son iguales entre sí, cada una de ellas es igual a la raíz cuadrada de su producto. Así,

$$w_e = w_m = \sqrt{w_e \cdot w_m} = \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} \cdot \frac{\mu \mu_0 H^2}{2}} = \frac{EH}{2} \sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}. \quad (59.5)$$

Tomando en consideración la expresión (59.1) de la velocidad de la onda, obtenemos que

$$w_e = w_m = EH/2u. \quad (59.6)$$

4. La densidad de la energía de la onda

$$w = w_e + w_m = EH/u. \quad (59.7)$$

De acuerdo con la definición (§ 55.3), la intensidad de la onda $I = P/S = \overline{wu}$, en la que \overline{w} es el valor medio de la densidad de la energía. Teniendo en cuenta (59.7), se obtiene

$$I = \overline{EH}. \quad (59.8)$$

Así, pues, la intensidad de la energía de la onda electromagnética es igual al valor medio del producto de los módulos de los vectores del campo.

La onda electromagnética, lo mismo que la elástica, es portadora de energía, cuyo transporte se efectúa, con carácter dirigido, en el sentido

de la propagación de la onda. De aquí se deduce inevitablemente que la onda electromagnética también debe tener impulso y, por lo tanto, ejercer presión sobre los cuerpos. Maxwell llegó a esta conclusión en su tratado «Electricidad y magnetismo» (1873).

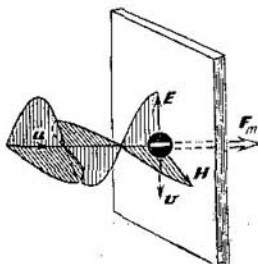


Fig. 59.2.

§ 59.3. Presión de la luz

1. El origen de la presión de la luz se puede explicar con el ejemplo de la acción de una onda electromagnética

sobre una hoja de metal (fig. 59.2). Bajo la acción de la componente eléctrica del campo, el electrón se mueve en sentido inverso al del vector intensidad del campo eléctrico.

co E , con la velocidad $v = \frac{\gamma}{en} E$ (véase (39.25)), en la que γ es la conductividad del metal y n , la concentración de electrones de conducción. La componente magnética del campo actúa sobre el electrón en movimiento con la fuerza de Lorentz (véase (41.1)): $F_m = evB = \mu_0 evH$. Como puede verse, el campo electromagnético ejerce sobre cada electrón una fuerza $F_m = \frac{\mu_0 \gamma}{n} EH$, que de acuerdo con (59.7) es proporcional a la densidad de la energía del campo. La presión de la onda sobre la lámina es igual al producto de la fuerza media \bar{F}_m por el número de electrones n_1 que hay en la unidad de superficie:

$$p = \bar{F}_m n_1 = \frac{\mu_0 \gamma n_1}{n} \overline{EH} = \frac{\mu_0 \gamma n_1}{n} \bar{w}u = K\bar{w}, \quad (59.9)$$

donde K es una constante característica de la substancia dada.

2. Maxwell demostró que la presión de la onda electromagnética

$$p = (1 + R) \bar{w}, \quad (59.10)$$

donde R es el factor de reflexión. Para una superficie especular $R_{\text{esp}} = 1$ y $p_{\text{esp}} = 2\bar{w}$; para una superficie negra, que absorbe la radiación totalmente, $R_{\text{neg}} = 0$ y $p_{\text{neg}} = \bar{w}$. La fórmula (59.10) se deducirá en el § 68.5.

Así, aunque la expresión (59.9) fue obtenida por medio de razonamientos elementales, interpreta correctamente la dependencia de la presión de la luz respecto de la densidad espacial de la energía de la onda.

3. La conclusión a que llegó Maxwell acerca de la existencia de la presión de la luz fue recibida con desconfianza por toda una serie de grandes científicos. Se planteó la necesidad de comprobar experimentalmente dicho resultado. P.N. Lébedev hizo en 1900 el experimento decisivo, mediante el cual no sólo reveló la presión de la luz sobre los sólidos, sino que además consiguió medirla. En 1907—1910 descubrió también la existencia de la presión luminosa sobre los gases.

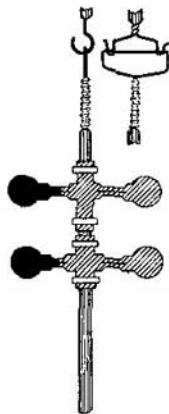


Fig. 59.3.

El aparato de Lédbev consiste en una balanza de torsión muy sensible, cuya parte móvil es una varilla ligera provista de «aletas», discos reflectores (brillantes) y absorbentes (negros) de 0,1 a 0,01 mm de espesor (fig. 59.3). Como la presión sobre el disco negro es casi dos veces menor que la presión sobre el disco brillante, sobre el sistema móvil actúa un momento de rotación que se puede medir por el ángulo de torsión del hilo. La densidad de la energía la midió Lédbev por medio de un calorímetro minúsculo, especialmente construido, sobre el cual dirigía un haz de luz durante un tiempo determinado y registraba la elevación de la temperatura. Lédbev llegó a la conclusión de que, dentro de los límites del error experimental, la magnitud de la presión de la luz está de acuerdo con la fórmula (59.10).

Las experiencias de Lédbev desempeñaron un papel histórico en la confirmación de las ideas de Maxwell y, en particular, de su deducción de que la luz es una onda electromagnética. Lédbev conquistó fama mundial y sus experiencias pasaron a la historia de la física como ejemplo de experimento físico extraordinariamente delicado.

§ 59.4. Radiación de ondas electromagnéticas por una carga con movimiento acelerado

1. Si las cargas están en reposo o en movimiento uniforme rectilíneo respecto de un sistema inercial, no radían ondas electromagnéticas. Solamente constituye una excepción la radiación de Vavílov—Cherenkov (§ 59.7).

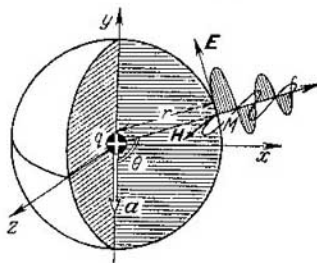


Fig. 59.4.

En efecto, si la carga está en reposo respecto del sistema de referencia, alrededor de ella se produce un campo coulombiano que no varía con el tiempo. Si la carga está en movimiento uniforme, además de la componente eléctrica surge la componente magnética

del campo (§§ 40.3 y 40.4). Pero el movimiento inercial de las cargas no va acompañado de la radiación de ondas electromagnéticas. Las fuentes de las ondas electromagnéticas son las cargas que se mueven con aceleración. Para simplificar los cálculos consideraremos que las cargas se mueven en el vacío.

2. Supongamos que la carga q se encuentra en cierto instante en el origen de coordenadas y se mueven con la

aceleración a dirigida en el sentido negativo del eje de ordenadas (fig. 59.4). Entonces, desde el origen de coordenadas, lo mismo que de un foco puntual, se propaga una onda esférica en la cual los vectores del campo son funciones del tiempo y de la distancia a la fuente de la onda.

De las ecuaciones de Maxwell se sigue que la intensidad del campo eléctrico en el punto M tiene dos componentes. Una es la intensidad ordinaria del campo coulombiano $E_{\text{coul}} = q/4\pi\epsilon_0 r^2$. La otra se pone de manifiesto como resultado del movimiento acelerado de la carga; esta componente, como se puede demostrar, tiene la forma $E_{\text{ond}} = \mu_0 q a \sin\theta / (4\pi r)$ y describe el proceso ondulatorio. El vector intensidad de la componente coulombiana del campo E_{coul} está dirigido en el sentido del radio vector ($q > 0$), y el vector E_{ond} está dirigido perpendicularmente a él; este vector se encuentra en el plano que pasa por el radio vector y el vector aceleración (véase la fig. 59.4).

3. Como E_{ond} disminuye, al aumentar la distancia, mucho más lentamente que E_{coul} , habrá una distancia r_0 a la cual $E_{\text{ond}} \gg E_{\text{coul}}$ o

$$\frac{\mu_0 q a}{4\pi r_0} \gg \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_0^2}.$$

De aquí se deduce que

$$r_0 \gg \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0 a} = \frac{c^2}{a}. \quad (59.11)$$

La región del espacio que se halla a la distancia $r \geq r_0$ de la fuente del campo, se llama *zona de onda*. En la zona de onda se puede despreciar el campo coulombiano de la carga y escribir los vectores del campo de la carga irradiante en la forma siguiente:

$$E = \frac{\mu_0 q a \sin\theta}{4\pi r}, \quad H = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E = \frac{q a \sin\theta}{4\pi r}. \quad (59.12)$$

§ 59.5. Radiación de una carga y un dipolo oscilantes

1. Supongamos que la carga q realiza en el origen de coordenadas oscilaciones armónicas $y = A \cos \omega t$; la aceleración $a = -A \omega^2 \cos \omega t$ (§ 49.1). El punto M se encuentra a la distancia r del origen de coordenadas, siendo $r \geq r_0$

(véase la fig. 59.4). Para escribir la ecuación de las oscilaciones del campo en el punto M en el instante t , en las fórmulas (59.12) hay que tomar la aceleración en el instante $\tau = t - \frac{r}{c}$; entonces $\omega\tau = \omega(t - \frac{r}{c}) = \omega t - kr$, y las expresiones para el campo toman la forma

$$E = \frac{\mu_0 q A \omega^2 \sin \theta}{4\pi r} \cos(\omega t - kr + \pi), \quad H = \\ = \frac{q A \omega^2 \sin \theta}{4\pi c r} \cos(\omega t - kr + \pi). \quad (59.13)$$

Las ecuaciones (59.13) describen el campo E y H de una onda esférica (§ 56.3) cuya frecuencia coincide con la de la carga oscilante.

2. La condición (59.11) toma en este caso la forma $r_0 \gg c/\omega^2 (\omega^2 A)$. Teniendo en cuenta que $c/\omega = \lambda/2\pi$, obtenemos que

$$r_0 \gg \lambda^2/(4\pi^2 A). \quad (59.14)$$

3. La potencia total radiada por la carga oscilante se calcula del modo siguiente. Primero, por la fórmula (59.8), se halla la intensidad de la onda en la dirección dada; después se multiplica dicha intensidad por un elemento de área de la esfera y se hace la suma extendiéndola a toda la superficie. Con una exactitud de hasta el factor numérico obtenemos

$$P \sim \overline{EHS} \sim \frac{\mu_0 q A \omega^2}{4\pi r} \cdot \frac{q A \omega^2}{4\pi c r} \cdot 4\pi r^2 \sim \frac{\mu_0 q^2 A^2 \omega^4}{4\pi c}. \quad (59.15)$$

El cálculo exacto da

$$P = \mu_0 q^2 A^2 \omega^4 / (12\pi c). \quad (59.16)$$

Como se ve, la potencia P de la radiación es proporcional a la cuarta potencia de la frecuencia. Por eso, cuando las frecuencias son bajas, la radiación de energía es insignificante por su pequeñez, pero al crecer la frecuencia de las oscilaciones la potencia de la radiación aumenta muy rápidamente.

4. Las expresiones (59.13) sirven también en el caso en que las ondas electromagnéticas las radia un dipolo cuyo momento eléctrico $p_e = ql$ efectúa oscilaciones armónicas: $p_e = p_0 \cos \omega t$. Sustituyendo en (59.13) y (59.16)

$qA = p_0$, obtenemos las ecuaciones para los campos de ondas y la expresión para la potencia total que radia el dipolo oscilante.

Un ejemplo de dipolo de este tipo es el *oscilador de Hertz* (fig. 59.5). Un carrito de Ruhmkorff, que es un transformador de alta frecuencia, carga las varillas del dipolo hasta que en el espacio entre ellas salta la chispa o descarga de alta frecuencia. Durante este tiempo el oscilador emite una onda cuya longitud es $\lambda = 2l$, y su frecuencia angular $\omega = 2\pi c/\lambda = \pi c/l$ (§ 57.3). De receptor de la onda sirve un dipolo resonador igual que el emisor. Con este aparato demostró Hertz la existencia de las ondas electromagnéticas y estudió sus propiedades.

El oscilador de Hertz tenía una longitud de 2,5 a 1 m, a la que corresponden ondas de 5 a 2 m de longitud. En 1895 hizo P.N. Lébedev unas experiencias muy interesantes. Consiguió crear un oscilador de cerca de 2,5 mm de longitud y con él obtuvo ondas de aproximadamente 6 mm de longitud. En 1922 A.A. Glagóleva-Arkádieva, valiéndose de un generador especial (emisor de masa), logró obtener ondas electromagnéticas de 1 cm a 0,35 mm, con lo cual se cerraron las gamas de las ondas radioeléctricas y de los rayos infrarrojos.

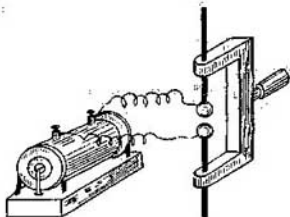


Fig. 59.5.

§ 59.6. Radiación de una carga circulante

1. Si una carga eléctrica se mueve por una circunferencia de radio R con la velocidad constante v , tiene una aceleración centrípeta (normal) $a_n = \omega^2 R$, en la que $\omega = v/R$ es la velocidad angular (§ 4.8). Y como todo movimiento acelerado de las cargas va acompañado de radiación de ondas electromagnéticas, la carga circulante también debe radiar.

Este efecto se observa en la realidad durante el movimiento de las partículas en los aceleradores cíclicos de grandes energías. Como la radiación de las cargas circulantes se observó por primera vez durante el movimiento de los electrones en el sincrotrón, recibió el nombre de *radiación sincrotrónica*. Cuando las energías del electrón son de cerca de 100 MeV, se irradian ondas en la gama de frecuencias del espectro visible, es decir, se observa el llamado *electrón luminoso*.

2. La potencia radiada por un electrón en la unidad de tiempo la hallamos por la fórmula (59.16), sustituyendo en ella la amplitud por el radio de la órbita:

$$P = \mu_0 e^2 R^2 \omega^4 / (12\pi c) = \mu_0 e^2 v^4 / (12\pi c R^2). \quad (59.17)$$

Expresando el radio de la órbita por medio de la inducción del campo magnético (véase (41.5),) se obtiene

$$P = \mu_0 e^4 v^2 B^2 / (12\pi c m^2). \quad (59.18)$$

La pérdida de potencia en radiación sincrotrónica se compensa con la aportación de energía en el espacio de aceleración (§§ 41.4—41.6).

3. Vamos a aplicar estos mismos razonamientos a un electrón que circula en un átomo. Este electrón también debe radiar ondas electromagnéticas y, por lo tanto, su energía tendrá que disminuir. El tiempo durante el cual la carga circulante pierde su energía en la radiación es aproximadamente igual al cociente de dividir la energía cinética por la potencia de radiación:

$$\tau \approx \frac{K}{P} = \frac{mv^2 \cdot 12\pi c R^2}{2 \cdot \mu_0 e^2 v^4} = \frac{6\pi c m R^2}{\mu_0 e^2 v^2}. \quad (59.19)$$

Teniendo en cuenta que en el movimiento del electrón alrededor del núcleo la fuerza coulombiana de atracción sirve de fuerza centrípeta, y suponiendo que la carga del núcleo es igual en módulo a la carga del electrón, se obtiene que

$$mv^2/R = e^2/(4\pi\epsilon_0 R^2).$$

De aquí obtenemos la expresión de la velocidad:

$$v^2 = e^2/(4\pi\epsilon_0 m R).$$

Sustituyendo en (59.19), tenemos el siguiente valor del tiempo buscado:

$$\tau \approx \frac{24\pi^2 \epsilon_0 c m^2 R^3}{\mu_0 e^4}. \quad (59.20)$$

Todas las magnitudes que figuran en esta fórmula son conocidas: $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \text{ F/m}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $R \approx 10^{-10} \text{ m}$. El cálculo da

$$\tau = \frac{24\pi^2 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 83 \cdot 10^{-82} \cdot 10^{-30}}{36\pi \cdot 10^9 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6,6 \cdot 10^{-76}} \approx 6 \cdot 10^{-10} \text{ s}.$$

4. Hemos obtenido de hecho un resultado absurdo: el electrón, al cabo de 10^{-10} s, aproximadamente, debería perder en la radiación toda su energía y pararse. Entonces, por la acción de la fuerza coulombiana, el electrón caería en el núcleo y el átomo se destruiría. Esto está en contradicción con la experiencia, que nos convence de que la estabilidad de los átomos es enorme.

Así, pues, a base de la teoría clásica es imposible en general obtener una descripción correcta de los fenómenos que ocurren en el átomo. La teoría correcta del átomo sólo se logró estructurar sobre la base de las representaciones cuánticas.

§ 59.7. Radiación de Vavílov — Cherenkov

1. Estudiando la luminosidad de diversos líquidos sometidos a la acción de radiaciones radiactivas, P. A. Cherenkov descubrió en 1934 que los rayos β (electrones relativistas) producen una luminosidad azulina muy débil en los líquidos puros. Esta luminosidad resultó ser muy singular y el académico S. I. Vavílov, que dirigía en aquel tiempo los trabajos de Cherenkov, expresó la hipótesis, confirmada después, de que era producida por el movimiento de los electrones libres en la substancia. La teoría de esta radiación fue propuesta en 1937 por los académicos I. E. Tamm y I. M. Frank. El premio Nobel de física del año 1958 fue concedido a Cherenkov, Tamm y Frank por el descubrimiento y la interpretación teórica de este fenómeno.

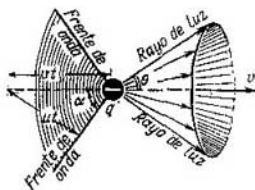


Fig. 59.6.

2. Resulta que la radiación de Vavílov—Cherenkov se produce cuando una carga se mueve uniformemente en la substancia, si su velocidad es mayor que la de la onda electromagnética: $v > u$. Este fenómeno es análogo a la formación de la onda de choque (cono de Mach) cuando un cuerpo se mueve a velocidad mayor que la del sonido (§§ 30.7 y 30.8). Efectivamente, la luminosidad de Cherenkov se

propaga también en forma de cono (fig. 59.6) cuyo ángulo de abertura se determina por la condición (30.21):

$$\cos \theta = \operatorname{sen} \alpha = \frac{u}{v} = \frac{c}{v\sqrt{\epsilon}}. \quad (59.21)$$

Midiendo experimentalmente este ángulo se puede determinar la velocidad de las partículas ultrarrelativistas.

3. La radiación de Vavílov—Cherenkov es el único caso en que una carga que se mueve uniformemente emite ondas electromagnéticas. A primera vista parece que este fenómeno contradice la teoría de la relatividad, según la cual la velocidad de un cuerpo no puede ser mayor que la velocidad de la luz (§ 12.6). Pero es que este enunciado así escrito no es exacto. En el § 12.6 se indica claramente que la velocidad de un cuerpo no puede ser mayor que la velocidad de la luz *en el vacío* (o sea, que siempre $v < c$), pero no se dice en ninguna parte que no pueda ser mayor que la velocidad de la luz en una substancia $u = c/\sqrt{\epsilon} < c$. La radiación de Vavílov—Cherenkov se produce para la condición $c/\sqrt{\epsilon} < v < c$, lo que no contradice en modo alguno la teoría de la relatividad.

§ 59.8. Efecto Doppler óptico

1. Lo mismo que en acústica (§ 56.4), en óptica, cuando se mueve el observador o la fuente, la frecuencia de las ondas electromagnéticas percibida ω difiere de la emitida por la fuente ω_0 . Pero los fenómenos que se producen en el medio elástico se diferencian esencialmente de los que tienen lugar en el campo magnético. El medio elástico puede servir de sistema de referencia, por lo que los casos de movimiento de la fuente o del receptor respecto del medio se distinguen y describen por fórmulas diferentes, (56.15) y (56.18). El campo electromagnético, en cambio, no puede servir de sistema de referencia y para el caso de las ondas electromagnéticas se habla solamente del movimiento relativo de la fuente y el receptor.

En el § 14.1 se demostró que el efecto Doppler longitudinal es consecuencia de la transformación relativista del tiempo al pasar de un sistema inercial de referencia a otro. Examinemos ahora un caso más general.

2. Supongamos que en un sistema de referencia $x_0y_0z_0$ se encuentra una fuente que emite ondas electromagnéticas de frecuencia ω_0 . Hallemos la frecuencia ω que registra un observador situado en el sistema xyz respecto del cual la fuente se mueve a lo largo del eje de abscisas con la velocidad v (fig. 59.7). Llamemos θ el ángulo entre el rayo y la dirección del movimiento de la fuente en el sistema de referencia

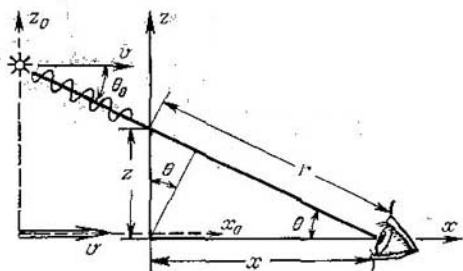


Fig. 59.7.

asociado al observador, y θ_0 , el ángulo entre el rayo y la dirección del movimiento del observador en el sistema de referencia asociado a la fuente.

En la ecuación de onda (56.10) la fase es invariante, por consiguiente, $\omega t - kr = \omega_0 t_0 - k_0 r_0$. En la fig. 59.7 se ve que $r = x \cos \theta + z \sin \theta$, y por la definición de número de onda (56.6) sabemos que $k = \omega/c$. Expresiones análogas son correctas para k_0 y r_0 . Sustituyendo en la expresión para la fase, obtenemos

$$\begin{aligned} \omega \left(t - \frac{x}{c} \cos \theta - \frac{z}{c} \sin \theta \right) &= \\ &= \omega_0 \left(t_0 - \frac{x_0}{c} \cos \theta_0 - \frac{z_0}{c} \sin \theta_0 \right). \end{aligned} \quad (59.22)$$

De acuerdo con las transformaciones de Lorentz

$$x = \frac{x_0 + vt_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad z = z_0, \quad t = \frac{t_0 + vx_0/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Sustituimos estos valores en la igualdad (59.22) y tenemos en cuenta que x , z y t son variables independientes, por lo

tanto, la igualdad (59.22) será correcta si los factores de las variables son iguales. Después de hacer transformaciones fáciles pero largas, obtenemos que

$$\omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - \frac{v \cos \theta}{c}}. \quad (59.23)$$

Esta es la expresión del efecto Doppler óptico.

3. De esta fórmula se deduce la expresión para el efecto Doppler longitudinal: cuando $\theta = 0$, la fórmula (14.4) para el caso en que la fuente y el observador se aproximan entre sí, y cuando $\theta = \pi$, la fórmula (14.3) para el caso en que se alejan mutuamente. Si se da la condición $v \ll c$ estas expresiones coinciden prácticamente con las (56.15) y (56.18).

Pero de la teoría de la relatividad se sigue la existencia del efecto Doppler *transversal* para el caso en que la fuente se mueve perpendicularmente al rayo, es decir, $\theta = \pi/2$:

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (59.24)$$

Para las ondas elásticas no existe el efecto Doppler transversal.

4. En los años 1938—1941 H. Ives y G. Stilwell hicieron una serie de experimentos para observar el efecto Doppler transversal y obtuvieron una coincidencia magnífica entre los resultados de la experiencia y la teoría. De hecho estos experimentos fueron la comprobación experimental de la ley relativista de la transformación del tiempo expresada por las transformaciones de Lorentz.

Capítulo 60

ELEMENTOS DE RADIOTECNICA

§ 60.1. Radiocomunicación

1. En 1895, A. S. Popov informó a la Sociedad Físico-Química Rusa del descubrimiento, hecho por él, de un registrador de tormentas, aparato que permitía registrar las ondas electromagnéticas producidas durante las descargas eléctricas atmosféricas. En realidad, este aparato era el

primer receptor de radio. Un año después Popov, en una asamblea de la antedicha sociedad, demostró una sesión de radiocomunicación. Desde un edificio fue transmitido a otro, que se hallaba a 250 m de distancia, un radiograma que decía: «Heinrich Hertz». Por este mismo tiempo también se ocupaba de los problemas de la radiocomunicación G. Marconi, que hizo mucho por introducir el empleo de la radio. Ahora, cuando la comunicación por radio y televisión se realiza entre la Tierra y las naves espaciales que se encuentran cerca de Venus o de Marte, la noticia acerca de una transmisión a 250 m o incluso a varios kilómetros de distancia nos parece insignificante. Pero no hay que olvidar que estos fueron los primeros pasos de la humanidad en una rama nueva, inexplorada, de la ciencia y la técnica.

2. Para que una antena (un oscilador de Hertz, por ejemplo) de longitud l emita una potencia apreciable, deben producirse en ella oscilaciones de alta frecuencia. En efecto, según (59.16), la potencia radiada

$$P = \frac{\mu_0 l^2 \omega^2}{12\pi c} I_m^2, \quad (60.1)$$

en la que $I_m = q\omega$ es la amplitud de las oscilaciones de la corriente. Sean $l \approx 10$ m la longitud de la antena, e $I_m \approx 10$ A, y calculemos la frecuencia necesaria para radiar una potencia $P \approx 100$ W. Sustituyendo estos valores en la fórmula anterior, obtenemos que $\omega \approx 10^7$ s⁻¹; a esta frecuencia corresponde una longitud de onda $\lambda = 2\pi c/\omega \approx 200$ m.

En los albores de la radiotecnica para obtener oscilaciones de alta frecuencia se utilizaba la descarga por chispas de alta frecuencia. Este procedimiento tenía una serie de inconvenientes. En primer lugar, toda la energía se consumía prácticamente en calor, y no en la radiación, de manera que el rendimiento del generador era muy pequeño y el alcance de la emisión de sólo unas decenas de kilómetros. Por otra parte, con la descarga por chispas no se conseguían ondas sinusoidales, sino una serie de impulsos amortiguados. Con ellos sólo era posible efectuar la comunicación radiotelegráfica y no la transmisión del sonido, ya que los impulsos amortiguados no se pueden modular.

3. El descubrimiento del tubo electrónico (triódo (§ 47.3)) y de sus modificaciones, las modernas válvulas multirrejilla, representó una verdadera revolución en la radiotecnica. Con

estas lámparas se consiguieron crear circuitos para generar oscilaciones electromagnéticas no amortiguadas (§ 52.3), para amplificarlas (§ 60.4), modularlas y detectarlas (§ 60.5).

A partir de los años cincuenta, las lámparas de radio empezaron a ser sustituidas en muchos circuitos por dispositivos semiconductores (transistores (§ 78.4)), los cuales poseen una serie de importantes ventajas. Pero la sustitución de la lámpara por el transistor no cambia la esencia del fenómeno, por lo que en adelante dibujaremos los esquemas con lámparas, debiendo tener en cuenta el lector que éstas se pueden sustituir por transistores.

§ 60.2. Radiodifusión

1. La base de un transmisor de radio moderno (fig. 60.1, a) es el generador de oscilaciones no amortiguadas, de lámparas o de transistores. El generador produce las oscilaciones de

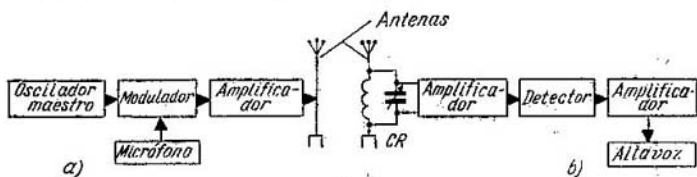


Fig. 60.1.

alta frecuencia (frecuencia portadora ω) que representa la fig. 60.2, a.

Las oscilaciones sonoras (fig. 60.2, b) penetran en el micrófono y en él se transforman en oscilaciones eléctricas. En el modulador tiene lugar el proceso de transformación de las oscilaciones sinusoidales no amortiguadas en oscilaciones moduladas (fig. 60.2, c). Una vez amplificadas, las oscilaciones moduladas llegan a la antena, que sirve para radiar las ondas electromagnéticas.

2. Estas ondas son recibidas por la antena del receptor y producen oscilaciones en el circuito resonante CR (fig. 60.1, b). Las débiles oscilaciones de alta frecuencia entra en un amplificador y luego en el detector (§ 60.5).

De las oscilaciones detectadas (fig. 60.2, *d*) se separa la componente de baja frecuencia (acústica) (fig. 60.2, *e*), que después de amplificada se transmite al altavoz dinámico.

3. El circuito resonante del receptor consta de una bobina y un condensador de capacidad variable, lo que da la posibilidad de sintonizarlo con la frecuencia de la onda que emite una u otra emisora.

Si se recibieran ondas sinusoidales sería conveniente tener un circuito resonante con factor de calidad muy grande, lo que permitiría elevar su selectividad, es decir, su capacidad para distinguir las señales de dos emisoras de frecuencias portadoras próximas (§ 53.4). Pero el circuito resonante debe recibir oscilaciones moduladas, que no tienen una frecuencia, sino una banda de frecuencias (§ 50.4) que llenan cierto intervalo del espectro. Para que la señal no se distorsione es necesario reproducir sin distorsión toda la banda de frecuencias, lo cual se consigue con una curva de resonancia muy achatada. Esto sólo es posible en el caso en que el factor de calidad del circuito es pequeño.

Así, pues, las condiciones de alta selectividad y buena reproducibilidad se contradicen y en la práctica hay que llegar a un compromiso razonable.

Advertimos también que cuanto mayor es la frecuencia portadora, tanto más amplio es el intervalo de frecuencias que puede reproducirse sin distorsión. Esta es una de las causas por las que cada vez se utiliza más la gama de ondas cortas y ultracortas.

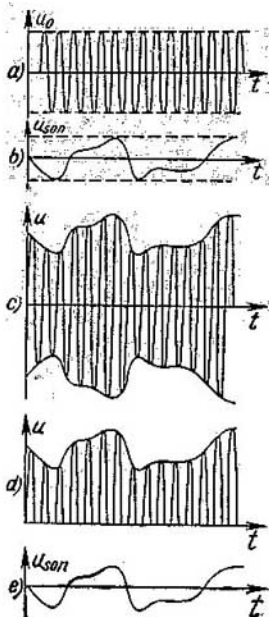


Fig. 60.2.

§ 60.3. Televisión

1. El esquema de la televisión coincide en rasgos generales con el de la radiodifusión. La emisora se distingue en que aquí las oscilaciones de la frecuencia portadora se modulan no sólo por la señal acústica, sino también por la señal de imagen, procedente de unos tubos transmisores especiales (iconoscopios o superorticones). Finalmente, en el volumen de la modulación entran además las señales para sincronizar la exploración del haz electrónico del iconoscopio, en cuya pantalla se reproduce la imagen (§ 47.4).

En el receptor de televisión la señal de alta frecuencia se vuelve a dividir en tres: la señal de imagen (videoseñal), el acompañamiento sonoro y las señales de mando. Una vez amplificadas, estas señales van a parar a sus respectivos canales, en los cuales se utilizan debidamente.

2. Las señales de mando hacen que el haz electrónico efectúa la exploración horizontal, a lo largo de las líneas, y que pase de una línea a otra. En total, en $1/30$ de segundo, el haz traza 625 líneas que constituyen un cuadro. Si durante este tiempo no hay señal de imagen, la pantalla se verá iluminada uniformemente.

La video señal amplificada se hace llegar al electrodo de mando del cañón electrónico, debido a que varía la intensidad del haz de electrones y, en consecuencia, el brillo de un punto dado de la pantalla. A expensas de estas variaciones se produce la imagen.

3. Debido al gran volumen de información que tiene que llevar la señal de televisión, ésta ocupa una banda de frecuencias del orden de 4—5 MHz (en los receptores de radiodifusión es de cerca de 10 kHz). Esto significa que la frecuencia portadora de las ondas electromagnéticas también debe ser muy alta. La frecuencia que se utiliza es de 50 a 900 MHz (la longitud de onda, de 6 m a 30 cm). Las ondas que se emplean en la radiodifusión son mucho más largas y van desde 1,5 km hasta unas decenas de metros.

§ 60.4. Amplificador termoiónico

1. Como el receptor se suele encontrar a distancias muy grandes de la emisora, a su antena llega una parte insignificante de la energía radiada por ésta. Se plantea el problema de amplificar la potencia de las oscilaciones débiles. Este problema se resuelve utilizando amplificadores de lámparas termoiónicas o de transistores. El circuito de un amplificador muy sensible de un triodo se representa en la fig. 60.3. Veamos para qué sirven y cómo funcionan en principio los grupos fundamentales de este circuito.

2. A los electrodos de la rejilla se hace llegar la débil tensión alternativa u_g , que hay que amplificar. La resistencia R_g une la rejilla con el menos de la batería anódica. Como resultado, el potencial de la rejilla oscila de un modo insignificante respecto de este potencial negativo.

La resistencia R_1 y el condensador C_1 en el circuito del cátodo originan la llamada «polarización catódica», a expensas de la cual el potencial φ_g de la rejilla resulta ser inferior que el potencial φ_h del cátodo. En efecto, dentro del triodo la corriente va del ánodo al cátodo y después, a través de la resistencia R_1 , al menos de la batería del ánodo. Juzgando por la dirección de la corriente, nos convencemos de que $\varphi_h > \varphi_g$. En dependencia de la tensión anódica

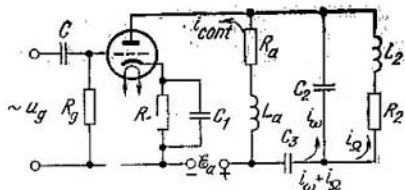


Fig. 60.3.

y de la resistencia R_1 varía la diferencia de potencial entre el cátodo y la rejilla, lo que permite elegir el «punto de trabajo» O del amplificador bien en la parte lineal de la característica (fig. 60.4, a), o bien en su inflexión (fig. 60.4, b). El condensador C_1 , de varias decenas de microfaradios de capacidad acumula carga eléctrica y con esto atenúa las pulsaciones del potencial del cátodo.

3. Si el amplificador funciona en la parte lineal de la característica (fig. 60.4, a), como se ve en la gráfica, las oscilaciones del potencial de la rejilla proporcionan oscilaciones de la corriente, de la misma forma exactamente, en el circuito del ánodo. La amplitud de las oscilaciones de la tensión u_a en la resistencia de carga R_a , cuando la pendiente de la característica es grande, puede resultar mucho mayor que en la rejilla.

Verdad es que la tensión se puede elevar por medio de un transformador, pero entre éste y el amplificador existe una diferencia esencial. En el transformador el aumento de la tensión acarrea la correspondiente disminución de la corriente; el transformador no puede aumentar la potencia de la señal, porque carece de una fuente adicional de energía. En cambio, en el amplificador, precisamente, la potencia

de las oscilaciones en el circuito del ánodo es considerablemente mayor que su potencia en el circuito de la rejilla; el flujo de energía lo asegura la batería anódica \mathcal{E}_a (véase

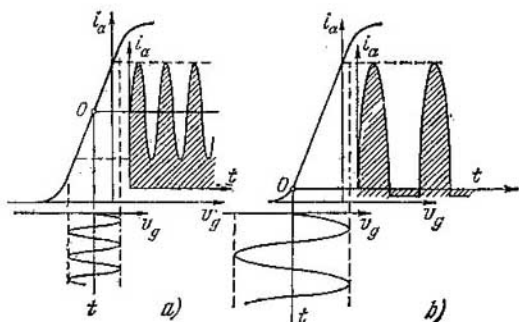


Fig. 60.4.

la fig. 60.3). Así, pues, el amplificador termoiónico funciona en régimen de amplificación de la potencia de la señal, y no sólo de su tensión.

§ 60.5. Detección (desmodulación)

1. Ya hemos dicho que al receptor llegan oscilaciones moduladas de alta frecuencia (véase la fig. 60.2, c). Para poder oír el sonido hay que separar de la señal modulada la componente de baja frecuencia (acústica). El proceso de separación de la componente de baja frecuencia se llama *desmodulación*. La desmodulación se efectúa con un *detector*, es decir, con un conductor de conductividad unilateral. Su papel puede desempeñarlo, por ejemplo, una válvula de dos electrodos (§ 47.2), un diodo cristalino (§ 78.3) y, en general, cualquier conductor no lineal, o sea, que no cumpla la ley de Ohm.

Para explicar el papel esencial de la no linealidad recurriremos al esquema de la fig. 60.3, con la condición de que el punto de trabajo se ha elegido en la inflexión de la característica (véase la fig. 60.4, b). En este caso se hace llegar a la

rejilla una señal sinusoidal, y en el circuito del ánodo se producen pulsaciones de la corriente.

En primera aproximación se puede considerar que, en su parte de trabajo, la característica tiene la forma de parábola y que en el circuito anódico la corriente no es una función lineal, sino cuadrática de la tensión en la rejilla:

$$i_a = i_0 + \alpha u_g + \beta u_g^2, \quad (60.2)$$

donde α y β son unas constantes.

2. Supongamos que a la rejilla se hace llegar la tensión modulada $u_g = A(1 + k \cos \Omega t) \cos \omega t$, en la que $k < 1$ es la profundidad o grado de modulación; Ω , la frecuencia de modulación, y $\omega \gg \Omega$, la frecuencia portadora (§ 50.2, fig. 50.2).

La corriente en el circuito del cátodo se expresa así:

$$i_a = i_0 + \alpha A (1 + k \cos \Omega t) \cos \omega t + \beta A^2 (1 + 2k \cos \Omega t + k^2 \cos^2 \Omega t) \cos^2 \omega t. \quad (60.3)$$

Aprovechando que $2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$, se puede demostrar que la corriente anódica (60.3) es la suma de tres sumandos: la corriente continua i_{cont} , la componente de alta frecuencia i_ω , con las frecuencias ω y 2ω y la componente de baja frecuencia i_Ω , con las frecuencias Ω y 2Ω :

$$i_\Omega = \frac{\beta A^2}{2} \left(1 + 2k \cos \Omega t + \frac{k^2}{2} \cos 2\Omega t \right). \quad (60.4)$$

Como se ve, la componente de baja frecuencia de la corriente, prácticamente, reproduce bien la ley de la variación de la magnitud de la oscilación modulada, es decir, de la señal acústica. Verdad es que durante la detección surge una componente con doble frecuencia de modulación ($k^2/2$) $\cos 2\Omega t$, pero cuando $k \ll 1$ se puede despreciar.

3. Aclaremos cómo se consigue separar la señal de baja frecuencia i_Ω , que nos interesa, de las otras dos componentes. Recurriremos otra vez a la fig. 60.3. Aquí, la impedancia de la bobina del altavoz dinámico $Z = \sqrt{R_2^2 + L_2^2 \Omega^2}$. Paralelamente a esta bobina se conecta el condensador C_2 .

La componente continua de la oscilación detectada no puede pasar por el condensador separador C_3 y pasa a través de la bobina de choque L_a , la resistencia R_a y la válvula. Las componentes i_ω e i_Ω , al contrario, pasan libremente a través del condensador separador C_3 (cuya capacitancia

$X_{C_2} = 1/(C_2\omega)$ es pequeña) y no pasan por la bobina de choque L_a , cuya inductancia $X_L = L_a\omega$ es grande (§§ 54.5 y 54.6).

La señal de alta frecuencia i_ω , con las frecuencias ω y 2ω , pasa después por el condensador C_2 , ya que, cuando la frecuencia es alta, la capacitancia $X_{C_2} = 1/(C_2\omega)$ es mucho menor que la inductancia $X_{L_2} = L_2\omega$. Para la señal acústica de baja frecuencia, de frecuencia $\Omega < \omega$, evidentemente, es correcta la relación inversa, en virtud de la cual pasa a través de la bobina vocal.

4. En la práctica no se utiliza la modulación cuadrática, sino otras formas de modulación. La señal modulante tampoco es sinusoidal. Sin embargo, el ejemplo recién examinado da una idea correcta del fenómeno de la desmodulación de la señal de alta frecuencia por medio del detector.

Capítulo 61

INTERFERENCIA DE LA LUZ

§ 61.1. Escala de las ondas electromagnéticas

1. Para medir la longitud de onda de las ondas luminosas y de las ondas próximas a la banda óptica (infrarrojas, ultravioletas y de rayos X) se utilizan las siguientes unidades de medición:

$$1 \mu\text{m (micrómetro)} = 10^{-6} \text{ m};$$

$$1 \text{ nm (nanómetro)} = 10^{-9} \text{ m};$$

$$1 \text{ \AA (angstrom)} = 10^{-10} \text{ m}.$$

2. La *luz visible* son ondas electromagnéticas que se encuentran en la banda de longitudes de onda que va desde $\lambda_r = 7800 \text{ \AA} = 780 \text{ nm}$ (luz roja) hasta $\lambda_v = 4000 \text{ \AA} = 400 \text{ nm}$ (luz violeta).

Pero la luz visible, por su naturaleza física, no se distingue en nada de las demás ondas electromagnéticas, o sea, de las radioeléctricas, infrarrojas, ultravioletas y de los rayos X y gamma. Por eso, hablando de luz, este término suele aplicarse con sentido amplio a las ondas electromagnéticas en general. Con esto ocurre lo mismo que con el término «onda acústica»,

que se utiliza para denominar cualesquiera ondas elásticas de pequeña frecuencia, y no sólo el sonido audible. En particular, cuando se habla de la velocidad de la luz en el vacío c , nos referimos no sólo a la luz visible, sino de hecho a todas las ondas electromagnéticas.

3. En la fig. 61.1 se representa la escala de las ondas electromagnéticas. Estas abarcan una enorme gama de frecuencias, desde varias oscilaciones por segundo hasta 10^{23} Hz.

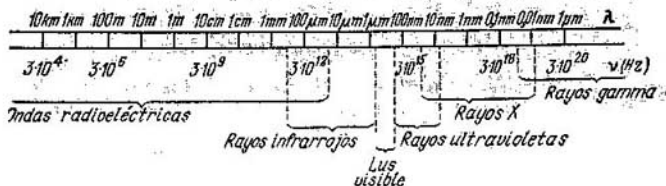


Fig. 61.1.

(a las que corresponden respectivamente longitudes de onda desde centenares de millares de kilómetros hasta 10^{-6} nm).

1. Las ondas radioeléctricas abarcan las longitudes de onda comprendidas entre 10^6 m y 50μ m; en ellas se distinguen las bandas de ondas largas (de más de 1 km), de ondas medias (desde 1 km hasta 100 m), de ondas cortas (desde 100 m hasta 10 m), y de ondas ultracortas (de menos de 10 m).

La banda de las radioondas ultracortas enlaza con la zona de los rayos infrarrojos. El límite entre ellas es puramente convencional y viene determinado por el procedimiento de obtención: las radioondas ultracortas se logran por medio de generadores especiales (método radiotécnico), mientras que los rayos infrarrojos son emitidos por los cuerpos calentados.

Más allá de la zona visible del espectro se encuentran los rayos ultravioleta; su longitud de onda va desde 400 nm hasta 10 nm. Los rayos ultravioleta se consiguen mediante descarga luminiscente (§ 48.6), por lo general, en vapor de mercurio.

Con el límite de onda corta de la zona ultravioleta empalma la zona correspondiente a los rayos X (§ 73.3). Estos abarcan la gama de longitudes de onda comprendida entre

10 nm y 0,01 nm. A continuación va la zona de los rayos gamma (§ 81.10), con longitudes de onda menores que 0,1 nm. Las zonas de los rayos X y gamma se superponen parcialmente y estas ondas hay que distinguirlas también no por sus propiedades, sino por el método con que se producen: los rayos X se obtienen en tubos especiales (§ 73.3) y los rayos gamma son emitidos por los núcleos radioactivos de algunos elementos.

§ 61.2. Tren de ondas. Vector luz

1. El mecanismo de la radiación de la luz visible y de los rayos infrarrojos, ultravioleta y X se estudiará detenidamente en los cap. 67—74. Resulta que un átomo excitado, que posee exceso de energía, pasa a un estado de energía

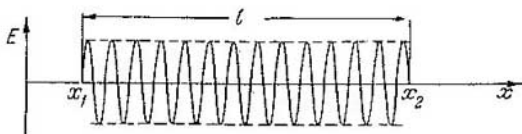


Fig. 61.2.

menor y, al hacerlo, radía una onda electromagnética. El proceso de transición dura $\tau \approx 10^{-8}$ s, este mismo tiempo dura la radiación. Por lo tanto, el átomo emite un trozo de senoide que recibe el nombre de *tren de ondas* (fig. 61.2). La longitud de un tren de ondas en el vacío $l = x_2 - x_1 = c\tau \approx 3$ m, y la longitud de la onda luminosa es de cerca de 10^{-6} m, por consiguiente, en el tren de ondas caben varios millones de longitudes de onda.

2. La fig. 61.2 representa únicamente las oscilaciones del vector intensidad de la componente eléctrica de la onda electromagnética; la componente magnética no está representada. En adelante representaremos solamente una componente de la onda electromagnética, sobreentendiendo la existencia de las oscilaciones de la otra componente en el plano perpendicular a la primera (véase la fig. 59.1). La causa por la cual se ha elegido como *vector luz* el vector E , y no el H , consiste en que la componente eléctrica de la onda electromagné-

tica actúa sobre los electrones libres y de conducción mucho más intensamente que la magnética.

En efecto, de (59.4) se sigue que, en el vacío, los vectores de la onda se relacionan entre sí por la fórmula $H = E\sqrt{\epsilon_0/\mu_0}$, de donde tenemos para el vector inducción $B = \mu_0 H = E\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = E/c$. La fuerza eléctrica $F_e = eE$ y la magnética $F_m = evB = eEv/c = F_e v/c$. Pero la velocidad de los electrones es menor que la de la luz, por lo que la fuerza magnética es mucho menor que la eléctrica.

3. Las experiencias confirman este cálculo. Resulta que el efecto fotoeléctrico (§ 68.1), las reacciones fotoquímicas (§ 68.4), la acción de la luz sobre el ojo, la fotoluminiscencia (§ 79.2), etc. son determinadas por la acción del vector E . Sin embargo, no hay que olvidar que los dos vectores del campo (E y H) están ligados indisolublemente en la onda electromagnética y que en ningunas condiciones es posible obtener una onda en la cual sólo haya una componente del campo.

§ 61.3. Relaciones de indeterminación (de incertidumbre) para la coordenada y el número de onda

1. Un tren de ondas es una onda no sinusoidal. En este sentido el tren se parece a un impulso sinusoidal (§ 53.7) y, aproximadamente, se puede representar por pulsaciones (§ 50.1). Con este fin vamos a representar el tren de ondas de longitud l en forma de suma de dos ondas sinusoidales de frecuencias angulares próximas ($\omega_1 = \omega - \Delta\omega$, $\omega_2 = \omega + \Delta\omega$) y, respectivamente, con números de onda también próximos ($k_1 = k + \Delta k$, $k_2 = k - \Delta k$):

$$E_1 = E_0 \cos(\omega_1 t - k_1 x + \varphi), \quad (61.1)$$

$$E_2 = E_0 \cos(\omega_2 t - k_2 x + \varphi).$$

La onda resultante (§ 50.1) tendrá la forma de onda «casi sinusoidal»:

$$E = B \cos(\omega t - kx + \varphi), \quad (61.2)$$

en la que la «amplitud variable» es

$$B = 2E_0 \cos(\Delta\omega \cdot t - \Delta k \cdot x). \quad (61.3)$$

2. Eligiendo un instante determinado cualquiera, obtenemos la «amplitud», que depende únicamente de la coordenada:

$$B = 2E_0 \cos(\Delta k \cdot x) = B_0 \cos(\Delta k \cdot x). \quad (61.4)$$

Esta onda es un conjunto de «pulsaciones espaciales», cuya forma en cierto instante se representa en la fig. 61.3, a.

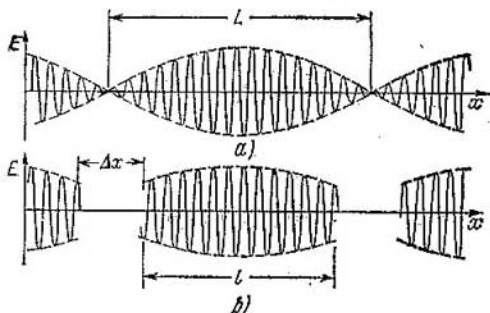


Fig. 61.3.

Las coordenadas de los «nodos» las obtenemos suponiendo que en (61.4) $\cos(\Delta k \cdot x) = 0$, de donde se sigue que $\Delta k \cdot x_m = (2m + 1)\pi/2$. Por lo tanto,

$$x_m = (2m + 1) \frac{\pi}{2\Delta k}. \quad (61.5)$$

La longitud de una «pulsación», es decir, la distancia entre los nodos más próximos, es

$$L = x_{m+1} - x_m = \pi/\Delta k. \quad (61.6)$$

Esta expresión es análoga a la del «período de pulsación» (§ 50.1).

3. Una pulsación espacial no es un tren de ondas, pero la diferencia entre ellos es menor que lo que parece. El hecho es que todo instrumento de medición tiene un límite determinado de sensibilidad, y si la «amplitud de pulsación» es menor que el límite de sensibilidad del instrumento, éste deja de percibir la onda. De ese modo, el instrumento

registrator percibirá «trozos de pulsaciones» (fig. 61.3, b) que, prácticamente, no difieren ya en nada del tren de ondas.

Valoremos la indeterminación de la coordenada Δx del tren de ondas. Consideremos que un «trozo de pulsación» refleja satisfactoriamente las propiedades del tren si la amplitud en el extremo de este trozo no es más de dos veces menor que la amplitud máxima: $B/B_0 \approx 0,5$. Advertimos que en este caso la intensidad disminuye no más de cuatro veces ($I/I_0 = B^2/B_0^2 = 0,25$). Aplicando (61.4), tenemos que

$$B/B_0 = \cos(\Delta k \cdot \Delta x) \approx 1/2.$$

De aquí se deduce que $\Delta k \cdot \Delta x \approx \pi/3 \approx 1$. Así, pues,

$$\Delta k \cdot \Delta x \approx 1. \quad (61.7)$$

Esta es la relación de indeterminación para la coordenada y el número de onda.

4. Esta relación tiene el sentido siguiente. Como el tren de ondas no es una senoide infinita, sino un trozo de senoide, no le corresponde un número de onda determinado, sino un intervalo de números de onda de anchura Δk . Por otra parte, la longitud del tren de ondas también tiene la indeterminación Δx . Esto significa que la posición del tren de ondas en el espacio no se puede hallar con una exactitud mayor que la indeterminación Δx .

Las indeterminaciones de la coordenada y del número de onda, según (61.7), son inversamente proporcionales una a otra. Por consiguiente, cuanto mayor sea la exactitud con que se mida el número de onda (o la longitud de onda), tanto más indeterminada resultará la posición del tren sobre el eje de coordenadas. Y al contrario, cuanto más exactamente se localice el tren de ondas, tanto más indeterminado resultará el número de onda (y la longitud de onda $\lambda = 2\pi/k$).

La relación (61.7) desempeña un papel de extraordinaria importancia en la mecánica cuántica (véase § 70.2 y siguientes).

§ 61.4. Monocromaticidad

1. La luz que emiten las fuentes ordinarias es una onda no sinusoidal. En el cap. 50 se demostró que toda onda no sinusoidal se puede descomponer en un espectro (§ 50.4), es decir, representar en forma de una suma de armónicas sinusoidales. Más adelante estudiaremos los métodos físicos

con los cuales se puede realizar la descomposición espectral de una onda luminosa (§§ 61.8, 61.9, 62.2, 66.12).

La luz a la cual corresponde una frecuencia determinada (y, respectivamente, una determinada longitud de onda), se llama *monocromática* (del griego $\mu\acute{\nu}\nu\omicron\xi$, único y $\chi\rho\acute{\omega}\mu\omicron\zeta$, color). En cualquier aparato espectral su espectro tiene la forma de una raya estrecha.

2. En realidad el proceso de radiación dura un tiempo finito $\tau \approx 10^{-8}$ s, como resultado de lo cual a una *raya espectral dada corresponde una gama de longitudes de onda de anchura $\Delta\lambda$* (y, respectivamente, una gama de frecuencias de anchura $\Delta\nu$).

Se llama anchura natural de una raya espectral la gama de longitudes de onda (o de frecuencias) cuya anchura viene determinada por el tiempo finito de radiación. La anchura natural se determina partiendo de la relación de indeterminación del tiempo y la frecuencia $\Delta\omega \cdot \Delta t \approx 1$ (véase (53.22)). Como la indeterminación del tiempo Δt es aproximadamente igual al tiempo de radiación τ , de (53.22) se deduce que

$$\Delta\omega \approx 1/\tau \approx 10^8 \text{ s}^{-1}. \quad (61.8)$$

3. De característica más conveniente del grado de ensanchamiento de una raya espectral sirve su *anchura relativa*. Esta es igual a la razón de la anchura de la raya a la longitud (o, respectivamente, a la frecuencia) correspondiente a la intensidad máxima de la raya espectral. Demostremos que $\Delta\omega/\omega = \Delta\nu/\nu = \Delta\lambda/\lambda$.

En efecto, si a la frecuencia ν corresponde la longitud de onda $\lambda = c/\nu$, a la frecuencia $\nu_1 = \nu - \Delta\nu$ le corresponderá la longitud de onda $\lambda_1 = \lambda + \Delta\lambda = c/(\nu - \Delta\nu)$, y a la frecuencia $\nu_2 = \nu + \Delta\nu$, la longitud de onda $\lambda_2 = \lambda - \Delta\lambda = c/(\nu + \Delta\nu)$. La igualdad $\lambda_1\nu_1 = \lambda_2\nu_2 = c$ podemos escribirla así:

$$(\lambda + \Delta\lambda)(\nu - \Delta\nu) = (\lambda - \Delta\lambda)(\nu + \Delta\nu).$$

Abriendo los paréntesis y reduciendo los términos semejantes, obtenemos la igualdad buscada para la anchura relativa, calculada por la longitud de onda o por la frecuencia. Sustituyendo los valores de $\Delta\omega \approx 1/\tau \approx 10^8 \text{ s}^{-1}$ y $\omega \approx 10^{15} \text{ s}^{-1}$, obtenemos

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 10^{-7}. \quad (61.9)$$

4. El ensanchamiento de las rayas espectrales se debe también a otros factores, entre los cuales señalaremos el movimiento térmico de los átomos (ensanchamiento Doppler) y las colisiones entre los átomos (ensanchamiento de «choque»). Este último se debe a que en los gases a presión considerable (20-20 at) y temperatura de 500—600 K se producen intensas colisiones entre los átomos. A expensas de estas colisiones disminuye el tiempo τ durante el cual radia el átomo y, respectivamente, se ensancha la raya espectral.

5. Como se demostró en el § 59.8, el movimiento de la fuente de luz va acompañado de la variación de la frecuencia de la onda luminosa. La onda de frecuencia máxima, $\nu_1 = \nu + \Delta\nu$ la emiten los átomos que se mueven hacia el observador, y la de frecuencia mínima, $\nu_2 = \nu - \Delta\nu$, los átomos que se mueven en sentido opuesto.

La velocidad media del movimiento térmico de los átomos se determina partiendo de la fórmula $\bar{\epsilon} = m_0 \bar{v}^2 / 2 = = \frac{3}{2} kT$ (§ 26.5):

$$\bar{v} = \sqrt{3kT/m_0} = \sqrt{3RT/M}.$$

Aquí M es la masa molar del gas y R la constante universal de los gases (§ 26.9). La mayor velocidad térmica la tendrán los átomos de hidrógeno, cuya masa molar es $M = 1$ kg/kmol. A $T = 6000$ K, que corresponde a la temperatura de la superficie del Sol, $\bar{v} = \sqrt{3 \cdot 8,3 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^3 / 1} = 1,2 \cdot 10^4$ m/s. Esta velocidad es mucho menor que la de la luz en el vacío ($v/c \approx 10^{-4}$), lo que permite utilizar para el cálculo de la variación de la frecuencia la fórmula aproximada $\nu' = = \nu (1 \pm v/c)$. De aquí se deduce que

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\nu' - \nu}{\nu} = \pm \frac{v}{c}. \quad (61.10)$$

Para los átomos de hidrógeno en la superficie del Sol el ensanchamiento Doppler de la raya espectral es:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v}{c} = \frac{1,2 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^8} \approx 10^{-4}.$$

Este ensanchamiento es mil veces mayor que la anchura natural.

Como se ve, la luz rigurosamente monocromática no es posible obtenerla. La luz, por principio, es una onda no monocromática (es decir, no sinusoidal).

6. Durante mucho tiempo se pensó que la anchura natural de una raya espectral no se podía disminuir. Pero con los generadores ópticos cuánticos (láseres) se ha conseguido luz monocromática en alto grado, cuya raya espectral tiene menor anchura que la natural (§§ 79.3, 79.4).

§ 61.5. Interferencia de la luz

1. En el § 57.5 se estudió el caso de la interferencia de ondas *sinusoidales*. Se demostró que si dos fuentes emiten ondas sinusoidales de igual frecuencia, en el sitio en que se encuentran se produce una figura de interferencia. Pero si este mismo experimento se hace con dos fuentes indepen-

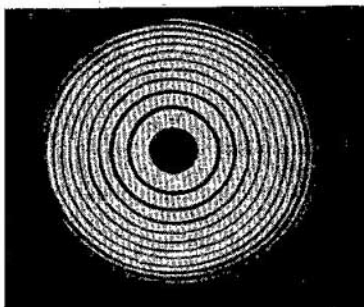


Fig. 61.4.

dientes que emitan la misma luz, la figura de interferencia no aparece y en el lugar del encuentro de ambas ondas sólo se observa una suma de las intensidades de la luz.

2. De esto no se deduce, sin embargo, que sea imposible conseguir la interferencia de la luz. En el año 1675 Newton logró ya observar dicha interferencia en un dispositivo especial hecho por él (los llamados «anillos de Newton» fig. 61.4), pero no pudo explicar el origen de los máximos y mínimos de luz.

Tomás Young observó en 1801 la interferencia de la luz valiéndose del dispositivo que reproduce esquemáticamente

la fig. 61.5. En él, un foco intenso de luz C ilumina la rendija estrecha S . La onda luminosa rodea los bordes de esta rendija (difracción) e ilumina las dos rendijas estrechas S_1 y S_2 . En virtud de la difracción, de ambas rendijas parten dos ondas que se superponen parcialmente. En la zona en que se superponen se produce la interferencia y en la pantalla M se ve un sistema de máximos y mínimos de interferencia que

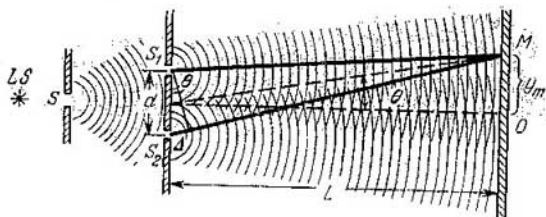


Fig. 61.5.

tienen la forma de franjas brillantes y oscuras. Young explicó correctamente el origen de estas franjas como un fenómeno de interferencia de ondas y calculó la longitud de onda, obteniendo el valor $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-7}$ m.

Además del dispositivo de Young existe una serie de otros en los cuales se produce la interferencia de la luz. Algunos de estos dispositivos se estudiarán más adelante.

3. Si en el dispositivo de Young se elimina la pantalla con la rendija S , el foco luminoso ilumina directamente las rendijas S_1 y S_2 . En este caso desaparece la figura de interferencia. Pero al eliminar la rendija S no cambia la característica de frecuencia de la luz y las dos rendijas S_1 y S_2 dejan pasar ondas luminosas de igual frecuencia.

Así, vemos que si la condición de igualdad de las frecuencias era suficiente para que se produjese la interferencia por composición de las ondas sinusoidales, en el caso de las ondas luminosas esta condición es insuficiente. La causa de que esto sea así consiste en que las ondas luminosas son no sinusoidales, lo que para la interferencia tiene esencial importancia (véase el punto 4 del párrafo siguiente).

§ 61.6. Coherencia

1. Ya hemos dicho que la onda luminosa está formada por trenes de ondas aislados. Y como distintos átomos radian independientemente unos de otros, los distintos trenes difieren en fase. Esto significa que la luz es una onda casi sinusoidal cuya fase varía desordenadamente. En otras palabras, en la expresión $s = A \cos(\omega t - kx + \varphi)$ la fase inicial φ no es una magnitud constante (como en la onda sinusoidal), sino que varía de un modo casual con el tiempo.

2. En el § 57.5 se obtuvo la expresión (57.15) de la amplitud de la oscilación resultante que se produce al componer dos ondas de igual frecuencia. Teniendo en cuenta que la intensidad de la onda es proporcional al cuadrado de la amplitud y llamando a las intensidades de las ondas componentes $I_1 = I_2 = I_0 = \alpha A^2$ y a la intensidad de la onda de la oscilación resultante $I = \alpha B^2$, en la que α es un coeficiente de proporcionalidad, obtenemos

$$\begin{aligned} I &= 4I_0 \cos^2 \left[\frac{k(r_2 - r_1)}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right] = \\ &= 4I_0 \cos^2 \left(\frac{k\Delta}{2} + \frac{\delta}{2} \right), \end{aligned} \quad (61.11)$$

donde $\Delta = r_2 - r_1$ es la diferencia de marcha y $\delta = \varphi_1 - \varphi_2$, la diferencia de fases.

En las ondas sinusoidales las fases φ_1 y φ_2 son magnitudes constantes, $\delta = \varphi_1 - \varphi_2$ también es una magnitud constante y la intensidad de la onda resultante se determina únicamente por la diferencia de marcha $\Delta = r_2 - r_1$ (§ 57.5).

3. En el caso de la composición de ondas luminosas la cuestión se complica mucho porque φ_1 y φ_2 varían fortuitamente con el tiempo. Son posibles dos casos diferentes en principio:

a) Ambas fases varían según una misma ley; entonces la diferencia de fase $\delta = \varphi_1 - \varphi_2 = 0$ y volvemos al caso estudiado en el § 57.5.

Las ondas de igual frecuencia en que la diferencia de fase $\delta = \text{const}$ (generalmente $\delta = 0$), se llaman *coherentes*. Las ondas luminosas coherentes producen figura de interferencia.

b) Las fases de ambas ondas varían casual e independientemente una de otra, con lo que también varía de un modo casual la diferencia de fase $\delta = \varphi_1 - \varphi_2$. Estas ondas se

dice que son *incoherentes*: Demostremos que cuando se encuentran ondas incoherentes no se produce interferencia.

La radiación de un tren de ondas dura $\tau \approx 10^{-8}$ s, por consiguiente, la fase de la onda varía de un modo casual más de cien millones de veces por segundo. Los dispositivos que perciben la luz (el ojo, la célula fotoeléctrica, la película fotográfica, etc.) tienen cierta inercia, por lo que sólo registran el valor medio de la intensidad de la luz durante un intervalo de tiempo $t \gg \tau$:

$$\bar{I} = 4I_0 \overline{\cos^2 \left(\frac{k\Delta}{2} + \frac{\delta}{2} \right)}.$$

Por la trigonometría sabemos que $2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$. Y como el argumento del coseno ($\alpha = k\Delta + \delta$) varía de un modo casual, el valor medio del coseno durante un intervalo de tiempo grande es igual a cero: $\overline{\cos(k\Delta + \delta)} = 0$. De donde se sigue que el valor medio del cuadrado del coseno es igual a un medio:

$$\overline{\cos^2 \left(\frac{k\Delta}{2} + \frac{\delta}{2} \right)} = \frac{1}{2} [1 - \overline{\cos(k\Delta + \delta)}] = \frac{1}{2}.$$

Por consiguiente, la intensidad media de la oscilación resultante

$$\bar{I} = 4I_0 \overline{\cos^2 \left(\frac{k\Delta}{2} + \frac{\delta}{2} \right)} = 2I_0 = I_1 + I_2.$$

4. Así, cuando se componen ondas incoherentes no hay interferencia; la intensidad media de la onda en cualquier punto es igual simplemente a la suma de las intensidades de las ondas que se componen.

La figura de interferencia sólo se produce cuando se componen ondas luminosas coherentes.

Esto da la posibilidad de comprender para qué hace falta en el experimento de Young la rendija S (véase la fig. 61.5). En este dispositivo las dos rendijas S_1 y S_2 se hallan en un mismo frente de onda y son excitadas por un tren de ondas común que parte de la rendija S . Por eso de ambas rendijas salen ondas luminosas de igual fase, es decir, ondas coherentes que producen en la pantalla una figura de interferencia. Si se elimina la rendija S , las S_1 y S_2

serán excitadas por trenes de ondas diferentes, que proceden de distintos puntos del foco luminoso. Las ondas que parten de ambas rendijas resultan ser incoherentes y la figura de interferencia desaparece.

§ 61.7. Distancia entre los máximos de interferencia

1. En el párrafo anterior se ha demostrado que, cuando se componen ondas coherentes, para el cálculo de la figura de interferencia se pueden utilizar los resultados válidos para las ondas sinusoidales: de la fórmula (57.18) ($I = I_0 \cos^2(\pi \Delta/\lambda)$) para la intensidad, y la expresión (57.20) para determinar las condiciones de máximo ($\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}$) y de mínimo ($\Delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$) de la misma.

No obstante, debe tenerse en cuenta que si la diferencia de marcha de dos ondas sinusoidales puede ser tan grande como se quiera, la constancia de la diferencia de fase de las ondas luminosas sólo se puede asegurar en el caso en que esta diferencia se encuentre dentro de los límites de un tren de ondas.

2. Por diferencia de marcha se entendía en el § 57.5 la diferencia de distancias desde los focos hasta el punto en que se investiga la figura de interferencia: $\Delta = r_2 - r_1$. Pero esta forma de abordar la cuestión sólo tiene sentido en el caso en que la onda se mueve en el vacío con la velocidad c . Si la onda no se propaga en el vacío, sino en una sustancia, hay que cambiar el concepto de diferencia de marcha, ya que puede ocurrir que las ondas se muevan según r_1 con distinta velocidad que según r_2 .

La velocidad de la luz en un cuerpo $u = c/\sqrt{\epsilon}$ (§ 59.1). Tomemos $n = \sqrt{\epsilon}$ y llamémosle *índice de refracción* (§ 63.1); tendremos que $u = c/n$. Los números de onda en cada medio serán: $k_1 = \omega/u_1 = \omega n_1/c$ y $k_2 = \omega n_2/c$. La expresión de la oscilación resultante (57.16) tomará la forma

$$B = 2A \cos \frac{k_2 r_2 - k_1 r_1}{2} = 2A \cos \frac{\omega}{2c} (n_2 r_2 - n_1 r_1).$$

Comparándola con (57.17) obtenemos la expresión de la diferencia de marcha óptica

$$\Delta = n_2 r_2 - n_1 r_1. \quad (61.12)$$

3. Para calcular la distancia entre los máximos (o los mínimos) de interferencia recurriremos a la fig. 61.5 pág. 145. En ella L es la distancia desde las fuentes hasta la pantalla; d , la distancia entre las dos fuentes; y_m , la distancia desde el centro de la figura de interferencia hasta el máximo número m , y θ , el ángulo de observación.

Es evidente que en el punto O se observa el llamado *máximo nulo*, ya que a este punto llegan las ondas de ambas fuentes en la misma fase. En otros puntos de la pantalla el máximo se produce con la condición (57.20): $\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}$, donde m es el número del máximo. Cuando $L \gg d$ y los ángulos de observación son pequeños, tenemos $\Delta = d \sin \theta$ e $y_m = L \operatorname{tg} \theta \approx L \sin \theta$, por lo tanto, $\Delta/y_m \approx d/L$. Sustituyendo el valor de la diferencia de marcha, obtenemos

$$y_m = m\lambda L/d. \quad (61.13)$$

La fórmula (61.13) expresa la distancia desde el máximo nulo (principal) hasta el máximo número m . La distancia entre dos máximos vecinos

$$b = y_{m+1} - y_m = \lambda L/d. \quad (61.14)$$

Todas las magnitudes que figuran en (61.14), excepto la longitud de onda, se pueden medir directamente. Esto permite medir, valiéndose del dispositivo de Young, la longitud de la onda luminosa. Así, en uno de los experimentos se obtuvieron: $L = 3$ m, $d = 1$ mm y $b = 2,1$ mm. Para el experimento se utilizó luz roja. La longitud de su onda

$$\lambda = bd/L = 1/3 \cdot 2,1 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} = 7 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 700 \text{ nm}$$

4. De (61.13) se sigue que la posición de un máximo de interferencia depende de la longitud de onda. Esto significa que durante la interferencia se produce la descomposición espectral de la onda luminosa no monocromática (no sinusoidal) en sus componentes sinusoidales (véase el cap. 50).

En efecto, si en el dispositivo de Young la fuente emite luz blanca, solamente el máximo nulo (principal) será blanco; todos los demás máximos estarán coloreados. Como la zona anaranjada-roja del espectro corresponde a las ondas más largas ($\lambda_r \approx 780-600$ nm) y la azul-violeta, a las más cortas ($\lambda_v \approx 480-420$), de acuerdo con (61.13) estas ondas se desvían a ángulos diferentes.

Finalmente, indicaremos que la distribución angular de los máximos y los mínimos en la figura de interferencia no depende de la intensidad de la luz y, por consiguiente, de la iluminación de la pantalla. Si un mismo dispositivo lo iluminamos con un haz de luz muy brillante y fotografiamos la figura de interferencia con un tiempo de exposición pequeño y después disminuimos la intensidad de la luz y hacemos una nueva fotografía aumentando la exposición en la misma proporción en que se redujo la intensidad de la luz, las dos fotografías serán exactamente iguales. Con esta propiedad de la interferencia volveremos a encontrarnos en el § 68.7, al estudiar las propiedades cuánticas de la luz.

§ 61.8. Interferómetro de Michelson

1. El esquema de la estructura del interferómetro de Michelson se representa en la fig. 61.6. Aquí S es un foco de luz de alta monocromaticidad; P_1 y P_2 , dos láminas de vidrio de igual espesor con las superficies perfectamente rectificadas; sobre la lámina P_1 se ha pulverizado una tenue capa de plata,

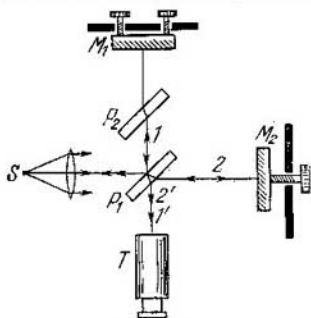


Fig. 61.6.

sobre la lámina P_1 se ha pulverizado una tenue capa de plata, calculada de tal modo que deja pasar la mitad de la luz que sobre ella incide y refleja la otra mitad (lámina semitransparente); M_1 y M_2 son dos espejos metálicos que se pueden desplazar por medio de tornillos micrométricos, y T es un anteojo. La luz del foco S incide sobre la lámina P_1

y se desdobra. La mitad de su energía se refleja hacia el espejo M_1 , vuelve a reflejarse en él, atraviesa de nuevo las láminas P_2 y P_1 y penetra en el anteojo. La otra mitad de la energía del haz luminoso atraviesa la capa de plata semitransparente, llega al espejo M_2 , se refleja en él, vuelve a pasar por la lámina P_1 y, después de reflejarse en la capa semitransparente, penetra en el anteojo.

En la capa semitransparente el tren de ondas se divide en dos partes iguales y las dos ondas que llegan al anteojo son

coherentes. El ojo del observador ve en el anteojo una figura de interferencia en forma de franjas de interferencia nítidas.

2. La diferencia de marcha es igual al duplo de la diferencia de distancias desde el centro de la lámina P_1 hasta los espejos M_1 y M_2 ; así, $\Delta = 2(l_1 - l_2)$. Como se ve, el interferómetro de Michelson funciona con una gran diferencia de marcha, lo que requiere que la luz sea altamente monocromática.

Si el espejo M_1 se desplaza una distancia igual a la cuarta parte de la longitud de onda, la diferencia de marcha varía media onda y en la figura de interferencia el máximo se desplaza al puesto que ocupaba el mínimo y viceversa. Este corrimiento de las franjas lo ve claramente el observador. De hecho, en un buen interferómetro se puede registrar un corrimiento del máximo de interferencia de 0,1 de la distancia entre las franjas, lo que corresponde a desplazar el espejo M_1 a una distancia $l = \lambda/20 \approx 500 \text{ nm}/20 = 25 \text{ nm}$.

Así, valiéndose del interferómetro de Michelson se pueden hacer mediciones precisas de longitud con una exactitud no menor de 20—30 nm. En particular, la unidad de longitud, el metro, se determina actualmente por medio de los métodos de interferencia con una exactitud de nueve cifras significativas. De acuerdo con la definición adoptada en el SI, 1 metro es una longitud igual a 1 650 763,73 longitudes de onda en el vacío de la radiación correspondiente a la transición entre los niveles $2p_{10}$ y $5d_5$ (luz anaranjada) del isótopo del criptón de masa atómica 86.

3. En 1881 A. A. Michelson y en 1887 el mismo, en colaboración con E. W. Morley hicieron un experimento con el cual intentaron hallar la diferencia de velocidades de propagación de la luz a lo largo de la dirección del movimiento orbital de la Tierra y transversalmente a esta dirección.

La idea del experimento consistía en que un brazo del interferómetro se orientaba a lo largo de la trayectoria de la Tierra y el otro, transversalmente a esta dirección, y desplazando el espejo móvil M_1 se ponía a cero la figura de interferencia. Después se hacía girar el interferómetro 90° , cambiando con esto la orientación de sus brazos. Como todos los físicos de su tiempo, Michelson estaba convencido de que a la luz podía aplicarse la ley clásica de la composición de las velocidades (§ 2.5) y que la velocidad de propagación de la luz a lo largo de los dos brazos del interferómetro sería distinta. En estas condiciones, el poner a cero la figura

de interferencia sólo sería posible siendo distintas las longitudes de los brazos del instrumento, por lo que el giro de 90° del dispositivo debería ir acompañado de un corrimiento de las franjas de interferencia.

A pesar de todas las esperanzas, el experimento no reveló ningún corrimiento de las franjas de interferencia. El perfeccionamiento introducido posteriormente en la experiencia (por R. J. Kennedy y E. M. Thorndike en 1932) llevó a la conclusión de que, si para la luz fuera correcta la ley clásica de composición de las velocidades, el corrimiento de las franjas de interferencia se observaría ya a la velocidad $v = 2$ km/s (la velocidad orbital de la Tierra es igual a 30 km/s). Pero el corrimiento de las franjas no se produjo. El resultado negativo de la experiencia de Michelson y de los que la continuaron sirvió de base experimental para reconocer el hecho de que la velocidad de la luz es la misma en todos los sistemas inerciales. Como ya se dijo (véase el cap. 12), este postulado, junto con el principio de la relatividad, fue sentado por Einstein como fundamento de la teoría de la relatividad.

§ 61.9. Aplicaciones de la interferencia

1. Además de las mediciones precisas de longitud, de que se ha hablado en el párrafo anterior, los métodos interferenciales se utilizan mucho en toda una serie de ramas de la ciencia y la técnica.

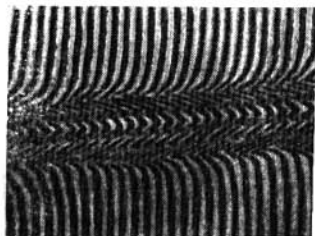


Fig. 61.7.

En primer lugar, con los interferómetros se puede comprobar la calidad de las superficies rectificadas. El microinterferómetro de V. P. Línnik es un interferómetro muy pequeño acoplado a un microscopio. Su estructura no difiere en esencia de la del inter-

ferómetro de Michelson, pero en vez de uno de los espejos se utiliza la superficie que se controla. Si la superficie está rayada o tiene alguna concavidad, esto hace que las franjas de interferencia se tuerzan (fig. 61.7). Por el carácter

§ 62.2. Red de difracción

1. Se llama *red de difracción* un sistema de N trazos o rayas paralelas grabadas sobre una lámina de vidrio. En la fig. 62.2 se muestra la vista lateral de un trozo de red muy aumentado. A veces

se utilizan redes de reflexión, que se hacen trazando, sobre la superficie pulida de una lámina de metal, rayas paralelas con una cuchilla de diamante muy fina. De las láminas así grabadas se sacan copias en gelatina o plástico (llamadas réplicas) que se utilizan como redes baratas de segunda calidad. Las buenas redes de reflexión, cuya longitud total $l \approx 150$ mm y cuyo número total de trazos $N \approx 10^5$ (la densidad de los trazos $n = 600$ trazos por mm) se fabrican en el Instituto Óptico del Estado.

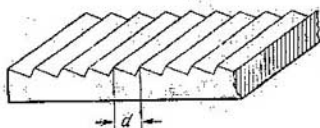


Fig. 62.2.

Las características principales de una red son: el número total de trazos N , la densidad de estos n (número de trazos por milímetro) y el período de la red $d = 1/n$ (o sea, la constante de la red).

Las características principales de una red son: el número total de trazos N , la densidad de estos n (número de trazos por milímetro) y el período de la red $d = 1/n$ (o sea, la constante de la red).

2. Como la red se ilumina por un frente de onda, sus N franjas transparentes se pueden considerar como N fuentes coherentes. Apliquémosles la teoría de la interferencia producida por muchas fuentes iguales, que se estudió en los §§ 57.6 y 57.7.

La intensidad de la luz se expresa, de acuerdo con (57.25), así:

$$I = i_0 \frac{\text{sen}^2 N\beta}{\text{sen}^2 \beta}, \text{ donde } \beta = \frac{\pi d \text{sen } \theta}{\lambda}. \quad (62.1)$$

Aquí i_0 es la intensidad de la luz que pasa por una rendija.

Los máximos principales se producen con la condición (57.31):

$$\text{sen } \theta_m = m\lambda/d \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (62.2)$$

La intensidad de la luz en los máximos principales

$$I_m = N^2 i_0. \quad (62.3)$$

la figura de difracción producida por un orificio de diámetro $D \approx 2$ mm cuando la luz es verde, $\lambda = 500 \text{ nm} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, la vemos nítidamente a distancias del orden de $l \approx \frac{4 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} = 2 \text{ m}$. Es natural que la difracción también se produzca en objetos de dimensiones mucho mayores, pero observarla sólo es posible a distancias muy grandes de dichos objetos.

2. La difracción se puede observar a simple vista practicando en un papel negro opaco un pequeño orificio con una

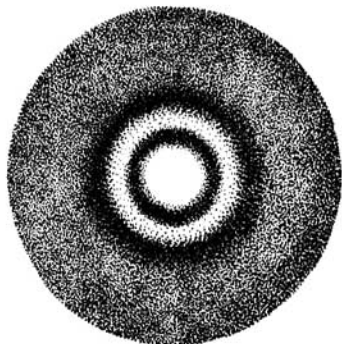


Fig. 62.1.

hoja de afeitar o pinchándolo con una aguja. El papel debe colocarse a 1,5–2 m de distancia de una lámpara brillante (de 100–200 W), y el ojo a una distancia del orden de 0,5–1 m del papel. La figura de difracción producida por un orificio circular tiene la forma que representa la fig. 62.1.

La posición de los mínimos de difracción (anillos oscuros) se puede calcular por la fórmula (57.40): $\text{sen } \theta = m\lambda/D$, en la que θ es el ángulo de observación y D , el diámetro del orificio. Es cierto que la fórmula (57.40) se dedujo para una rendija rectangular, pero, con un error pequeño, sirve también para un orificio circular.

de la distorsión se puede juzgar la profundidad de la rayadura.

2. Valiéndose de los interferómetros se pueden medir los coeficientes de dilatación lineal de los sólidos, así como la variación de las dimensiones de los materiales ferromagnéticos en un campo magnético o de los ferroeléctricos en un campo eléctrico (efectos de magnetostricción y electrostricción). En efecto, la variación de las dimensiones debida a estos efectos es muy pequeña y únicamente por medio de los métodos interferenciales es posible medirla con seguridad.

3. Utilizando los métodos interferenciales se comprueba la calidad del rectificado de las lentes y los espejos, que tiene gran importancia para la fabricación de instrumentos ópticos; se miden los índices de refracción de los cuerpos, en particular de los gases; se miden concentraciones pequeñísimas de impurezas en los gases y líquidos. En astronomía los métodos interferenciales permiten valorar el diámetro angular de las estrellas. Es de lamentar que el volumen de este libro no permita estudiar las aplicaciones indicadas del fenómeno de la interferencia y otras muy importantes.

Capítulo 62

DIFRACCIÓN DE LA LUZ

§ 62.1. Difracción por un orificio

1. Ya que la luz es una onda, debe observarse el fenómeno de la difracción de la luz, es decir, la desviación de las ondas luminosas por detrás de los bordes de los obstáculos opacos (§§ 57.8 y 57.9). Pero observar la difracción de la luz es difícil a causa de la extraordinaria pequeñez de la longitud de onda luminosa en comparación con las dimensiones de los objetos en cuyos bordes se produce.

Para evaluar la distancia l a que debe hallarse el observador cuando las dimensiones del objeto son D y la longitud de onda λ , se utiliza la expresión (57.28): $l \gg D^2/4\lambda$. Así,

3. De (62.2) se deduce la conveniencia de hacer las redes con período pequeño. Esto da la posibilidad de obtener grandes ángulos de dispersión de los rayos y, como consecuencia, una amplia figura de difracción.

Así, si $d = 1/600$ mm y la longitud de onda $\lambda = 600$ nm = $6 \cdot 10^{-4}$ mm, el primer máximo de interferencia se obtiene con la condición $\sin \theta_1 = \lambda/d = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 600 = 0,36$, es decir, bajo un ángulo $\theta_1 \approx 21^\circ$; el segundo máximo, con $\sin \theta_2 = 2\lambda/d = 0,72$, o sea, bajo el ángulo $\theta_2 = 46^\circ$. Los máximos de orden superior no se producen, porque cuando $m \geq 3$, el número $m\lambda/d > 1$.

4. De (62.2) se sigue también que la red de difracción efectúa la descomposición espectral, ya que la luz de distintas longitudes de onda se desvía en ángulos diferentes en cualquier máximo, excepto en el nulo. Si la red se ilumina con luz blanca, sólo el máximo nulo tiene color blanco; los demás máximos tendrán todos los colores del espectro. Por ejemplo, en las condiciones del problema anterior, en el primer máximo los rayos rojos ($\lambda_r \approx 760$ nm) se desvían en un ángulo $\theta_r = 27^\circ$, y los violetas ($\lambda_v \approx 400$ nm), en un ángulo $\theta_v = 14^\circ$.

Vemos, pues, que valiéndose de una red de difracción se puede medir la longitud de onda de una u otra luz. Para esto hay que conocer el período de la red y medir el ángulo en que se desvía el rayo correspondiente a la luz dada. Después de esto, por la fórmula (62.2) se puede calcular la longitud de onda.

§ 62.3. Anchura angular del máximo principal

1. Cuando el número de trazos N es grande, la intensidad de la luz en los máximos principales aumenta mucho, ya que, de acuerdo con (62.3), es proporcional a N^2 . Pero el aumento de la energía en los máximos principales debe ir acompañado inevitablemente de una disminución de la energía en las demás zonas del espectro, para que la energía total se conserve. Esto sólo es posible en el caso en que al crecer N se estrechan los máximos principales (véase la fig. 57.7).

Llamamos *anchura angular* γ de un máximo principal al ángulo sólido entre los dos mínimos más próximos a él. Para simplificar el cálculo nos referiremos al máximo principal nulo ($m = 0$). Suponiendo en (57.32) $n = 1$, obtenemos el valor del ángulo auxiliar que determina la posición del

mínimo: $\beta_1 = \pi/N$. A este ángulo auxiliar corresponde el ángulo sólido $\theta = \gamma/2$. Sustituyendo en (57.23), se obtiene

$$\frac{\pi}{N} = \frac{nd \sin(\gamma/2)}{\lambda}, \text{ de donde } \sin \frac{\gamma}{2} = \frac{\lambda}{Nd}.$$

2. Como se ve, al crecer N disminuye la anchura angular del máximo principal. Cuando $Nd \gg \lambda$, lo que siempre ocurre en la luz, $\sin(\gamma/2) \approx \gamma/2$. Así,

$$\gamma = 2\lambda/Nd. \quad (62.4)$$

En la red de que antes hablábamos, para la luz verde ($\lambda = 500 \text{ nm}$) obtenemos

$$\gamma = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-8} \cdot 600}{10^6} = 6 \cdot 10^{-8} \text{ (rad)} = \frac{6 \cdot 10^{-6} \cdot 180 \cdot 3600}{\pi} \approx 1,2''.$$

§ 62.4. Poder resolutivo de una red

1. El estrechamiento de los máximos de interferencia eleva el *poder resolutivo* o *separador* de la red, es decir, su capacidad para dar imágenes separadas de dos rayas espectrales cuyas longitudes de onda sean λ_1 y λ_2 .

En espectroscopia se dice que un instrumento *separa* dos rayas espectrales si sus imágenes se ven separadamente; si se confunden en una, se dice que el instrumento no las separa.

2. En la fig. 62.3 se muestra la distribución de las intensidades cuando se superponen dos rayas espectrales próximas de longitudes de onda λ_1 y λ_2 al difractarse la luz en una

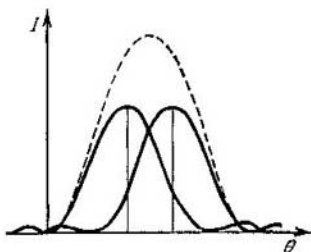


Fig. 62.3.

red con pequeño número total de trazos. La anchura del máximo principal es mucho mayor que la distancia angular entre los máximos de interferencia de ambas rayas. Esto significa que es imposible ver separadas las dos rayas y que éstas se confunden en una franja ancha. Si esta misma luz pasa a través de una red con gran número total de trazos,

surge la imagen que se ve en la fig. 62.4. En ella los máximos se han estrechado, son más brillantes y entre ellos existe un importante mínimo de intensidad, lo que permite registrar cada raya por separado.

Dos rayas estarán separadas si la distancia angular entre ellas no es menor que la semianchura de las rayas: $\theta_2 - \theta_1 \geq \gamma/2$. En otros términos esta condición se enuncia así: el máximo principal de una de las rayas no debe encontrarse más cerca que el primer mínimo de la otra (*criterio de Rayleigh*).

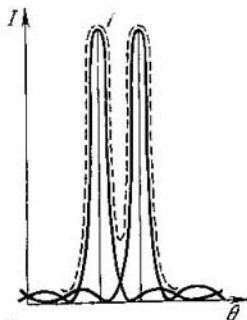


Fig. 62.4.

De (62.2) se sigue que

$$\text{sen } \theta_2 = m\lambda_2/d, \text{ sen } \theta_1 = m\lambda_1/d.$$

Si los ángulos son pequeños, $\theta_2 = m\lambda_2/d$ y $\theta_1 = m\lambda_1/d$. De acuerdo con la condición $\theta_2 - \theta_1 \approx \gamma/2$; por consiguiente

$$\gamma/2 \approx m\Delta\lambda/d. \quad (62.5)$$

Pero según (62.4), $\gamma = 2\lambda/Nd$, donde $\lambda = \lambda_1 \approx \lambda_2$. Sustituyendo en (62.5) se obtiene

$$\lambda/\Delta\lambda = mN. \quad (62.6)$$

3. La magnitud $A = \lambda/\Delta\lambda$ se llama *poder resolutivo* o *separador* del aparato espectral. Cuanto mayor sea el poder resolutivo de un instrumento, tanto más próximas serán las rayas espectrales que pueda separar.

Así, en el espectro del vapor de sodio hay una raya amarilla brillante, de longitud de onda $\lambda = 589$ nm. Cuando se crearon los aparatos espectrales de gran poder resolutivo ($A \geq 1000$) se consiguió descubrir que dicha raya es doble (es decir, un doblete) y que las longitudes de onda respectivas son $\lambda_1 = 589,0$ nm y $\lambda_2 = 589,6$ nm.

La red a que nos referimos en el § 62.2 es de un poder resolutivo muy alto. En efecto, tiene $N = 10^5$ y con ella se pueden observar espectros de primero y segundo orden ($m \leq 2$). Por consiguiente, su poder resolutivo máximo $A = mN = 2 \cdot 10^5$. Esto significa que en la zona verde del espectro ($\lambda \approx 500$ nm) esta red es capaz de separar rayas cuya diferencia de longitud de onda $\Delta\lambda = \lambda/A \approx 0,0025$ nm.

§ 62.5. Difracción de rayos X

1. En los capítulos 32 y 33 se estudió detenidamente la estructura de los cristales. Allí se indicó (§ 32.3) que los datos sobre la estructura de la red cristalina se obtienen por medio del análisis estructural por difracción de rayos X. Ahora vamos a considerar detalladamente el mecanismo de la difracción de los rayos X en los cristales.

En 1895 descubrió W. Roentgen un nuevo tipo de radiación a la que dio el nombre de rayos X. La naturaleza de estos rayos tardó mucho tiempo en esclarecerse. G. G. Stokes



Fig. 62.5.

lanzó en 1897 la idea de que los rayos X son ondas electromagnéticas cortas que se producen por el enfrenamiento brusco de los electrones en la substancia, lo que está de acuerdo con la teoría de Maxwell (§ 59.4). Pero los intentos de Roentgen para revelar la interferencia y la difracción de los rayos X resultaron fallidos.

2. En 1912, Max Laue y sus discípulos consiguieron hacer una experiencia de difracción de rayos X haciendo pasar un estrecho haz de ellos por un monocristal. Los máximos de interferencia que se produjeron como resultado de la difracción en los nudos de la red cristalina se pudieron observar en una pantalla luminiscente y fotografiarse (fig. 62.5). Sabiendo que el período de la red cristalina era igual aproximadamente a 0,1 nm y que los ángulos de desviación fueron de $10-20^\circ$, por la fórmula (62.2) se puede valorar la longitud de onda de los rayos X, la cual también resultó ser igual,

aproximadamente, a 0,1 nm. Esto permitió comprender el por qué de los fracasos de las experiencias de Roentgen: la red de difracción que él utilizó era demasiado burda.

§ 62.6. Difracción en una red tridimensional

1. En la red tridimensional que forman los nudos de un cristal, los fenómenos difieren algo de los que se producen en la red unidimensional que se estudió en el § 62.2. En la red unidimensional los máximos de interferencia se producen cualquiera que sea la longitud de onda, y la dependencia entre esta longitud λ y el ángulo de dispersión θ

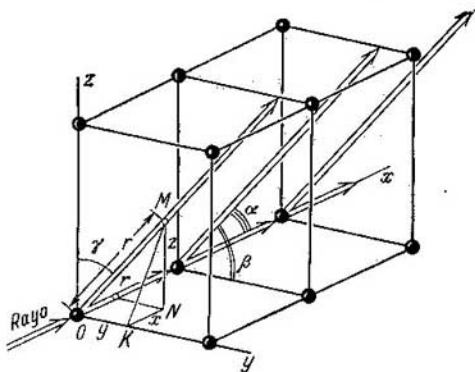


Fig. 62.6.

viene expresada por la fórmula (62.2): $\sin \theta = m\lambda/d$. En la red tridimensional sólo se observan los máximos de algunas longitudes de onda, entre los cuales y el período de la red existe una relación determinada.

Para simplificar los razonamientos vamos a considerar el fenómeno de la difracción en un cristal con red cúbica simple (fig. 62.6). La onda, al entrar en el cristal, es dispersada por los átomos y otras partículas que se hallan en los nudos de la red cristalina. Las ondas secundarias que se producen como resultado de la dispersión, son coherentes y, por lo tanto, interfieren.

2. Figurémonos que la onda incide sobre el cristal perpendicularmente a la cara yz . Investiguemos las ondas secundarias dispersas en la dirección que se indica en la fig. 62.6. Aquí los rayos forman con el eje de abscisas el ángulo α , con el eje de ordenadas, el ángulo β , y con el eje de coordenadas z , el ángulo γ . Vamos a hallar la condición con la cual las ondas dispersas en esta dirección dan un máximo de interferencia.

El sistema de nudos situados a lo largo del eje de ordenadas forma una red lineal de período d . Los máximos se producen de acuerdo con la condición (62.2), que nosotros transformaremos un poco, sustituyendo el ángulo θ , entre el rayo y la normal a la red, por el ángulo β entre el rayo y el eje de ordenadas. Pero $\beta = (\pi/2) - \theta$, por consiguiente, $\sin \theta = \cos \beta$ y la condición (62.2) se escribe así:

$$d \cos \beta = m_1 \lambda \quad (m_1 = 0, 1, 2, \dots) \quad (62.7)$$

Un resultado análogo da el sistema de nudos situados a lo largo del eje de coordenadas z :

$$d \cos \gamma = m_2 \lambda, \quad (m_2 = 0, 1, 2, \dots) \quad (62.8)$$

El sistema de nudos situados a lo largo del eje de abscisas constituye un sistema de fuentes puntuales como el estudiado en el § 57.6. En la fig. 62.6 puede verse que aquí la diferencia de marcha $\Delta = d - d \cos \alpha = d(1 - \cos \alpha)$. La condición de máximo toma la forma

$$\Delta = d(1 - \cos \alpha) = m_3 \lambda \quad (m_3 = 0, 1, 2, \dots) \quad (62.9)$$

3. El sistema de tres ecuaciones que acabamos de escribir no es siempre compatible, porque a ellas se les impone una condición más. Según la fig. 62.6, las proyecciones del radio vector r sobre los ejes de coordenadas se expresan así:

$$OT = x = r \cos \alpha, \quad OK = y = r \cos \beta, \quad MN = z = r \cos \gamma. \quad (62.10)$$

Aplicando el teorema de Pitágoras es fácil convencerse de que $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$. Teniendo en cuenta (62.10), obtenemos que

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1. \quad (62.11)$$

4. Sustituyendo los valores $\cos \beta = m_1 \lambda / d$, $\cos \gamma = m_2 \lambda / d$ y $\cos \alpha = 1 - (m_3 \lambda / d)$ en la fórmula (62.11), y después de hacer algunas transformaciones simples, se obtiene

$$\lambda = 2m_3 d / (m_1^2 + m_2^2 + m_3^2). \quad (62.12)$$

Así, pues, únicamente las ondas cuya longitud satisface la condición (62.12) son las que dan máximos de interferencia; las demás simplemente se dispersan en todas las direcciones. Y solamente en el máximo central (nulo), que satisface la condición $m_1 = m_2 = m_3 = 0$, encontramos todas las ondas independientemente de sus longitudes.

5. En este principio se basa el método de Laue. Sobre el cristal se lanza un haz en el que hay un conjunto de ondas de todas las longitudes posibles, y únicamente aquellas cuyas longitudes satisfacen la condición (62.12), producen la figura de interferencia. Conociendo el período de la red se puede medir la longitud de la onda.

Este mismo método se puede utilizar para «monocromatizar» un haz de rayos X, es decir, para separar de un ancho espectro el haz correspondiente a una estrecha gama de longitudes de onda.

§ 62.7. Análisis espectral por refracción de rayos X

1. En la actualidad el método de Laue tiene solo interés histórico. Para los fines prácticos se utiliza el método del polvo o el método del cristal oscilante.

El método del polvo, que fue propuesto en 1926 por P. Debye y P. Scherrer (método de Debye—Scherrer), permite analizar la estructura de la red cristalina de una sustancia que se encuentre en estado policristalino (§ 32.2). Esto tiene mucha importancia, ya que producir monocristales de dimensiones considerables es un problema bastante complicado y frecuentemente es imposible obtener el monocristal necesario.

Por el método del cristal oscilante sólo se pueden estudiar los monocristales, lo cual es un inconveniente de este método.

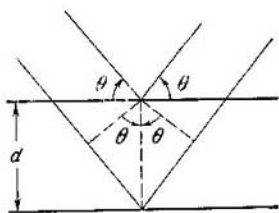


Fig. 62.7.

Sin embargo, este procedimiento da la posibilidad de estudiar la estructura de la red mucho más detalladamente que con el método de Debye—Scherrer.

2. Supongamos que un haz monocromático de rayos X con longitud de onda λ incide sobre un cristal de tal modo, que el rayo forma con el plano del cristal el ángulo θ (fig. 62.7). Si la longitud de onda satisface la condición

(62.12), en ciertas direcciones se producirán máximos de interferencia. Como se ve en la fig. 62.7, la diferencia de marcha de los rayos reflejados que interfieren se expresa así:

$$\Delta = 2 d \operatorname{sen} \theta.$$

La condición de máximo es:

$$\Delta = 2d \operatorname{sen} \theta = m\lambda. \quad (62.13)$$

Esta condición fue establecida en 1913 por W. L. Bragg y el profesor de la Universidad de Moscú G. V. Wulff (condición de Wulff-Bragg).

3. El esquema del dispositivo con cristal oscilante se muestra en la fig. 62.8. El monocristal de la sustancia que

se analiza se coloca en una platina que, por medio de un mecanismo de relojería, oscila lentamente. Un delgado haz monocromático de rayos X pasa a través de los diafragmas D_1 y D_2 , incide sobre el cristal y se difracta. Los máximos de interferencia se registran en la placa fotográfica Φ .

Al girar el cristal se infringe la condición de máximo y disminuye la intensidad del haz dispersado. Pero la onda de menor intensidad será registrada ya en otro punto de la placa fotográfica, lo que en la fig. 62.8 se representa con línea de trazos. Con esto el método del cristal oscilante no sólo permite determinar las distancias interplanares (períodos de la red), sino también, por el carácter de la distribución de la intensidad, formarse una idea de las dimensiones de las partículas que hay en los nudos de la red cristalina.

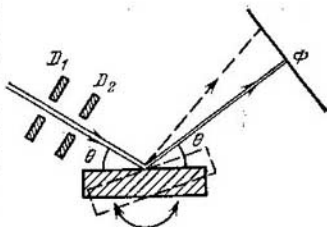


Fig. 62.8.

4. Para obtener el diagrama de Debye se dirige un estrecho haz monocromático de rayos X sobre una columnilla de polvo prensado de la substancia que se analiza (fig. 62.9). Como en la columnilla de polvo hay una multitud de cristales minúsculos orientados en completo desorden, siempre

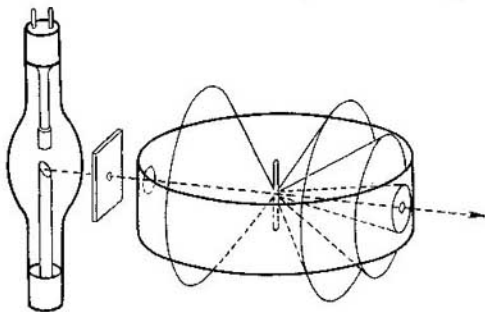


Fig. 62.9.

hay cristalitos orientados de tal modo que para ellos será correcta la condición de Wulff-Bragg; a expensas de ellos se producen los máximos de interferencia. El primer máximo se desvía del orden nulo en un ángulo 2θ ; el segundo, en un ángulo 4θ , y así sucesivamente. Y puesto que en la columna de polvo no hay direcciones privilegiadas, la condición $2d \sin \theta = m\lambda$ se cumple para todos los rayos que se encuentran en las superficies cónicas con ángulos de apertura 4θ , 8θ , etc. Al cortar la placa fotográfica estas superficies, surge un sistema de circunferencias concéntricas cuyo centro se halla en el máximo de orden nulo (fig. 62.9). El análisis de los diagramas de Debye permite juzgar acerca de la estructura, no sólo de los policristales, sino también de los compuestos de alto peso molecular—fibras, moléculas gigantes (del tipo de las albúminas) —, así como del carácter de la variación de la estructura de la sustancia en las transiciones de fase (véase el cap. 36).

§ 62.8. Difusión de la luz

1. En la fórmula (62.12) el período de la red cristalina debe ser mayor que la longitud de onda: $d > \lambda$. Si el período de la red es menor que la longitud de onda solamente se puede producir el máximo de interferencia de orden cero. En efecto, la igualdad (62.12) para $d < \lambda$ se puede cumplir únicamente en el caso cuando $m_1 = m_2 = m_3 = 0$. Recurriendo a las expresiones (62.7) — (62.9) vemos que de $m_1 = m_2 = m_3 = 0$ se sigue que $\beta = \gamma = \pi/2$, y $1 - \cos \alpha = 0$, o sea, $\alpha = 0$. Esto significa que la onda, incidiendo sobre el cristal perpendicularmente a la cara yz , se propaga a lo largo del eje de abscisas sin dispersarse a los lados.

En este caso el cristal se comporta con respecto a la onda como un medio homogéneo carente de centros de difusión. Así, la desigualdad $d < \lambda$ es la *condición de homogeneidad óptica del cristal* de período d respecto de la onda de longitud λ .

Advertimos una vez más que un mismo cristal es homogéneo respecto de unas longitudes de onda y no lo es respecto de otras. Así, las distancias interplanares de los cristales son de varios angström. Por eso, para la luz visible, cuya longitud de onda es de, aproximadamente, 400—700 nm, un cristal es un medio ópticamente homogéneo. Pero para los

rayos X, que tienen una longitud de onda de 0,1—0,01 nm, aproximadamente, este mismo cristal es una red cristalina tridimensional con heterogeneidades periódicas muy manifiestas.

2. Por lo tanto, para la luz visible, un cristal perfecto es ópticamente homogéneo y la luz no debe sufrir difusión en él. Pero todo cristal real tiene una serie de defectos (§ 32.4) que infringen su homogeneidad. Las ondas difusas por estos defectos no son coherentes, por lo que se observan en todas las direcciones posibles. La teoría de la difusión de la luz en los medios ópticamente heterogéneos fue elaborada en 1907 por L. I. Mandelshtam.

Las heterogeneidades se producen también en la sustancia a expensas de las fluctuaciones de la densidad (§§ 28.10 y 28.11), y no sólo en los cristales, sino también en los líquidos y los gases. La difusión de la luz en estas fluctuaciones se denomina *difusión molecular*. La teoría de este fenómeno la crearon en 1908—1910 Smolujowski y Einstein.

La difusión también puede producirse en pequeñas partículas extrañas diseminadas en el medio; estas heterogeneidades pueden tener dimensiones de hasta $0,1\lambda$, siempre que la distancia entre ellas sea $d > \lambda$. En este caso las heterogeneidades pueden ser partículas de humo, pequeñas gotitas de grasa en el agua (leche), gotitas de agua en el aire (niebla), etc. El medio que contiene estas heterogeneidades se llama *turbio*.

3. La experiencia demuestra que las radiaciones de onda corta (rayos violeta y azules) se difunden más intensamente, y las de onda larga (luz anaranjada y roja), con menos intensidad. Este fenómeno lo explicó en 1899 Rayleigh. Para ello partió de que en los centros de difusión, bajo la acción de la onda electromagnética, se producen oscilaciones forzadas de la misma frecuencia que la onda. En estas condiciones el centro de difusión se puede considerar como un dipolo oscilante en miniatura, que emite ondas secundarias cuya intensidad, según (59.16), es proporcional a la cuarta potencia de la frecuencia, es decir, inversamente proporcional a la cuarta potencia de la longitud de onda (*ley de Rayleigh* para la difusión de la luz):

$$I_{\text{dif}} \sim \nu^4 \sim 1/\lambda^4. \quad (62.14)$$

Esto explica el color celeste del cielo y el escarlata de los crepúsculos. Cuando el Sol está alto sobre el horizonte y

miramos en otra dirección, no percibimos la luz directa, sino la difusa en las fluctuaciones de la densidad del aire, en las cuales, según la ley de Rayleigh, predomina la zona de onda corta del espectro (celeste—azul—violeta). Y al contrario, cuando observamos una puesta o salida de Sol, percibimos la luz directa. Su componente de onda corta está difusa y en la luz transmitida predominan las ondas largas (luz anaranjada y roja). A propósito, en la Luna, donde no hay atmósfera, el cielo es completamente negro y las puestas y salidas del Sol no tienen crepúsculo.

4. La ley de Rayleigh permite explicar por qué los cristales prácticamente no difunden las ondas acústicas y ultrasonoras, pero sí difunden muy intensamente las ondas hipersónicas correspondientes a la propagación del calor (§ 45.3). La longitud de las ondas sonoras es de más de 10 cm y la del ultrasonido, de más de 1 mm, lo que supera en mucho el período de la red cristalina e incluso la distancia entre los defectos del cristal. Por eso, para estas ondas el cristal es un medio homogéneo. El hipersonido, en cambio, tiene una longitud de onda del orden de 1—10 nm, conmensurable con el período de la red cristalina, por lo que se difunde intensamente.

Capítulo 63

DISPERSIÓN Y ABSORCIÓN

§ 63.1. Índice de refracción de la luz

1. Al deducir las leyes de la reflexión y refracción de las ondas (§ 56.5) nos basamos en la ecuación general de la onda (56.8) que también es válida para las ondas electromagnéticas. Por esto, las leyes de la reflexión y de la refracción que se obtuvieron (56.25) y (56.26) son aplicables a la luz. La experiencia confirma también que este razonamiento es justo.

Supongamos que una onda luminosa incide en el vacío sobre cierto dieléctrico, como se muestra en la fig. 63.1. La velocidad de la onda en el vacío es c , y en el dieléctrico,

$u < c$; de acuerdo con (56.26), tenemos que

$$\frac{\text{sen } \alpha_0}{\text{sen } \alpha} = \frac{c}{u}. \quad (63.1)$$

La razón del seno del ángulo de incidencia α_0 al seno del ángulo de refracción α cuando la luz pasa del vacío a una substancia, se llama *índice de refracción absoluto* de la substancia dada (§ 61.7). A veces se dice simplemente índice (coeficiente) de refracción de la substancia, pero debe recordarse que, en este caso, nos referimos precisamente al índice absoluto. Así,

$$\frac{\text{sen } \alpha_0}{\text{sen } \alpha} = n. \quad (63.2)$$

La expresión (63.2) se llama *ley de Snellius* (o *Snell*), aunque éste la formuló no mediante los senos, sino de las cosecantes. La ley de la refracción en la forma (63.2) fue enunciada en 1630 por Descartes, probablemente con independencia de Snellius, cuyo trabajo aún no se había publicado en aquel tiempo.

2. Comparando las expresiones (63.1) y (63.2), obtenemos

$$n = c/u. \quad (63.3)$$

Por lo tanto, el índice de refracción de una substancia es igual a la razón de la velocidad de la luz en el vacío a la velocidad de la luz en dicha substancia.

Teniendo en cuenta que, según (59.2), la velocidad de la luz en una substancia es $u = c/\sqrt{\epsilon}$, resulta que

$$n = \sqrt{\epsilon}. \quad (63.4)$$

Con esto hemos expresado el índice de refracción de la substancia por medio de su permitividad o constante dieléctrica (fórmula de Maxwell).

3. La disminución de la velocidad de la luz en un medio ópticamente homogéneo, en comparación con su velocidad en el vacío, se explica del modo siguiente. La onda electromagnética al entrar en la substancia excita oscilaciones forzadas en los electrones, los cuales, en virtud de esto,

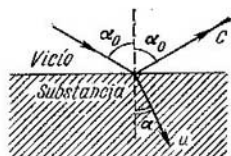


Fig. 63.1.

omiten ondas secundarias. Como en el medio ópticamente homogéneo la distancia entre las partículas es menor que la longitud de onda luminosa, serán coherentes la onda primaria y las secundarias. La interferencia entre ellas tiene por consecuencia la variación de la velocidad de la onda, dependiente de la frecuencia de la onda primaria.

Pero el cálculo de la figura de interferencia en este caso es muy difícil, por lo que en el § 63.5 estudiaremos la teoría de la dispersión, que es más fácil, aunque algo formal.

§ 63.2. Factores de reflexión y transparencia

1. Veamos cómo se redistribuye la energía entre las ondas reflejada y refractada. Para simplificar el cálculo nos limitaremos al caso en

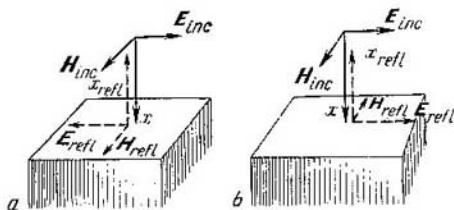


Fig. 63.2.

que la onda incide normalmente sobre la superficie de separación de dos medios con índices de refracción n_1 y n_2 . Se supone que ambos medios son dieléctricos.

Como los vectores del campo E y H son paralelos al límite de separación de ambos medios (fig. 63.2), en el límite mismo no experimentan «salto». La condición de continuidad se escribe así:

$$E_{inc} \pm E_{refl} = E_{refr}, \quad H_{inc} \mp H_{refl} = H_{refr}. \quad (63.5)$$

En otras palabras, la suma algebraica de los vectores intensidad de las ondas incidente (E_{inc}) y reflejada (E_{refl}) es igual a la intensidad del campo en la onda refractada (transmitida) (E_{refr}). Esto también es correcto para la componente magnética.

2. En la onda reflejada uno de los vectores del campo cambia de signo, lo que significa que esta componente de la onda reflejada cambia su fase por la opuesta. La causa de esto consiste en que los vectores del campo E y H forman con el sentido en que se propaga la onda (en la fig. 59.1, según el eje de abscisas) un sistema dextrógiro, y como en la reflexión cambia de signo el sentido en que se propaga la onda, tiene que cambiar también el signo de uno de los vectores del campo: el E (fig. 63.2, a) ó el H (fig. 63.2, b). Teniendo en cuenta la condición

(59.4), de la que se sigue que $H = \sqrt{\epsilon\epsilon_0/\mu\mu_0}E$, escribimos la ecuación (63.5), así:

$$E_{\text{inc}} + E_{\text{refl}} = E_{\text{refr}}, \quad \sqrt{\frac{\epsilon_1\epsilon_0}{\mu_1\mu_0}}(E_{\text{inc}} - E_{\text{refl}}) = \sqrt{\frac{\epsilon_2\epsilon_0}{\mu_2\mu_0}}E_{\text{refr}}. \quad (63.6)$$

3. Para los dieléctricos $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $n_1 = \sqrt{\epsilon_1}$ y $n_2 = \sqrt{\epsilon_2}$. Resolviendo el sistema de ecuaciones (63.6) para esta condición, obtenemos

$$E_{\text{refl}} = E_{\text{inc}} \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}, \quad H_{\text{refl}} = -H_{\text{inc}} \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}. \quad (63.7)$$

De acuerdo con (59.8) expresamos la intensidad de la onda reflejada $I_{\text{refl}} = E_{\text{refl}} H_{\text{refl}}$ por medio de la intensidad de la onda incidente $I_{\text{inc}} = E_{\text{inc}} H_{\text{inc}}$:

$$I_{\text{refl}} = I_{\text{inc}} \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2. \quad (63.8)$$

La intensidad de la onda transmitida (refractada) cuando la luz incide normalmente

$$I_{\text{refr}} = I_{\text{inc}} - I_{\text{refl}} = I_{\text{inc}} \frac{4n_2n_1}{(n_2 + n_1)^2}. \quad (63.9)$$

4. Introducimos los conceptos de factores de reflexión y transparencia:

$$R = \frac{I_{\text{refl}}}{I_{\text{inc}}} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2, \quad T = \frac{I_{\text{refr}}}{I_{\text{inc}}} = 1 - R = \frac{4n_2n_1}{(n_2 + n_1)^2}. \quad (63.10)$$

Las magnitudes obtenidas son completamente análogas a las que en el § 56.6 se introdujeron para las ondas elásticas.

§ 63.3. Dispersión

1. Una vez obtenida la relación (63.4), Maxwell no pudo comprobarla, porque en aquel tiempo la permitividad de la mayoría de las sustancias se desconocía o había sido medida con grandes errores. No obstante, comprobar esta relación era uno de los métodos que, junto con las experiencias de medida de la presión luminosa (§ 59.3), podían confirmar que la teoría de Maxwell era correcta. Las primeras mediciones sistemáticas de la permitividad las llevó a cabo L. Boltzmann en los años 1872—1874. Una serie de resultados interesantes fueron obtenidos por los discípulos de A. G. Stoiliétov: N. N. Shíller, en 1874, y P. A. Zílov, en 1875.

Tabla 63.1

Substancia	n	n^2	ϵ	ν
Aire	1,000292	1,000584	1,000576	—
Benceno	1,50	2,25	2,2336	—
Parafina (líquida)	1,48	2,19	2,2	—
Diamante	2,4195	5,855	5,68	—
Cuarzo fundido	1,4587	2,129	3,8	—
Sal gema	1,5412	2,374	6,0	—
Vidrio crown	1,5097	2,280	5,3	—
Vidrio flint	1,7004	2,890	6,9	—
Hielo (-5°C)	1,31	1,716	75 25 5	0 10 kHz 50 kHz
Agua (20°C)	1,333	1,773	80 44	Hasta 1 GHz 19 GHz
Vapor de agua	1,000252	1,0005	1,0060	30 GHz

2. En la tabla 63.1 se dan, para que puedan compararse, las permitividades y los índices de refracción de algunas sustancias. Para el agua y el hielo se indican las frecuencias con las cuales se midió la constante dieléctrica. Todos los índices de refracción se dan para la zona amarilla del espectro (raya del sodio $\lambda_D = 589,6$ nm o raya del helio $\lambda_d = 587,6$ nm, frecuencia $\nu = 5,1 \cdot 10^{14}$ Hz). En aquellos casos en que la frecuencia no se indica, los datos que figuran en la tabla son correctos prácticamente para todas las frecuencias.

3. Vemos que para el aire (que se cita como ejemplo de uno de tantos gases) la relación $n^2 = \epsilon$ se cumple muy bien. Esta relación también la cumplen bien los líquidos y sólidos con enlaces covalentes entre sus átomos (benceno, parafina, diamante y otros).

Las sustancias con red cristalina iónica ya cumplen mal la relación $n^2 = \epsilon$ (cuarzo, sal, vidrio). Las sustancias con moléculas polares (agua, hielo) presentan valores totalmente distintos de n^2 y ϵ . Pero esto no se debe considerar aún como

una contradicción de la teoría de Maxwell. El caso es que, en estas sustancias, los valores de n^2 y ϵ se han medido con distintas frecuencias, y a causa de esto pueden no coincidir, como ya escribió Maxwell a propósito de esto.

4. La experiencia demuestra que tanto la permitividad como el índice de refracción dependen de la frecuencia de las oscilaciones de la onda luminosa y, por lo tanto, de la longitud de onda. Pero si el índice de refracción depende de la frecuencia, la velocidad de propagación de la luz en una sustancia según (63.3) también depende de la frecuencia. *La dependencia de la velocidad de propagación de la onda respecto de su frecuencia se llama dispersión.* Por la misma razón se puede llamar dispersión la dependencia de la velocidad de la onda respecto de su longitud.

§ 63.4. Dispersión y descomposición espectral

1. La dispersión va acompañada de la descomposición espectral de la luz no monocromática (por ejemplo, blanca) en sus componentes sinusoidales. La causa de esto es que a cada frecuencia corresponde un índice de refracción, por lo que los rayos correspondientes a distintas frecuencias se desvían de la dirección inicial en ángulos diferentes.

Supongamos, por ejemplo, que sobre la superficie del agua incide un rayo de luz blanca procedente del aire; el ángulo de incidencia $\alpha = 80^\circ$. Hallamos el ángulo de refracción para la luz roja ($\lambda = 670,8$ nm, $n_r = 1,33$) y para la luz violeta ($\lambda = 404,7$ nm, $n_v = 1,34$). Aplicando la ley de la refracción (63.2), obtenemos los valores de los ángulos de refracción:

$$\text{sen } \alpha_r = (\text{sen } 80^\circ)/1,33 = 0,7405, \quad \alpha_r = 47^\circ 46';$$

$$\text{sen } \alpha_v = (\text{sen } 80^\circ)/1,34 = 0,7350, \quad \alpha_v = 47^\circ 19'.$$

Vemos que los rayos violeta se desvían más de la dirección inicial que los rayos rojos debido a lo que la luz blanca se descompone en los armónicos que la constituyen.

2. La aparición del espectro al refractarse la luz blanca en el vidrio es un fenómeno que, por lo visto, fue observado ya en la antigüedad remota. Pero hasta Newton nadie se ocupó seriamente de este problema. En 1666, Newton «consiguió un prisma triangular de vidrio para hacer con él experimentos sobre los célebres fenómenos de los colores».

según escribió él mismo en sus memorias «Nueva teoría de la luz y de los colores». Descomponiendo con el prisma la luz blanca en su espectro, Newton demostró que los colores «homogéneos» (ondas monocromáticas decimos ahora) no se descomponen ya en colores componentes.

La diferente «refringencia» de la luz de distinto color la explicó Newton suponiendo que la luz roja está formada por partículas (corpúsculos) grandes, y la violeta, por corpúsculos pequeños. Al ser atraídas por la substancia, las partículas violetas, menos pesadas, se desvían más que las rojas, cuya masa es mayor. Y aunque desde las posiciones actuales el fenómeno de la dispersión se explica de un modo totalmente distinto, no pueden menoscabarse los méritos de Newton en la rama de la óptica como científico descubridor e investigador de una serie de fenómenos nuevos, para explicar los cuales intentó crear una teoría armoniosa.

§ 63.5. Teoría electrónica de la dispersión

1. En el vacío todas las ondas electromagnéticas se propagan con la misma velocidad c independientemente de sus frecuencias; la dispersión se produce en la substancia. Por consiguiente, la dispersión, lo mismo que otras propiedades de la substancia, debe poder explicarse basándose en la estructura de ésta.

La teoría de la dispersión basada en la teoría electrónica clásica fue creada por el eminente científico H. A. Lorentz a finales del siglo XIX y principios del XX. Como base tomó las siguientes consideraciones.

2. Entre ϵ y n^2 sólo se observa una gran diferencia en las substancias que tienen moléculas polares, en el caso en que ϵ se mide con frecuencias que difieren mucho de las frecuencias de las ondas luminosas. Pero si se mide el índice de refracción de la substancia en la banda óptica (luz visible y regiones lindantes con ella de las zonas infrarroja y ultravioleta), éste será aproximadamente el mismo tanto en las substancias con moléculas polares como en las de moléculas no polares (véase la tabla 63.1). De aquí concluimos que la polarizabilidad dipolar, característica de las substancias de moléculas polares (§ 38.6), sólo tiene lugar en un campo estático o en campos alternativos de frecuencia relativamente pequeña. En los campos de alta frecuencia ya no tiene tiempo de girar el dipolo molecular, el grado de orientación

de estos dipolos disminuye y, respectivamente, disminuye también la permitividad; en el hielo, por ejemplo, disminuye en 15 veces al variar la frecuencia desde cero hasta 50 kHz (véase la tabla 63.1).

Así, en la gama de frecuencias ópticas, la presencia o ausencia de momento dipolar en las moléculas, así como la existencia de enlace iónico o covalente entre las partículas del cristal o del líquido, dejan de desempeñar papel y la polarización de la sustancia se produce únicamente a expensas de la deformación de la nube electrónica (§ 38.5).

3. Para explicar la dependencia del índice de refracción de la sustancia respecto de la frecuencia (es decir, la dispersión) vamos a analizar el mecanismo de la polarización del átomo o la molécula en el campo electromagnético de la onda luminosa. Supongamos que el vector luz (§ 61.2) efectúa las oscilaciones

$$E = E_0 \cos \omega t. \quad (63.11)$$

Bajo la acción de la fuerza eléctrica $F = eE = eE_0 \cos \omega t$, los electrones empiezan a realizar en los átomos oscilaciones forzadas (§ 53.4). La acción de la componente magnética, como se demostró en el § 61.2, se puede despreciar. Las oscilaciones forzadas de la nube electrónica se efectúan según la ley (§ 53.4)

$$l = A \cos \omega t = \frac{F_m}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos \omega t = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos \omega t. \quad (63.12)$$

Aquí ω_0 es la frecuencia angular propia de las oscilaciones de la nube electrónica y ω , la frecuencia angular de las oscilaciones de la onda. La variación de la fase inicial de $\varphi_0 = 0$, cuando $\omega < \omega_0$, a $\varphi = \pi$, cuando $\omega > \omega_0$, la tenemos en cuenta introduciendo el signo en la amplitud.

4. El momento dipolar de la molécula inducido por el campo realiza oscilaciones siguiendo la misma ley:

$$p_e = el = \frac{e^2 E_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos \omega t = \frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} E. \quad (63.13)$$

Comparando esta expresión con la fórmula (38.18), obtenemos el valor de la polarizabilidad de la molécula:

$$\alpha = \frac{p_e}{e_0 E} = \frac{e^2}{m e_0 (\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (63.14)$$

La permitividad $\varepsilon = n^2$, de acuerdo con (38.20), será

$$n^2 = \varepsilon = 1 + n_0\alpha = 1 + \frac{e^2 n_0}{m\varepsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (63.15)$$

Esta es la *ley de la dispersión*. En ella la concentración de moléculas se designa por n_0 para diferenciarla del índice de refracción n .

5. La susceptibilidad eléctrica de los gases $\kappa = n_0\alpha$ es mucho menor que la unidad, lo que permite simplificar la expresión (63.15). En efecto, $n^2 - 1 = \kappa$, o $(n - 1)(n + 1) = \kappa$. Pero $n + 1 \approx 2$, por consiguiente, $n - 1 = \kappa/2$, o

$$n = 1 + \frac{\kappa}{2} = 1 + \frac{e^2 n_0}{2m\varepsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (63.15')$$

§ 63.6. Dispersión normal y anómala

1. La expresión (63.15) permite explicar el fenómeno de la dispersión. Como puede verse, el índice de refracción depende de la frecuencia angular de las oscilaciones del campo electromagnético en la onda luminosa.

Al deducir la ley de la dispersión sólo se tuvo en cuenta la acción del campo eléctrico sobre la nube electrónica de la molécula, y no se tomó en consideración la interacción entre las moléculas. Por lo tanto, la ley de la dispersión obtenida en el párrafo anterior sólo es de hecho correcta para los gases. Pero cualitativamente, para esclarecer el mecanismo del proceso (y no para los cálculos) vamos a utilizar también la fórmula (63.15) para los líquidos y los sólidos.

2. La gráfica de la ley de la dispersión (63.15') se muestra en la fig. 63.3 por medio de líneas de trazos. Vemos que cuando la frecuencia de la onda es menor que la frecuencia propia de las oscilaciones de la nube electrónica ($\omega < \omega_0$), el índice de refracción es mayor que la unidad. Cuando $\omega \rightarrow \omega_0$, el índice de refracción crece ilimitadamente. Pero si la frecuencia de la onda es mayor que la frecuencia propia ($\omega > \omega_0$), el índice de refracción es menor que la unidad, y cuando $\omega \rightarrow \omega_0$ dicho índice se convierte en una magnitud negativa, lo que carece de sentido.

Elégamos a la conclusión de que la expresión (63.15) sólo tiene sentido cuando se da la condición de que la frecuencia de la onda difiere considerablemente de la frecuencia propia de las oscilaciones de la nube electrónica. En el caso en que $\omega \approx \omega_0$ se obtiene un resultado absurdo. Esto

está de acuerdo totalmente con el análisis efectuado en el § 53.2, según el cual, durante la resonancia no se puede utilizar la expresión (63.12) ni su consecuencia (63.15). Aquí hay que tener en cuenta la existencia del amortiguamiento, cuya magnitud, expresada por el factor de calidad, determina la amplitud de las oscilaciones durante la resonancia.

3. Una teoría más exacta de la dispersión, que no vamos a exponer aquí, toma en consideración la existencia del amortiguamiento y conduce a la dependencia correcta del

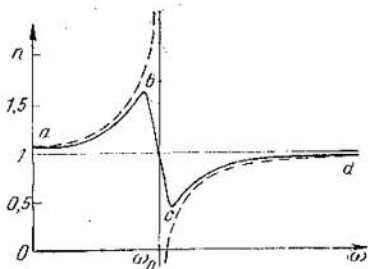


Fig. 63.3.

índice de refracción respecto de la frecuencia en toda la gama de frecuencias. La gráfica de esta función se muestra en la fig. 63.3 con línea continua. Esta gráfica recibe el nombre de *curva de dispersión*.

Como puede verse, en los trozos ab y cd , donde la frecuencia de la onda difiere mucho de la de resonancia, el índice de refracción crece al aumentar la frecuencia de la onda. Estos trozos se llaman zonas de dispersión *normal*. El trozo bc , próximo a la frecuencia de resonancia, se caracteriza porque, al crecer la frecuencia, el índice de refracción disminuye. Este trozo recibe el nombre de zona de dispersión *anómala*.

Advertimos que, desde el punto de vista de la teoría electrónica, en esto no hay nada anormal, la zona bc se manifiesta tan regularmente como las ab y cd . Lo que ocurre es que hasta mediados del siglo XIX no se habían observado estas zonas de la curva de dispersión, y los físicos, desde los tiempos de Newton, se habían acostumbrado a pensar que al crecer la frecuencia (o disminuir la longitud de onda),

el índice de refracción debe aumentar. Por esto, cuando, en el año 1862, F. P. Leroux descubrió en el vapor de yodo que con el crecimiento de la frecuencia decrecía el índice de refracción, dio a este fenómeno insólito el nombre de dispersión anómala.

§ 63.7. Absorción de la luz

1. En el § 55.4 se estudió el fenómeno del amortiguamiento de las ondas y se obtuvo la ley del amortiguamiento para una onda plana (ley de Bouguer) $I = I_0 e^{-\mu x}$ (véanse (55.16) y (55.17)). Al deducir

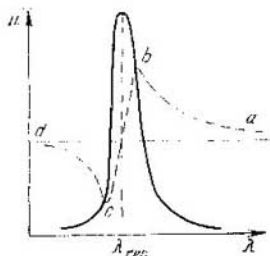


Fig. 63.4.

esta ley no se tuvo en cuenta en ninguna parte el mecanismo de propagación de la onda, por lo que la ley de Bouguer resulta ser correcta no sólo para las ondas elásticas, sino también para las electromagnéticas.

2. La experiencia demuestra que el coeficiente de absorción depende de la frecuencia de la onda, en otras palabras, a la vez que la dispersión del coeficiente de refracción existe la dispersión del coeficiente de absorción. En la fig. 63.4 se muestra la dependencia del coeficiente de absorción respecto de la longitud de onda $\lambda = 2\pi c/\omega$. En la misma figura, para que pueda compararse, se muestra con línea de trazos la relación de dispersión del índice de refracción sobre la escala de longitudes de onda. Las zonas de dispersión normal y anómala se indican con las mismas letras que en la fig. 63.3.

Vemos que la absorción máxima de las ondas luminosas tiene lugar en la zona de dispersión anómala bc . Este fenómeno es consecuencia de la propiedad general de las oscilaciones forzadas: el sistema absorbe la máxima potencia durante la resonancia (§ 54.8). El mecanismo de la absorción de la luz por los átomos y las moléculas se estudiará más detalladamente en la mecánica cuántica (véanse los cap. 71 y 72).

3. Los átomos y las moléculas no tienen una sola frecuencia propia, sino un conjunto de ellas (§ 74.4). En las proximidades de cada una de estas frecuencias aumenta bruscamente el coeficiente de absorción. La medida del coeficiente de absorción es el único método para determinar las frecuencias propias de los átomos, de las moléculas, de los cristales, etc.

En los sólidos o en las disoluciones, en virtud de la fuerte interacción entre los átomos o las moléculas, las zonas de dispersión anómala se ensanchan y convierten en franjas de absorción, entre las cuales se encuentra zona de frecuencias que se absorben débilmente. En esto se basa la acción de los *filtros ópticos*. Estos pueden ser láminas de vidrio con adición de distintas sales, películas de plástico que contienen colorantes orgánicos o disoluciones de colorantes en agua, alcohol u otros disolventes. En dependencia de su composición química, el filtro óptico deja pasar solamente una zona determinada de frecuencias y absorbe las demás.

§ 63.8. Velocidad de fase y de grupo

1. Ya hemos dicho que la luz no es una onda sinusoidal, sino un conjunto de trenes de ondas, y demostramos que un tren de ondas se puede representar, en primera aproximación, como un «trozo de pulsación» (§ 61.3). Pero al «trozo de pulsación», y por consiguiente al tren de ondas, corresponde un conjunto de frecuencias (y un conjunto de números de onda); por esto se plantea el problema de qué debe entenderse por velocidad de un tren de ondas en una substancia.

En efecto, mientras investigábamos la propagación del tren de ondas en el vacío, todo estaba claro, porque, independientemente de la frecuencia, todas las ondas luminosas se propagan en el vacío con la velocidad c , y ésta es también la velocidad del tren. Pero en la substancia, en virtud de la dispersión, las velocidades de las dos componentes sinusoidales del tren de ondas resultan ser distintas y es necesario determinar lo que se entiende por velocidad del tren.

2. La velocidad u de una onda sinusoidal se llamará en adelante *velocidad de fase*. De (56.6) se sigue que

$$u = \omega/k. \quad (63.16)$$

Llamaremos *velocidad de grupo* U de un tren (grupo o paquete) de ondas, a la velocidad de transporte de la energía por dicho tren.

Para determinar la velocidad de grupo recurrimos a las ecuaciones (61.2) y (61.3), que describen la ley de propagación del «trozo de pulsación» y, por consiguiente, del tren de ondas. De (61.3) se sigue que la amplitud de la pulsación se propaga en forma de una onda llamada *onda de amplitud*:

$$B = 2E_0 \cos(\Delta\omega \cdot t - \Delta k \cdot x). \quad (63.17)$$

La velocidad de propagación de la onda de amplitud es precisamente la velocidad de grupo. Por analogía con (63.16) obtenemos para la velocidad de grupo la expresión

$$U = \frac{d\omega}{dk} = \omega'(k). \quad (63.18)$$

Como la energía es proporcional al cuadrado de la amplitud, la velocidad de propagación de la energía será igual a la velocidad de la onda de amplitud, o sea, a la velocidad de grupo.

3. Siendo la velocidad de fase $u = c/n$ (véase (63.3)), en la región de las frecuencias grandes, donde $n < 1$ (véase la fig. 63.3), esta velocidad resulta ser mayor que la velocidad de la luz en el vacío. A primera vista puede parecer que, con esto, pueden existir señales cuya velocidad sea $u > c$, lo que contradice el postulado principal de la teoría de la teoría de la relatividad acerca del carácter de límite que tiene la velocidad de la luz en el vacío (§ 12.6).

Sin embargo, aquí no hay ninguna contradicción. *Toda onda portadora de información* (es decir, toda señal) *está modulada* (§ 50.2 y 60.2) y su propagación se caracteriza no por la velocidad de fase, sino por la velocidad de grupo. La expresión (63.18) se reduce a la forma

$$U = \frac{c}{n + \omega \cdot (dn/d\omega)}. \quad [(63.18)']$$

En la zona de dispersión normal $dn/d\omega > 0$, como puede verse en la fig. 63.3. Resulta entonces que aquí $n + \omega \cdot (dn/d\omega) > 1$ y, por consiguiente, $U < c$. Así, pues, en la zona de la dispersión normal, la velocidad de grupo es menor que la velocidad de la luz en el vacío, lo que está en completo acuerdo con la teoría de la relatividad.

En la zona de la dispersión anómala el concepto de velocidad de grupo pierde su sentido. Pero la teoría rigurosa demuestra que también en este caso la velocidad de la señal es menor que la de la luz en el vacío.

§ 63.9. Medida de la velocidad de la luz

1. Para determinar la velocidad de la luz hay que hallar el tiempo τ durante el cual recorre la luz una distancia l y dividir esta distancia por el tiempo. Pero debido a la enorme magnitud de la velocidad de la luz, hay que medir distancias astronómicas (si τ es grande) o intervalos de tiempo muy pequeños (si las distancias l son del orden de las escalas terrestres).

2. La primera medición de la velocidad de la luz por el método astronómico se debe a Ole Roemer (1676). Éste se dio cuenta de que los intervalos de tiempo entre dos eclipses consecutivos de uno de los satélites de Júpiter, Io, aumentan cuando la Tierra se aleja de Júpiter y disminuyen cuando Júpiter y la Tierra se aproximan. Roemer llegó a la conclusión correcta de que el retraso es igual al tiempo adicional que invierte la luz en recorrer la distancia a que se aleja la Tierra durante el eclipse.

Sean $T_1, T_2, T_3, \dots, T_N$ los intervalos de tiempo observados entre las fases iguales de dos eclipses consecutivos del satélite cuando la Tierra se aleja de Júpiter; T , el período de revolución del satélite, y N , el número de eclipses que se observan en medio año. Entonces

$$t_1 = T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_N = NT + D/c.$$

Respectivamente, durante el otro medio año, en que la Tierra se acerca a Júpiter, tenemos:

$$t_2 = T'_1 + T'_2 + T'_3 + \dots + T'_N = NT - D/c.$$

Restando la segunda expresión de la primera eliminamos el período, desconocido por nosotros, de revolución del satélite. Así,

$$\tau = (t_1 - t_2)/2 = D/c. \quad (63.19)$$

Roemer halló que $\tau = 1320$ s. Conociendo el diámetro de la órbita de la Tierra $D = 298,9 \cdot 10^6$ km, obtenemos la

velocidad de la luz

$$c = \frac{D}{\tau} = \frac{298,9 \cdot 10^3}{1320} = 227 \cdot 10^3 \text{ km/s.}$$

Según medidas más exactas del retraso, efectuadas por Samison en 1909, el intervalo de tiempo $\tau = 997,6$ s, de donde se sigue que

$$c = \frac{D}{\tau} = \frac{298,9 \cdot 10^3}{997,6} \approx 300 \cdot 10^3 \text{ km/s.}$$

3. También fueron elaborados métodos de laboratorio para determinar la velocidad de la luz: por interrupción y con un espejo giratorio. Por el método de la interrupción (fig. 63.5) la luz del foco F se hace pasar a impulsos por el

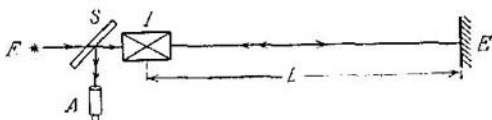


Fig. 63.5.

interruptor I , recorre cierta distancia L y, después de reflejarse en el espejo E , retorna al interruptor. Si éste funciona periódicamente y su período es T , la luz reflejada pasará por él si el tiempo transcurrido durante el movimiento de la señal $\tau = 2L/c$ es igual al período, es decir, $T = \tau = 2L/c$. En este caso la luz pasa por el interruptor, se refleja en el espejo semitransparente S y llega al anteojo A . La velocidad de la luz

$$c = 2L/\tau = 2L/T = 2Lv, \quad (63.20)$$

donde $v = 1/T$ es la frecuencia de las interrupciones.

En 1849, H. L. Fizeau utilizó como interruptor una rueda dentada giratoria. El resultado que obtuvo, $c = 313 \cdot 10^3$ km/s, es bueno para aquel tiempo. En la actualidad, como interruptores se emplean obturadores ópticos regulados por dispositivos radioelectrónicos complejos. Esto ha permitido elevar ostensiblemente la exactitud de las mediciones. En 1950, E. Bergstrand, utilizando $L = 7$ km, obtuvo para la velocidad de la luz en el vacío el valor

$$c = 299\,793,1 \pm 0,25 \text{ km/s.}$$

4. El método del espejo giratorio se utilizó por primera vez en el dispositivo de J. L. Foucault, en 1862. Se consiguió disminuir L hasta 4 m, comunicándole al espejo 800 revoluciones por segundo. Haciendo pasar la luz a través de un tubo lleno de agua, Foucault demostró que la velocidad de la luz en ella es menor que en el aire, lo que está en completo acuerdo con las deducciones de la teoría ondulatoria de la luz (véase (63.3)).

A. A. Michelson perfeccionó el método del espejo giratorio. El esquema de su dispositivo se muestra en la fig. 63.6.

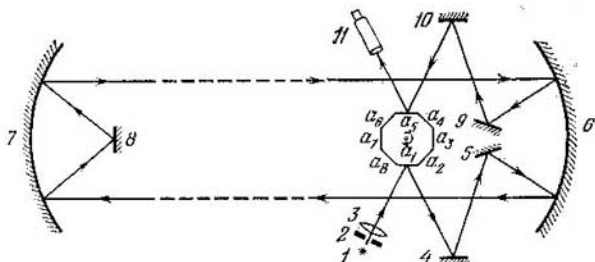


Fig. 63.6.

El haz de luz procedente del foco 1 pasa a través del diafragma 2 y del sistema de enfoque 3 e incide sobre la cara a_1 del espejo prismático octogonal giratorio. El haz reflejado en la cara a_1 va a parar al espejo 4 y luego, como se ve en la figura, se mueve siguiendo el sistema de espejos $5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 10$ hasta llegar a la cara a_5 del espejo prismático octogonal. Después de reflejarse en esta cara, la luz penetra en el anteojo 11 .

Los espejos cóncavos 6 y 7 se situaron en dos montes separados entre sí por la distancia $L = 35\,373,21$ m. La velocidad de rotación del espejo prismático octogonal era $v = 528$ r.p.s. Durante el tiempo τ en que la luz recorría dos veces la distancia entre los montes, el espejo giraba $1/8$ de vuelta, de manera que en el lugar de la cara a_5 resultaba estar la cara a_6 y a través del anteojo 11 , se veía la luz. El tiempo que tardaba en efectuarse el octavo de vuelta

era $\tau = \frac{1}{8v} = \frac{1}{8 \cdot 528}$ s; la distancia recorrida por la luz era $l = 2L = 2 \cdot 35\,373,21$ m. La velocidad de la luz $c = l/\tau = 16 Lv$. Teniendo en cuenta el error experimental, Michelson obtuvo, en 1926, para la velocidad de la luz el valor

$$c = 299\,796 \pm 4 \text{ km/s.}$$

5. En todas las experiencias para medir la velocidad de la luz, la señal luminosa se divide en impulsos. En el método de Roemer las interrupciones se producen a expensas de los eclipses; en el método de Michelson, a expensas de la rotación del espejo, etc. Por consiguiente, en el experimento se mide la velocidad del paquete de ondas, es decir, la *velocidad de grupo*. La velocidad de fase de la luz en la misma substancia se puede calcular midiendo previamente el índice de refracción n y la dispersión $dn/d\omega$ por medio de algún interferómetro (§§ 61.8 y 61.9). Por la velocidad de fase y el índice de refracción se calcula después la velocidad de la luz en el vacío.

6. Un procedimiento nuevo de medir la velocidad de la luz ha sido posible después de crear los generadores cuánticos (§ 79.4). La idea de este procedimiento es muy sencilla: hay que medir, independientemente una de otra, la longitud de onda y la frecuencia y, luego, por la fórmula $c = \lambda\nu$ (véase (56.3)), calcular la velocidad de la luz.

Las medidas exactas de la longitud de onda conviene hacerlas en la banda óptica por medio de interferómetros (§ 61.8); las mediciones más exactas de la frecuencia se hacen en la banda radiotécnica, en la cual se toma como patrón de frecuencia la de la radiación del generador cuántico de cesio (cuya longitud de onda es de 3,27 cm). Después, mediante convertidores no lineales, análogos a un detector (§ 60.5), se compara la frecuencia de la radiación óptica con el patrón.

A finales del año 1972, por este procedimiento se midió la velocidad de la luz en el vacío con un grado de exactitud muy elevado:

$$c = 299\,792\,456,2 \pm 1,1 \text{ m/s.}$$

POLARIZACIÓN DE LA LUZ

§ 64.1. Luz polarizada y natural

1. A diferencia de la onda longitudinal elástica, en que las oscilaciones de las partículas se producen a lo largo del rayo, en la onda transversal las partículas oscilan en direcciones perpendiculares al rayo (§ 55.1). Si nos figuramos, por ejemplo, que el rayo está dirigido a lo largo del eje de abscisas, para la onda longitudinal todas las direcciones en el plano yz serán equivalentes, mientras que en la onda transversal existe una dirección prevaleciente a lo largo de la cual se producen las oscilaciones del vector luz, es decir, del vector intensidad del campo eléctrico (§ 61.2).

Habitualmente se llama *plano de oscilaciones* aquel en que oscila el vector de campo eléctrico E . Por razones históricas, el plano en que oscila el vector de campo magnético H se llama *plano de polarización*. El plano de oscilaciones de la onda que emite una carga oscilante o un dipolo (véase la fig. 59.4) pasa por el rayo y el vector aceleración. Dando el rayo y el plano de oscilaciones queda automáticamente dado también el plano de polarización.

2. Una onda electromagnética con las direcciones de oscilación de los vectores E y H rigurosamente fijas, se dice que es una *onda polarizada rectilíneamente*. A veces en lugar de este término se utiliza el de *onda polarizada plana*. Si se trata de ondas luminosas, se dice *luz polarizada rectilínea*.

3. Los átomos radian la luz por trenes de ondas separados (§ 61.2). Por eso la luz emitida por un cuerpo formado por multitud de átomos es la suma de un gran conjunto de trenes de ondas. Pero en la substancia no existe un mecanismo concordador de la radiación de los átomos aislados; al contrario, los átomos radian independientemente unos de otros y todo el proceso de radiación tiene carácter fortuito, estadístico.

En el § 61.6 se demostró que el mecanismo estadístico de la radiación de la luz ocasiona un cambio desordenado de la fase de la onda, a consecuencia del cual la luz, en general, no es coherente. El carácter estadístico de la ra-

diación de la luz hace también que cada tren de ondas tenga su plano de oscilaciones, y que la onda luminosa, como conjunto de dichos trenes, tenga un plano de oscilaciones que cambia desordenadamente.

Vemos, pues, que la onda que emiten las fuentes ordinarias de luz no está polarizada: sus vectores de campo no oscilan en una dirección fija, sino desordenadamente en todas las direcciones perpendiculares al rayo. Toda onda luminosa cuyo vector de campo eléctrico (y, respectivamente, magnético) oscile en una dirección caóticamente cambiante, de manera que para él sean igualmente probables todas las direcciones de oscilación en un plano perpendicular al rayo, se llama *luz natural* (no polarizada).

§ 64.2. Analizador. Ley de Malus

1. Figurémonos un cordón de goma por el cual avanza una onda transversal. Aunque el cordón fuera invisible, valiéndonos del dispositivo representado en la fig. 64.1

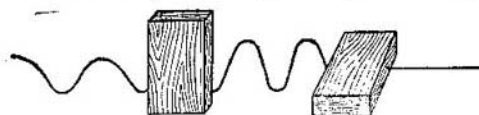


Fig. 64.1.

podríamos determinar la posición del plano de oscilaciones. Cuando el plano de oscilaciones coincide con el plano de la ranura formada por las dos tablas paralelas, la onda pasa a través del dispositivo; en cambio, si se hacen girar las tablas 90° , las oscilaciones se eliminan y la onda no pasa a través de la ranura.

Análogamente, si nos valemos de una antena de dipolo sintonizada en resonancia con la onda, se puede determinar la posición del plano de oscilaciones de una onda electromagnética polarizada rectilíneamente. Cuando el dipolo se coloca de manera que se encuentre en el plano de oscilaciones (fig. 64.2, a), la lámpara se enciende. En este caso las oscilaciones del vector de campo eléctrico, dirigido a lo largo del conductor, inducen en éste oscilaciones forzadas, es decir, corriente de alta frecuencia. La corriente pasa por

el filamento de la lámpara, lo pone incandescente, y hace que la lámpara se encienda. Si el dipolo se gira 90° , el vector intensidad del campo eléctrico resulta perpendicular al conductor (fig. 64.2, b). En estas condiciones no puede producirse corriente en el conductor y la lámpara se apaga.

Este mismo experimento se puede hacer con luz polarizada, como se verá en el § 64.6.

2. El dispositivo con el cual se puede hallar la posición del plano de oscilaciones de una onda polarizada se llama

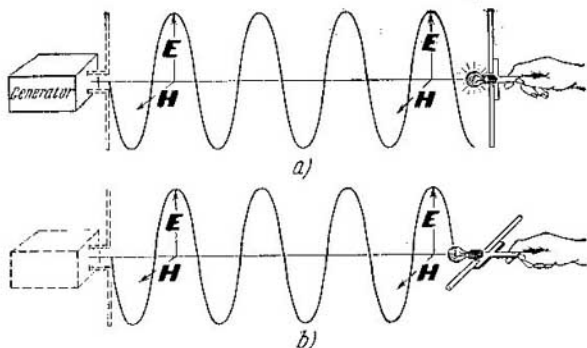


Fig. 64.2.

analizador. En la experiencia antes descrita con la onda elástica en el cordón, sirve de analizador el sistema formado por las dos tablas y la ranura. En el experimento con la onda electromagnética, el papel de analizador lo desempeña la antena en forma de dipolo. El principio de funcionamiento y la estructura del analizador en la banda óptica se estudiará en el § 64.6.

3. Si la antena-analizador del experimento representado en la fig. 64.2, se hace girar lentamente desde la posición *a* hacia la posición *b*, la luminosidad de la lámpara empezará a disminuir suavemente desde el máximo, en la posición *a*, hasta cero, en la posición *b*. Y si se sigue girando el dipolo, la intensidad de la luz volverá a aumentar y alcanzará el máximo cuando el dipolo haya girado 180° . Este fenómeno se explica del modo siguiente.

Supongamos que las oscilaciones del vector de campo eléctrico se producen en dirección vertical con la amplitud E_0 y que la dirección del dipolo-analizador forma un ángulo α con el plano de oscilaciones (fig. 64.3). El vector E_0 se descompone en dos componentes: una, E , a lo largo de la antena, y otra, E_{\perp} , perpendicular a ella. Como se ve en el dibujo,

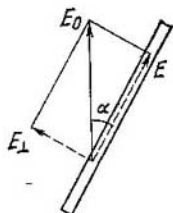


Fig. 64.3.

$$E = E_0 \cos \alpha, \quad E_{\perp} = E_0 \sin \alpha. \quad (64.1)$$

Las oscilaciones de la corriente en la antena sólo las provoca una de las componentes del campo, el vector E dirigido a lo largo de la antena. Bajo la acción del vector E_{\perp} no se producen ningunas oscilaciones en la antena.

4. Se recordará que la intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud (§ 55.3). Designando la intensidad de la onda por $I_0 = kE_0^2$ y la intensidad de las oscilaciones en la antena por $I = kE^2$, tenemos que

$$I/I_0 = E^2/E_0^2. \quad (64.2)$$

Comparando esta proporción con la primera igualdad del sistema (64.1), resulta que

$$I = I_0 \cos^2 \alpha. \quad (64.3)$$

Así, la intensidad de la onda que pasa por el analizador es proporcional al cuadrado del coseno del ángulo entre el plano de oscilaciones y el eje del analizador (*ley de Malus*).

§ 64.3. Doble refracción

1. Existe una serie de cristales en los cuales un rayo de luz, al refractarse, se divide en dos rayos con propiedades distintas. Estos cristales se llaman birrefringentes y a ellos pertenecen la calcita (CaCO_3 , llamada también espato de Islandia), el cuarzo y otros.

La calcita es un cristal con red hexagonal (§ 33.2); el eje de simetría del prisma hexagonal que forma su celdilla (véanse las figs. 33.4 y 32.3) se llama *eje óptico*.

2. De un cristal de calcita cortamos una lámina de tal modo, que sus caras sean perpendiculares al eje óptico

(fig. 64.4, a). La vista lateral de esta lámina y la dirección del eje óptico se muestran en la fig. 64.4, b. Hay que advertir que el eje óptico no es una línea, sino una dirección en el cristal. Cualquier recta $M'N'$ paralela a la dirección MN también será eje óptico.

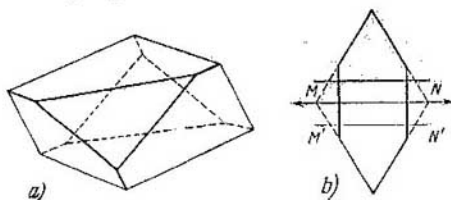


Fig. 64.4.

Llamaremos *plano principal* del cristal el plano que pasa por el rayo de luz y por el eje óptico del cristal.

3. Si un rayo de luz se dirige a lo largo del eje óptico en él no se produce ninguna variación en virtud de la total simetría de la estructura de la substancia respecto de esta

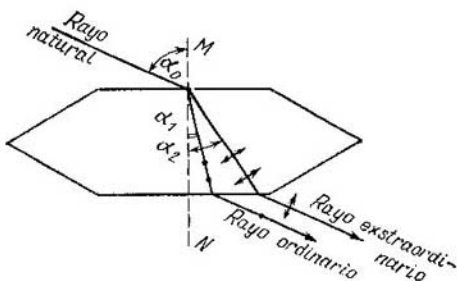


Fig. 64.5.

dirección. Pero si el rayo se dirige formando ángulo con el eje óptico, se divide en dos (fig. 64.5), uno de los cuales se llama *rayo ordinario* y el otro, *rayo extraordinario*. La causa de que así se llamen es la siguiente.

La ley de la refracción $\text{sen } \alpha_0 = n \text{ sen } \alpha$ (63.2) la cumplen de distinto modo estos dos rayos. El índice de refracción

del rayo ordinario no depende del ángulo de incidencia: $n_{ord} = 1,658$ para cualquier ángulo de incidencia. Por consiguiente, la velocidad de la luz a lo largo del rayo ordinario $u_{ord} = c/n_{ord}$ también es la misma en todas las direcciones.

En cuanto al rayo extraordinario, su índice de refracción n_{ext} depende de la dirección en que se propague la luz. Precisamente a lo largo del eje óptico coinciden los índices de refracción de los rayos extraordinario y ordinario ($n_{ext} = n_{ord} = 1,658$), pero en dirección perpendicular al eje óptico $n_{ext} = 1,486$.

De aquí se sigue que, a lo largo del eje óptico, la velocidad de la onda luminosa es la misma para los rayos ordinario y extraordinario, pero en otras direcciones la velocidad, en la calcita, de la onda extraordinaria es mayor que la de la ordinaria. La diferencia máxima entre las velocidades de ambas ondas se produce en la dirección perpendicular al eje óptico. Aquí la velocidad de la onda extraordinaria es un 11,5% mayor que la de la ordinaria.

4. Los datos citados anteriormente se refieren a la luz amarilla de longitud de onda $\lambda = 589,3$ nm. Los índices de refracción para otros largos de onda se dan en la tabla 64.1.

Tabla 64.1

Luz	λ , nm	Calcita		Cuarzo	
		n_{ord}	n_{ext}	n_{ord}	n_{ext}
Roja	670,8	1,6537	1,4843	1,5415	1,5505
Amarilla	589,3	1,6584	1,4864	1,5443	1,5534
Verde	508,6	1,6653	1,4895	1,5482	1,5575
Azul	480,0	1,6686	1,4911	1,5501	1,5594
Violeta	404,7	1,6813	1,4969	1,5572	1,5667

§ 64.4. Causa de la doble refracción

1. Determinemos con un analizador la dirección de las oscilaciones del vector luz (o sea, del vector de campo eléctrico E) de las ondas extraordinaria y ordinaria. Resulta que en la onda ordinaria el vector E oscila perpendicularmente al plano principal, lo que en la fig. 64.5 se indica con puntos sobre el rayo. En la onda extraordinaria el vector de campo eléctrico oscila en el plano principal del cristal, lo que se

indica en la fig. 64.5 con flechitas. La diferencia entre las velocidades de ambas ondas y por tanto de sus índices de refracción, se explica sobre esta base del modo siguiente:

En los cuerpos anisótropos (a excepción de los cristales con red cúbica) la fuerza de interacción entre la nube electrónica y la red es distinta en diferentes direcciones cristalográficas. Como resultado de esto, la frecuencia propia de las oscilaciones de la nube electrónica dependerá de la dirección en que empiecen a oscilar los electrones bajo la acción de la onda luminosa. Y esto, de acuerdo con la fórmula (63.15), hace a su vez que sean distintos índices de refracción y de la velocidad de la onda en direcciones diferentes.

2. Supongamos que las oscilaciones de la nube electrónica en el cristal son excitadas por una onda cuyas oscilaciones son perpendiculares al plano principal; en la fig. 64.5 esta es la onda ordinaria. Admitamos que en este caso la frecuencia propia de las oscilaciones de la nube electrónica no depende de la dirección de las oscilaciones. Entonces, según (63.15), el índice de refracción tampoco dependerá de la dirección del rayo. Vemos, pues, que en este caso la velocidad de propagación de la luz en todas las direcciones será la misma. Estas propiedades precisamente las tiene el rayo ordinario.

3. Supongamos ahora que las oscilaciones de la nube electrónica son excitadas por las oscilaciones que tienen lugar en el plano principal; en la fig. 64.5 ésta es la onda extraordinaria. La experiencia demuestra que en este caso el índice de refracción depende de la dirección del rayo; esto se puede explicar si se supone que la frecuencia propia de las oscilaciones de la nube electrónica depende de la dirección en que oscila el vector E que excita estas oscilaciones.

De la desigualdad de las frecuencias propias se deduce, de acuerdo con (63.15), la desigualdad de los índices de refracción: si $\omega_0^{\text{ext}} \neq \omega_0^{\text{ord}}$, también $n_{\text{ext}} \neq n_{\text{ord}}$; esto también se refiere a las velocidades de estas ondas. Vemos, pues, que basándose en las representaciones electrónicas se puede, por lo menos cualitativamente, explicar el principio de la doble refracción en los cristales.

4. El fenómeno de la doble refracción en la calcita fue descubierto por Erasmo Bartholin en 1669. Huygens, en 1690, propuso la teoría formal del fenómeno partiendo de la suposición de que los dos rayos tienen velocidades distintas, pero no pudo explicar la causa de esto. La idea de que la diferencia de velocidad de propagación de ambos

rayos es motivada por peculiaridades intrínsecas de los mismos rayos se debe a Newton y fue propuesta por él en su célebre «Optica» (1704). En 1808 resucitó Malus la idea de Newton y explicó las particularidades de los rayos que se producen en la doble refracción por sus propiedades «polares», análogas a los polos de un imán. En relación con esto introdujo el concepto de polarización de la luz.

Young y Fresnel, que, valiéndose de los fenómenos de la interferencia y difracción, fundamentaron la naturaleza ondulatoria de la luz, intentaron explicar el fenómeno de la polarización de la luz sobre la base de las representaciones ondulatorias. Ellos comprendieron que para esto había que considerar las ondas luminosas como transversales. Esta propiedad de las ondas luminosas fue establecida por Fresnel mediante una serie de experiencias y razonamientos. Pero crear la teoría del éter elástico, en el que se producen ondas transversales que no tienen componente longitudinal, fue imposible, ya que para esto habría que haber atribuido al éter propiedades contradictorias. Por lo tanto, el fenómeno de la polarización de la luz no encajaba de ningún modo en la teoría del éter elástico transmisor de la luz. Estas contradicciones sólo se lograron eliminar basándose en la teoría electromagnética de la luz, creada por Maxwell, que hizo innecesario el propio concepto de éter. Sin embargo, esto quedó claro únicamente después de la creación de la teoría de la relatividad.

§ 64.5. Dicroísmo

1. Existen cristales que absorben desigualmente los rayos ordinario y extraordinario. Así, si sobre un cristal de turmalina de varios milímetros de espesor se dirige un haz

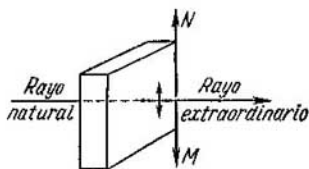


Fig. 64.6.

de luz natural perpendicularmente a la dirección del eje óptico, el rayo ordinario es absorbido totalmente y del cristal sólo emerge el rayo extraordinario (fig. 64.6).

El carácter distinto de la absorción de los rayos ordinario y extraordinario se llama *anisotropía de absorción* o *dicroísmo*.

2. Para explicar este fenómeno recordaremos que la absorción intensa de las ondas electromagnéticas se observa en la zona de dispersión anómala, es decir, cuando la frecuencia de las oscilaciones de la onda está próxima a la frecuencia propia de las oscilaciones de la nube electrónica (§ 63.7). Pero en el párrafo anterior se dijo que en las sustancias anisótropas $\omega_0^{\text{ord}} \neq \omega_0^{\text{ext}}$. Y de aquí se deduce que si, por ejem-

plo, la frecuencia de la onda está próxima a la frecuencia propia de las oscilaciones de la nube electrónica en la dirección perpendicular al plano principal (o sea, $\omega \approx \omega_0^{\text{ord}}$), la componente ordinaria de la onda es absorbida intensamente. La onda extraordinaria, para la cual $\omega \neq \omega_0^{\text{ext}}$, es absorbida mucho más débilmente.

Como se ve, sobre la base de las representaciones electrónicas hemos explicado cualitativamente no sólo la anisotropía de refracción (doble refracción), sino también la anisotropía de absorción (dicroísmo). Está claro que el dicroísmo deben poseerlo en mayor o menor grado todos los cristales birrefringentes, pero en distintas sustancias se manifiesta de distinto modo la anisotropía de absorción.

§ 64.6. Polaroides (polarizador y analizador)

1. Los dispositivos polarizadores (o, simplemente, *polarizadores*) transforman la luz natural en polarizada rectilínea. Todos ellos funcionan según el principio de la separación del rayo ordinario del extraordinario. De ejemplo de polarizador puede servir una lámina de turmalina (§ 64.5).

En la actualidad se utilizan mucho los *polaroides*. Para hacer un polaroide se pega, entre dos láminas de vidrio o de vidrio orgánico, una película de material dicroico que prácticamente absorbe por completo el rayo ordinario; todo este sistema se fija en una montura. La baratura de los polaroides y la posibilidad de fabricar láminas de gran superficie, han hecho que se emplean mucho en la práctica. No obstante, tienen inconvenientes: dan luz coloreada y, además, sólo funcionan bien en una banda espectral relativamente estrecha.

2. Valiéndose de un polaroide se puede analizar el carácter de la polarización de la luz; si resulta que la luz está rectilíneamente polarizada, se puede determinar la dirección en que oscila el vector de campo eléctrico (plano de oscilaciones).

Supongamos que una onda polarizada rectilínea incide sobre un polaroide de tal modo que la dirección de las oscilaciones del vector de campo eléctrico coincide con la dirección del eje óptico del polaroide (fig. 64.7, a); en otras palabras, el plano de oscilaciones coincide con el plano principal del cristal. Esto significa que en el cristal se propaga la onda extraordinaria (§ 64.4), que él absorbe débilmente.

La luz pasará a través del polaroide y será percibida por el ojo. Hacemos girar el polaroide 90° (fig. 64.7, b). Entonces esta misma onda resulta ser ordinaria, ya que el plano de oscilaciones es perpendicular al plano principal del cristal. Pero el polaroide absorbe intensamente la onda ordinaria y la luz no pasa a través de aquél.

3. Se recomienda al lector que analice por su cuenta el caso en que el plano de oscilaciones de la onda polarizada

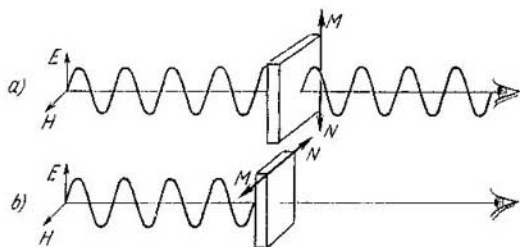


Fig. 64.7.

rectilínea forma un ángulo α con el plano principal del polaroide. Descomponiendo las oscilaciones de la onda en las componentes ordinaria y extraordinaria se puede deducir la ley de Malus para las ondas luminosas (§ 64.2). Por lo tanto, el polaroide puede servir no sólo de polarizador, sino también de analizador.

§ 64.7. Rotación del plano de polarización

1. Intercalemos en el camino que recorre un haz luminoso dos polaroides dispuestos de forma que sus ejes ópticos sean perpendiculares entre sí (polaroides «cruzados»). A través de este sistema de polaroides no pasará la luz: el primer polaroide transforma la luz natural en polarizada rectilínea, la cual es absorbida por el segundo polaroide (fig. 64.8). Coloquemos ahora en el trayecto del haz luminoso una cubeta que contenga una solución de azúcar. Veremos que el campo de visión se aclara. Haciendo girar uno de los polaroides hacia la derecha cierto ángulo α , conseguiremos que el campo de visión vuelva a oscurecerse totalmente.

De este modo llegamos a la conclusión de que, al pasar el haz de luz polarizada rectilínea a través de la solución de azúcar, la luz sigue siendo polarizada rectilínea, pero el plano de oscilaciones y, respectivamente, el plano de polarización (§ 64.1), giran cierto ángulo.

2. Las substancias que hacen girar el plano de polarización se llaman *ópticamente activas*. A los cristales ópticamente activos pertenece, por ejemplo, el cuarzo. Si un

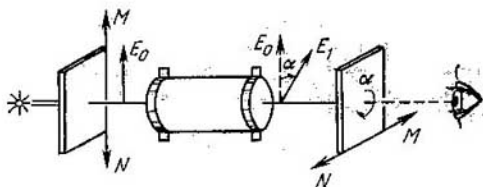


Fig. 64.8.

rayo de luz se propaga a lo largo del eje óptico de una lámina de cuarzo de 1 mm de espesor, el plano de polarización, para distintas longitudes de onda, gira los ángulos siguientes:

Luz	λ , nm	Rotación específica $[\alpha]$
Roja	656,3	17,32°
Amarilla	589,3	21,72°
Azul	486,1	32,76°
Violeta	434,0	41,92°

El ángulo total de rotación del plano de polarización es proporcional al espesor d de la lámina

$$\alpha = [\alpha] d. \quad (64.4)$$

3. La actividad óptica no sólo la manifiestan los cristales, sino también los líquidos (aguarrás, nicotina) e incluso las soluciones acuosas de una serie de substancias, como,

por ejemplo, la sacarosa ($C_{12}H_{22}O_{11}$), la glucosa ($C_6H_{12}O_6$), los ácidos tartárico, málico y mandélico; las soluciones alcohólicas de alcanfor, brucina, estricnina y otras. El ángulo de rotación del plano de polarización se determina por la fórmula

$$\alpha = [\alpha] cd, \quad (64.5)$$

donde c es la concentración, igual al número de gramos de sustancia ópticamente activa por 100 ml de solución.

Como el ángulo de rotación del plano de polarización es proporcional a la concentración de sustancia ópticamente activa en la solución, por medio de aparatos especiales (polarímetros o sacarímetros) se consigue, conociendo el ángulo de rotación, determinar rápida y exactamente dicha concentración.

4. Son ópticamente activas las sustancias cuyas moléculas carecen de centro o plano de simetría; a ellas pertenecen las moléculas de la mayoría de los compuestos orgánicos, las cuales, en mayor o menor grado, todas manifiestan actividad óptica. En este caso son ópticamente activos tanto los cristales de la sustancia dada como sus masas fundidas y sus soluciones.

Pero los cristales ópticamente activos pueden producirse también como resultado de la estructura en espiral de la red cristalina, y no a causa de las propiedades de las moléculas. En este caso sus masas fundidas y sus soluciones no serán ópticamente activas. Así, la actividad óptica del cuarzo sólo se manifiesta en las láminas talladas de monocristales; el cuarzo fundido (en estado amorfo) no es ópticamente activo.

§ 64.8. Actividad óptica en la naturaleza viva

1. Los cristales ópticamente activos siempre se encuentran en dos formas estructurales, una de las cuales es imagen especular de la otra. Al parecer, las sustancias orgánicas ópticamente activas también deberían existir en dos estados semejantes. Sin embargo, la experiencia demuestra que una solución de azúcar siempre hace que el plano de polarización gire hacia la derecha, es decir, en el sentido de las agujas del reloj, si se mira al encuentro del rayo. Esta propiedad no es exclusiva del azúcar, sino que la tienen también todos los demás productos de procedencia orgánica: las

substancias albuminóideas, los aminoácidos, los ácidos nucleicos, etc.

2. Si se hace sintéticamente una substancia análoga (por ejemplo, azúcar), ésta no será ópticamente activa. Sintéticamente se obtiene una mezcla que contiene igual cantidad de moléculas dextrógiras y levógiras. En general, en la naturaleza muerta todas las substancias con moléculas asimétricas existen en forma de mezclas de este tipo.

Si con una mezcla así interacciona un ser vivo, éste asimila solamente una de las estructuras, la que corresponde al carácter de la actividad óptica de los elementos de este ser. Por ejemplo, si en una solución de azúcar sintética se introducen bacterias que se nutren de azúcar, éstas sólo asimilarán el azúcar dextrógiro. Al cabo de cierto tiempo habrá en la solución mucho más azúcar levógiro que dextrógiro, como se puede descubrir por el giro del plano de polarización. Cuando las bacterias asimilan por fin todo el azúcar dextrógiro que hay en la mezcla, empiezan a ayunar, aunque en la solución queda aún mucho azúcar levógiro, porque el organismo de los seres vivos no puede asimilar este azúcar.

3. La asimetría de la actividad óptica es característica únicamente de las substancias biológicas y de los productos de procedencia orgánica. Así, por ejemplo, el hecho de que se haya descubierto que el petróleo es ópticamente activo sirve de argumento sólido en pro de la teoría de su origen orgánico.

La entropía del medio ópticamente activo es menor que la entropía de la mezcla. En efecto, a la distribución uniforme del número de moléculas levógiras y dextrógiras corresponde la máxima probabilidad termodinámica y, con ella, la entropía máxima (véase el cap. 28). En el carácter de la actividad óptica de las substancias biológicas influye la ley general de ordenación de la materia viva, que siempre se halla en estado de desequilibrio y cuya entropía dista mucho de ser máxima.

La causa de la asimetría de la actividad óptica en los seres vivos aún no se ha esclarecido por completo. Es posible que esta asimetría surgiera casualmente y que después se consolidara por medio del mecanismo hereditario.

ÓPTICA GEOMÉTRICA

§ 65.1. Leyes fundamentales de la óptica geométrica. Haz y rayo

1. Todos los problemas de óptica se pueden resolver basándose en las representaciones ondulatorias, como se demostró en los caps. 61—64. Pero esto requiere un formalismo matemático muy grande. Sin embargo, mucho antes de que fuera esclarecida la naturaleza ondulatoria de la luz, los científicos aplicaban ya los métodos geométricos para resolver los problemas de construcción de imágenes en los espejos y lentes y para calcular los instrumentos ópticos. Estos métodos constituyen el contenido de la *óptica geométrica* o *geometría de los rayos luminosos*.

2. La óptica geométrica se basa en tres leyes: la ley de la propagación rectilínea de la luz (en un medio homogéneo), la ley de la reflexión y la ley de la refracción. Las dos últimas son consecuencia de la naturaleza ondulatoria de la luz (§§ 56.5 y 63.1) y, por lo tanto, se pueden aplicar sin limitaciones. En cuanto a la propagación rectilínea de la luz en un medio homogéneo, este postulado sólo puede aplicarse con determinadas limitaciones.

Es el caso que en todos los instrumentos ópticos la luz pasa siempre a través de unos orificios (*diafragmas*), los cuales cortan del frente de onda una parte determinada. Y esto, como se sabe, va acompañado de fenómenos de difracción (§§ 57.8, 57.9 y 62.1). Por lo tanto, el fenómeno de la difracción establece el límite de aplicabilidad de la ley de propagación rectilínea de la luz y, con él, el límite de aplicabilidad de la óptica geométrica.

3. Los conceptos fundamentales de la óptica geométrica son: el de *haz* y el de *rayo*. El sentido de estos conceptos queda claro en la experiencia siguiente.

Tapemos con una hoja de cartón la ventana de una habitación y echemos un poco de humo en esta última. Si hecho esto practicamos varios orificios en el cartón, veremos que a través de ellos penetra la luz del Sol en forma de canales cilíndricos estrechos. Si la luz proviene de una lámpara pequeña colocada dentro de una caja opaca con agujero

ros, los canales serán cónicos. Estos canales, cilíndricos o cónicos, dentro de los cuales se propaga la luz, se llaman *haces luminosos*. Las líneas que indican el sentido en que se propaga la luz (incluidas las generatrices y los ejes de los haces), se denominan *rayos luminosos*.

4. En virtud de la difracción, la onda luminosa rodea un poco los bordes de la pantalla y la propagación rectilínea de la luz se infringe. En vez del haz con generatrices bien definidas, como era de esperar por las leyes de la óptica

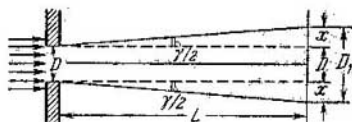


Fig. 65.1.

geométrica, se obtiene un haz que se ensancha y que no tiene un límite claro. Se observa luminosidad apreciable en un cono (fig. 65.1) cuyo ángulo de abertura es $\text{sen}(\gamma/2) \approx \lambda/D$ (véase el § 62.3), donde D es el diámetro del orificio en la pantalla opaca.

Así, pues, si existe diafragma (como ocurre en todos los instrumentos ópticos), la ley de propagación rectilínea de la luz no se cumple. Pero en una serie de casos el ensanchamiento del haz $x = (D_1 - D_2)/2$ (fig. 65.1) es pequeño en comparación con el diámetro del diafragma y, entonces, en primera aproximación, se puede desprestigiar la difracción.

En la fig. 65.1 se ve que $x = L \text{tg}(\gamma/2)$, pero cuando los ángulos son pequeños se puede suponer que $\text{tg}(\gamma/2) \approx \text{sen}(\gamma/2) \approx \lambda/D$. Así, $x \approx L\lambda/D$. La condición $x \ll D$ toma la forma $L\lambda/D \ll D$, de donde

$$D \gg \sqrt{L\lambda}. \quad (65.1)$$

Este es el *criterio de aplicabilidad* de la óptica geométrica.

5. Se dice a veces que la óptica geométrica es correcta si las dimensiones del diafragma son mucho mayores que la longitud de la onda luminosa. Pero vemos que este criterio es insuficiente, ya que no tiene en cuenta la distancia L desde la pantalla (punto de observación) hasta el diafragma. Cuando las distancias L son grandes, la condición (65.1) no se cumple y en el experimento se observa una figura que

difiere mucho de la que se calcula por medio de la óptica geométrica, aunque el orificio sea suficientemente grande. Supongamos, por ejemplo, que el diámetro del diafragma es $D = 1$ mm, es decir, 2000 veces mayor que la longitud de onda de la luz verde ($\lambda = 500$ nm $= 5 \cdot 10^{-7}$ m). Vemos que $D \gg \lambda$. Sin embargo, de acuerdo con (65.1), las leyes de la óptica geométrica serán correctas para $L \ll 10^{-6}/5 \cdot 10^{-7}$ m, es decir, para $L \ll 2$ m. A distancias del diafragma del orden de 1 m se observa ya una figura de difracción y la óptica geométrica resulta ser inaplicable.

De aquí queda claro también que el rayo luminoso no se puede considerar como un haz estrecho obtenido por disminución del diafragma. Haces luminosos infinitamente estrechos no existen; la anchura de un haz de luz es siempre finita. El rayo es algo así como el eje del haz, pero no el haz mismo. El rayo luminoso es un concepto puramente geométrico que caracteriza la dirección en que se propaga la energía.

§ 65.2. Refracción de la luz. Reflexión total

1. En el § 63.1 se estudió la refracción de la luz al pasar del vacío a una sustancia cualquiera. Ahora vamos a generalizar esta ley para el caso en que la luz pasa de una sustancia a otra. Utilizaremos para ello la expresión (56.26), en la cual, sustituyendo el valor de la velocidad de la luz en la sustancia deducido de (63.3), se obtiene que

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{cn_2}{n_1 c} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (65.2)$$

La magnitud

$$n_{21} = n_2/n_1 \quad (65.3)$$

se llama *índice de refracción relativo* del segundo medio respecto del primero.

2. La ecuación (65.2) también se puede escribir así:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2. \quad (65.4)$$

Esta forma de la ley de la refracción resulta muy cómoda para resolver problemas. La expresión (63.2) es un caso particular de la forma más general de la ley (65.4), suponiendo para el vacío $n_0 = 1$.

De dos medios en los cuales se propaga la luz con velocidades distintas, diremos que es ópticamente más denso aquel en que la velocidad de la luz es menor y el índice de refracción, mayor. Así, por ejemplo, el vidrio ($n = 1,5-1,7$) es un medio más denso ópticamente que el agua ($n = 1,33$).

3. En el límite de separación de los dos medios el haz se divide en dos, uno reflejado y otro refractado (§§ 56.6 y 63.2). La suma de las intensidades de estos dos haces es igual a la intensidad del haz incidente. La intensidad de cada uno de ellos depende de un modo bastante complejo del ángulo de incidencia y del índice de refracción relativo y no vamos a deducir aquí las fórmulas correspondientes. Sólo nos detendremos

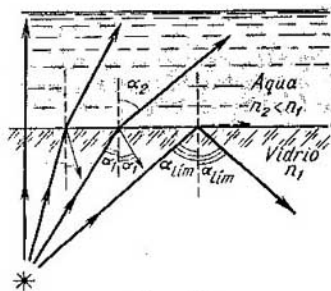


Fig. 65.2.

en el caso interesante en que la luz pasa del medio ópticamente más denso al ópticamente menos denso.

Si el ángulo de incidencia es pequeño (fig. 65.2), la intensidad de los haces reflejado y refractado se puede calcular aproximadamente por la fórmula (63.10). Como la relación entre los índices de refracción es por lo general menor que dos, la intensidad del rayo reflejado es mucho menor que el 12% y frecuentemente, cuando $n_1 \approx n_2$, la intensidad del haz reflejado es casi nula. Si aumenta el ángulo de incidencia, el ángulo de refracción crece mucho más. En este caso la intensidad del rayo reflejado aumenta y la del refractado disminuye.

4. Cuando el ángulo de incidencia α_1 empieza a aproximarse a cierto ángulo α_{lim} , el ángulo de refracción tiende a ser recto ($\alpha_2 \rightarrow \pi/2$) y la intensidad del haz refractado tiende muy rápidamente a cero. Para todos los ángulos de incidencia mayores que α_{lim} , llamado *ángulo límite*, no existirá haz refractado y la luz se reflejará totalmente en el límite de separación como si lo hiciera en un espejo ideal. Este fenómeno recibe el nombre de *reflexión total interna* o, simplemente, *reflexión total*.

5. Para calcular el ángulo límite, en la expresión (65.4) se supone $\alpha_1 = \alpha_{\text{lím}}$ y $\alpha_2 = \pi/2$; se obtiene que

$$\text{sen } \alpha_{\text{lím}} = n_2/n_1. \quad (65.5)$$

En el caso en que la luz pasa de una substancia con índice de refracción $n_1 = n$ al aire, en el que $n_2 = 1,000292 \approx 1$, la expresión (65.5) toma la forma

$$\text{sen } \alpha_{\text{lím}} = 1/n. \quad (65.5')$$

Advertimos que si el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite, la ley de la refracción pierde su sentido. En efecto, de $\alpha_1 > \alpha_{\text{lím}}$ se sigue que $\text{sen } \alpha_1 > \text{sen } \alpha_{\text{lím}} = n_2/n_1$. Pero entonces, de (65.2) ó (65.4) se deduce que $\text{sen } \alpha_2 = \frac{n_1 \text{sen } \alpha_1}{n_2} > 1$, lo cual es imposible. Físicamente esto quiere decir que no existe haz refractado y que la luz se refleja totalmente.

6. La solución rigurosa de este problema, basada en las representaciones ondulatorias, da un resultado algo distinto. Resulta que la onda luminosa también puede penetrar en el medio menos denso en el caso en que el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite. Pero entonces la onda refractada se amortigua muy rápidamente y a una distancia de varias longitudes de onda del límite de separación su intensidad se anula prácticamente. Este resultado se confirma experimentalmente. Si se coloca un prisma de vidrio ($n_1 = 1,7$) sobre una solución de fluoresceína ($n_2 = 1,34$) y se dirige el haz bajo un ángulo mayor que el ángulo límite, se puede apreciar una leve luminosidad de la fluoresceína en una capa delgada del vidrio, aunque según las leyes de la óptica geométrica la luz no debería penetrar hasta aquí.

Con un fenómeno análogo de penetración de partículas en una región a la cual les está prohibido llegar por las leyes de la física clásica, nos encontraremos en el § 70.6.

§ 65.3. Prisma

1. Figurémonos que sobre la cara de un prisma incide un haz de luz paralelo. Supongamos que el prisma es de una substancia ópticamente más densa que el medio que la rodea, por ejemplo, un prisma de vidrio en el aire. Entonces, el haz, después de refractarse dos veces en el prisma, se desvía de su dirección inicial cierto ángulo ε hacia la base del prisma. La marcha de los rayos en este caso se representa en la fig. 65.3, a.

Si el prisma es de una substancia cuya densidad es menor que la del medio que lo rodea, el haz se desviará hacia el

vértice, como se ve en la fig. 65.3, b. Se recomienda al lector que compruebe esto haciendo los cálculos.

2. En lo anteriormente dicho hemos supuesto que el haz incidía sobre la segunda cara del prisma formando un ángulo β_2 menor que el ángulo límite. Si resulta que $\beta_2 \geq \alpha_{lim}$, la luz se reflejará totalmente en la segunda cara.

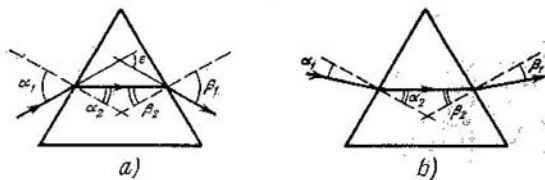


Fig. 65.3.

Los prismas de reflexión total se utilizan mucho en los instrumentos ópticos en vez de espejos. Como ejemplo, examinaremos la marcha del haz en el prisma de vidrio representado en la fig. 65.4, a. Sobre la primera cara el haz incide normalmente y, por lo tanto, no se refracta. El ángulo

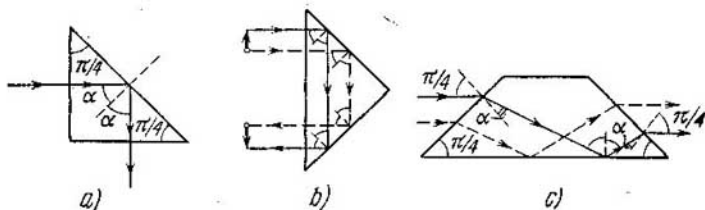


Fig. 65.4.

de incidencia sobre la segunda cara es $\alpha = 45^\circ$, mayor que el límite, ya que para el límite de separación vidrio-aire el ángulo límite, según (65.4), es $\alpha_m = \text{arc sen}(1/1,5) = 42^\circ$. Por consiguiente, sobre la segunda cara la luz se refleja totalmente y luego sigue como se indica en la figura.

El fenómeno de la reflexión total se utiliza en los prismas de inversión, en los cuales marchan los rayos como se

indica en las figs. 65.4, *b* y *c*. Se recomienda al lector que fundamente esta construcción.

3. Hallemos el ángulo ϵ en que un rayo de luz es desviado por un prisma de ángulo refringente φ en el vértice. Para simplificar el cálculo vamos a suponer que sobre la primera cara del prisma incide el rayo normalmente (fig. 65.5, *a*). En esta figura se ve que el ángulo de incidencia sobre la

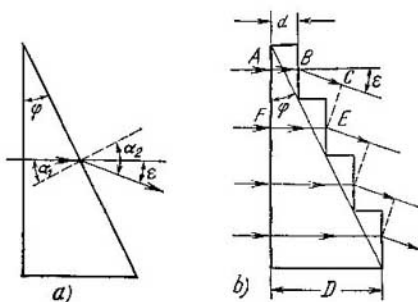


Fig. 65.5.

segunda cara es igual al ángulo refringente: $\alpha_1 = \varphi$. El ángulo de refracción $\alpha_2 = \varphi + \epsilon$. De la ley de la refracción (65.4) se sigue que

$$\text{sen}(\varphi + \epsilon) = n \text{sen} \varphi. \quad (65.6)$$

Demostremos que este mismo resultado se puede obtener por medio del cálculo interferencial.

4. Con este fin vamos a examinar el fenómeno en la escalera de Michelson, cuerpo escalonado que representa la fig. 65.5, *b*. Es evidente que si el número de escalones aumenta indefinidamente disminuyendo sus dimensiones, la escalera de Michelson se transforma en un prisma.

La luz, al pasar por los escalones aislados, se difunde en todas las direcciones posibles. Pero en virtud de la interferencia, su intensidad es distinta en diferentes direcciones. Para hallar la dirección del máximo de interferencia principal, volvemos a recurrir al método de cálculo de la interferencia producida por N fuentes coherentes, que utilizamos en los §§ 57.6—57.10.

Supongamos que la anchura total de la escalera es igual a D , la anchura de cada escalón, $d = D/N$, y su altura

$h = d \operatorname{ctg} \varphi$. Por analogía con la expresión (57.41), escribamos la fórmula para la amplitud de la onda luminosa en la dirección determinada por el ángulo ε :

$$A_{\varepsilon} = \frac{A_0}{N} \frac{\operatorname{sen}(1/2 Nk\Delta)}{\operatorname{sen}(1/2 k\Delta)}$$

Aquí Δ es la diferencia de marcha óptica entre los rayos ABC y FE . Lo mismo que en los §§ 57.9 y 57.10, la dirección del máximo principal viene determinada por la condición $\Delta = 0$. De acuerdo con (61.12), la diferencia de marcha óptica se expresa así:

$$\Delta = AB \cdot n + BC - FE \cdot n = BC - nd,$$

dónde n es el índice de refracción del vidrio. Es fácil ver que $BC = [d \operatorname{sen}(\varphi + \varepsilon)]/\operatorname{sen} \varphi$. Por lo tanto, la diferencia de marcha óptica

$$\Delta = \frac{d \operatorname{sen}(\varphi + \varepsilon)}{\operatorname{sen} \varphi} - nd = \frac{d}{\operatorname{sen} \varphi} [\operatorname{sen}(\varphi + \varepsilon) - n \operatorname{sen} \varphi] = 0.$$

Hemos llegado otra vez a la expresión (65.6).

5. De este modo, lo mismo que en el § 57.10, resulta que las leyes de la óptica geométrica son casos particulares de las leyes de la interferencia. Esto nos permite que, en adelante, al analizar la marcha de los rayos en una lente y, en general, en cualquier instrumento óptico, no tengamos que hacer cálculos interferenciales difíciles, sino que utilizemos las reglas de la óptica geométrica, que son más simples.

No obstante, siempre hay que tener presente que la óptica geométrica es un método simplificado de cálculo y que en realidad la imagen producida por todo instrumento óptico es de interferencia y no siempre se pueden despreciar los máximos secundarios. De esto se volverá a tratar en el § 66.8.

6. El ángulo ε , en que el rayo de luz es desviado por el prisma (véase la fig. 65.5), depende del índice de refracción. A su vez, como sabemos, el índice de refracción depende de la frecuencia (dispersión, véase el cap. 63). Por consiguiente, si sobre el prisma incide luz no monocromática (por ejemplo, blanca), los rayos correspondientes a las ondas de distinta frecuencia (diferente color) se desvían ángulos distintos. Este fenómeno fue descubierto por Newton en 1666. Este observó que un haz de luz blanca, que después de pasar por un orificio atravesaba un prisma de vidrio, se descomponía en el espectro: los rayos que menos se desviaban eran los rojos, y los que más se desviaban, los azules y los violetas.

§ 65.4. Lente

1. Una lente ordinaria es un cuerpo de vidrio limitado por dos de sus lados por superficies esféricas. Raras veces se utilizan lentes limitadas por superficies cilíndricas, parabólicas o de otro tipo, pero nosotros no vamos a estudiarlas.

La recta sobre la cual se encuentran los centros de las superficies que limitan la lente se llama *eje óptico principal*.

Vamos a estudiar únicamente las lentes delgadas, cuyo espesor $a = a_1 + a_2$ es mucho menor que los radios de curvatura de las superficies

esféricas que las forman: $a \ll R_2, R_1$ (fig. 65.6).

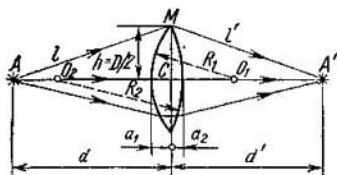


Fig. 65.6.

2. Supongamos que el punto A representa en la fig. 65.6 un foco de luz puntual que emite uniformemente ondas electromagnéticas en todas las direcciones posibles. La lente recorta de este flujo de radiación

un haz en forma de cono con vértice en el punto A ; las generatrices del cono pasan por los bordes de la lente.

Como el resto del flujo luminoso no pasa por la lente y no participa en la formación de la imagen, la lente actúa como un orificio en una pantalla opaca (§§ 57.9 y 62.1). Por consiguiente, detrás de la lente debe producirse una figura de difracción: en cierto punto A' , llamado *imagen* del punto A , se observará el máximo de orden cero (principal) y en torno a él, los máximos secundarios en forma de anillos circulares cuya intensidad disminuye muy rápidamente al crecer el número de orden del máximo (véanse las figs. 57.10 y 62.1).

La experiencia confirma lo acertado de nuestros razonamientos. En efecto, detrás de una lente cuyo índice de refracción sea mayor que el del medio circundante, descubrimos una pequeña mancha brillante A' que hace las veces de imagen real del punto A . Los máximos secundarios sólo se consiguen descubrir en el caso en que la imagen del punto se obtiene a una distancia d' que satisface la condición $d' > D^2/\lambda$, siendo D el diámetro de la lente y λ , la longitud de onda. En el caso contrario los máximos secundarios se

encuentran tan cerca del principal que, prácticamente, se confunden con él. De esto volverá a tratarse en el § 66.8.

3. Vamos a deducir la fórmula que expresa la relación entre las distancias desde la lente hasta el objeto y la imagen (es decir, d y d') y las características de la lente: los radios de curvatura de sus superficies R_1 y R_2 y el índice de refracción del vidrio n .

Como se sabe, el máximo de interferencia de orden nulo se forma en el punto en que la diferencia de marcha entre todas las ondas que parten del foco es igual a cero (véase (57.38)). Para esto es necesario que las ondas, cualquiera que sea la trayectoria que sigan desde el foco A hasta la imagen A' , tarden el mismo tiempo; en efecto, en este caso todas ellas llegarán al punto A' en la misma fase.

Para el cálculo vamos a limitarnos a comparar las trayectorias ópticas de dos ondas, una de las cuales pasa por el borde de la lente, y la otra, a lo largo del eje óptico principal. A lo largo de la trayectoria AMA' la onda se propaga en el aire con la velocidad c , y el tiempo que tarda en propagarse es

$$t_1 = \frac{AM + MA'}{c} = \frac{l}{c} + \frac{l'}{c}.$$

La onda que marcha a lo largo del eje óptico se mueve una parte del tiempo por el vidrio con la velocidad $u = c/n$, y su tiempo de propagación es

$$t_2 = \frac{AA' - a}{c} + \frac{a}{u} = \frac{d + d' - a}{c} + \frac{na}{c} = \frac{d + d' + (n-1)a}{c}.$$

Para que ambas ondas lleguen al punto A' en la misma fase debe cumplirse la igualdad $t_1 = t_2$, o

$$l + l' = d + d' + (n-1)a. \quad (65.7)$$

Así, cualquiera que sea la trayectoria de la onda que pasa a través de la lente, los caminos ópticos desde la fuente hasta la imagen deben ser iguales (véase (61.12)).

Aplicando el conocido teorema de geometría sobre la relación entre los segmentos de cuerda y los segmentos de diámetro, obtenemos

$$a_1(2R_1 - a_1) = h^2, \quad a_2(2R_2 - a_2) = h^2.$$

Teniendo en cuenta que sólo consideramos las lentes delgadas, en las cuales $a_1 \ll R_1$ y $a_2 \ll R_2$, en los paréntesis se

pueden despreciar los sustraendos, con lo que resulta que

$$2a_1R_1 = 2a_2R_2 = h^2,$$

de donde se sigue que

$$a = a_1 + a_2 = \frac{h^2}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (65.8)$$

Como se ve en la fig. 65.6, la diferencia $l - d = \sqrt{d^2 + h^2} - d = \frac{h^2}{d + \sqrt{d^2 + h^2}}$. Vamos a limitarnos al caso en que la anchura del haz es igual al diámetro de la lente y mucho menor que los radios de curvatura de ésta; este haz se denomina *paraxial* o *paraxil*. En este caso $h \ll d$, de donde se sigue que $l - d = h^2/2d$; respectivamente, $l' - d' = h^2/2d'$. Sustituyendo en (65.7) y tomando en consideración (65.8), después de simplificar obtenemos

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (65.9)$$

Esta expresión se conoce con el nombre de *fórmula de la lente delgada*.

4. Supongamos que la fuente de luz se encuentra en el eje óptico e infinitamente lejos de la lente; su imagen sobre el oje óptico principal se obtendrá en el punto F , llamado *foco principal de la lente*. La distancia f desde el foco principal hasta la lente se denomina *distancia focal*. La magnitud $\Phi = 1/f$, recíproca de la distancia focal, recibe el nombre de *poder* o *potencia* (óptica) de la lente; la unidad de potencia óptica es la *dioptría* (D o $1/m$) o potencia de una lente cuya distancia focal es igual a 1 m.

Suponiendo en la fórmula de la lente delgada (65.9) $d = \infty$ y $d' = f$, obtenemos que

$$\Phi = \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (65.10)$$

Sustituyendo esta expresión en (65.9), damos a la fórmula de la lente una forma muy simple y conveniente:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}. \quad (65.11)$$

5. En la expresión (65.10) debe ponerse el valor de los radios teniendo en cuenta el signo. Cuando la superficie es convexa, el radio de curvatura es un número positivo, y cuando es cóncava, negativo; el plano debe considerarse

cómo una superficie de radio de curvatura infinito. Tomando en consideración esta regla de los signos, el lector puede demostrar fácilmente que la potencia de las lentes convexas es positiva y la de las lentes cóncavas, negativa. Por esto se dice que la lente cóncava tiene *foco virtual*. El enfoque de un haz paraxil por una lente convergente y otra divergente, cuyos índices de refracción son mayores que el del medio que las rodea, se representa en la fig. 65.7.

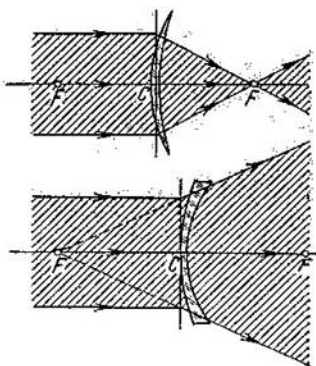


Fig. 65.7.

Se recomienda al lector comprobar por su cuenta que si la densidad óptica de la lente es menor que la del medio circundante, la potencia de la lente convergente será negativa, y la de la divergente, positiva.

6. La expresión de la potencia de una lente delgada se puede obtener valiéndose de las leyes de la óptica geométrica. Supongamos que sobre la lente incide un haz paraxil,

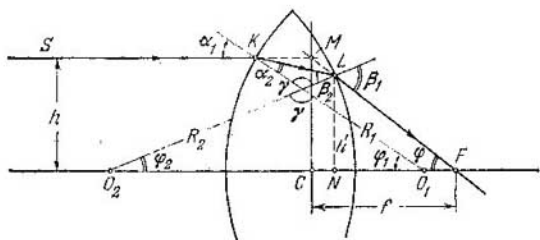


Fig. 65.8.

paralelo al eje óptico principal: después de refractarse en la lente, el haz convergerá en el foco principal de la lente. Como se ve en la fig. 65.8, el rayo SK se refracta primero

en el punto K , después en el punto L y, finalmente, pasa por el foco F . Prolonguemos los rayos SK y LF hasta su intersección en el punto M y tracemos por este punto un plano MC perpendicular al eje óptico principal. El plano MC recibe el nombre de *plano principal de la lente*. Cada lente tiene dos planos principales. Pero si la lente es suficientemente delgada, estos dos planos coinciden prácticamente. En adelante consideraremos únicamente lentes delgadas y construiremos en ellas un solo plano principal. El punto C de intersección del plano principal de una lente delgada con el eje óptico principal se denomina *centro* de la lente.

Si el haz es suficientemente estrecho ($h \ll R_1 \approx R_2$), los ángulos de incidencia y de refracción son muy pequeños y sus senos y tangentes no difieren en la práctica de sus medidas en radianes. En este caso la ley de la refracción se escribe así:

$$\alpha_1 = n_{21}\alpha_2, \quad \beta_1 = n_{21}\beta_2. \quad (65.12)$$

En la figura se ve que $\alpha_1 = \varphi_1$, como ángulos correspondientes entre rectas paralelas; $\alpha_2 + \beta_2 + \gamma = \varphi_1 + \varphi_2 + \gamma = 180^\circ$, de donde se deduce que $\alpha_2 + \beta_2 = \varphi_1 + \varphi_2$; finalmente, $\beta_1 = \varphi_2 + \varphi$, como ángulo exterior del triángulo. Sustituyendo en (65.12) y sumando las igualdades se obtiene

$$\alpha_1 + \beta_1 = n_{21}(\alpha_2 + \beta_2) \quad \text{ó} \quad \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi = n_{21}(\varphi_1 + \varphi_2),$$

de donde se sigue que

$$\varphi = (n_{21} - 1)(\varphi_1 + \varphi_2). \quad (65.13)$$

Sustituyendo las magnitudes de los ángulos pequeños por los valores de su seno o tangente, tenemos,

$$\operatorname{tg} \varphi = \varphi = \frac{h}{f}, \quad \operatorname{sen} \varphi_1 = \varphi_1 = \frac{h}{R_1}, \quad \operatorname{sen} \varphi_2 = \varphi_2 = \frac{h'}{R_2} \approx \frac{h}{R_2}.$$

Sustituyendo en (65.13) y dividiendo por h , se obtiene por fin la expresión de la potencia de la lente delgada (65.10).

§ 65.5. Construcción de las imágenes que da una lente delgada

1. Supongamos que un punto A se halla a la distancia $d > 2f$ de una lente convergente delgada (fig. 65.9). De este punto sale un haz luminoso, del cual, la parte rayada

en la figura, es recortada por la lente. Este haz converge en el punto A' , imagen del punto A . Para hallar dónde se encuentra el punto A' elegimos dos rayos cuya marcha conocemos. Estos son, uno, el rayo AM , paralelo al eje óptico principal, que después de refractarse en la lente pasa por su foco trasero F' , y el otro, el rayo AN , que pasa por el foco delantero de la lente F y que después de refractarse resulta paralelo a su eje óptico principal. En la intersección de estos rayos se encuentra el punto A' .

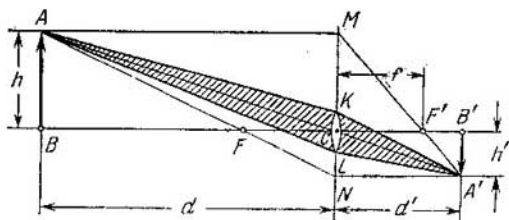


Fig. 65.9.

Se recomienda al lector demostrar que el rayo AC , que pasa por el centro de la lente, también pasa por la imagen A' . Para esto basta demostrar que las rectas AC y $A'C$ forman un mismo ángulo con el eje óptico.

2. Así, tenemos *tres rayos característicos* cuyas marchas conocemos: el rayo paralelo al eje óptico de la lente, que después de refractarse en ésta pasa por su foco; el rayo que pasa por el foco de la lente, que después de refractarse en ella sigue paralelo a su eje óptico principal, y el rayo que pasa por el centro de la lente delgada (*eje óptico secundario*), que sigue adelante sin refractarse. Con dos rayos cualesquiera de los tres característicos se puede construir la imagen de cualquier punto y, por lo tanto, de un objeto como conjunto de puntos.

Como se ve, para construir la imagen de un punto que da una lente, no hace falta conocer la posición de las superficies refractantes ni la marcha de los rayos por ella. Basta conocer la posición del plano principal y la de los focos de la lente. Es natural que la energía es transportada desde el punto A hasta el A' por el haz rayado en la figura, pero sin

la construcción adicional no estaría clara para nosotros la dirección que toman los rayos AK y AL después de refractarse en la lente.

Aprovechando la semejanza de los triángulos ABC y $A'B'C$ y de los triángulos MCF' y $A'B'F'$ (véase la fig. 65.9), el lector puede deducir fácilmente la fórmula de la lente delgada (65.11).

3. Vamos a construir la marcha de un rayo no característico es decir, de un rayo que incida sobre la lente de un modo arbitrario (fig. 65.10). Trazamos el eje óptico secundario KC , paralelo al rayo MN , y el plano focal ab que pasa por el foco principal y es perpendicular al eje óptico. Análogamente a como un haz paraxial, paralelo al

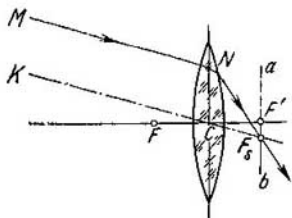


Fig. 65.10.

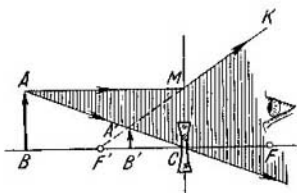


Fig. 65.11.

eje óptico principal, converge en el foco principal F' , el haz paralelo al eje óptico secundario KC converge en el foco secundario F_s , que se encuentra en el plano focal. Por consiguiente, el rayo MN , después de refractarse, pasa por el punto F_s .

Se recomienda al lector que utilice este método para construir la imagen de un punto que se encuentre en el eje óptico principal. Como ejercicio se recomienda construir también la marcha de un rayo que incida arbitrariamente sobre una lente divergente.

4. Construyamos ahora la imagen de un punto que da una lente divergente (fig. 65.11). El rayo AM , paralelo al eje óptico principal, después de refractarse sigue la dirección MK , de manera que su prolongación pasa por el foco. El segundo rayo AC (eje óptico secundario) pasa a través de la lente sin refractarse. Vemos que de la lente emerge el haz divergente rayado en la figura. Este haz divergente no da imagen, por lo tanto, con una lente divergente no se obtiene imagen. Pero si el ojo se coloca detrás de la lente, como se ve en el dibujo, nos parecerá que el haz divergente percibido por el ojo parte de un punto A' que se halla en la prolongación de los rayos. Este punto se llama *imagen virtual*

del objeto, para diferenciarla de la *imagen real* que se mostró en la fig. 65.9.

La diferencia entre estos dos tipos de imágenes consiste en lo siguiente. En el punto en que aparece la imagen real se produce la concentración de la energía de la onda luminosa y esto se puede comprobar objetivamente valiéndose, por ejemplo, de un elemento termoeléctrico o fotoeléctrico, de un papel fotosensible o de algo semejante. La imagen virtual sólo tiene sentido subjetivo: nos parece que los rayos luminosos parten de cierto punto en el cual, objetivamente, no hay nada.

Se recomienda al lector que construya la imagen de un punto que se encuentre entre una lente convergente delgada y su foco.

5. Llamamos la atención sobre los signos de las magnitudes que figuran en (65.11). La distancia d se considera siempre magnitud positiva; la distancia focal será positiva en las lentes convergentes y negativa en las divergentes. Si la distancia d' se obtiene positiva, quiere decir que la imagen es real y se halla al otro lado de la lente; si d' es un número negativo, la imagen será virtual y se encontrará al mismo lado de la lente en que se halle el objeto. Se recomienda al lector comprobar esto en ejemplos concretos.

§ 65.6. Defectos de las lentes

1. Hasta ahora hemos estudiado la construcción de las imágenes en lentes ideales o perfectas. Al hacerlo hemos supuesto que la imagen de un punto, independientemente de donde se encuentre, es un punto. Pero la experiencia demuestra que esto dista mucho de ser así y que la imagen de un punto es siempre una mancha difusa.

Veamos las causas de algunos errores de los instrumentos ópticos, es decir, de sus *aberraciones*. Esto permite también encontrar la vía para eliminarlas o disminuirlas.

2. *Aberración esférica*. Al deducir la fórmula de la potencia de una lente (65.13) consideramos que sobre la lente incidía un haz paraxil cuya anchura h era mucho menor que el radio de curvatura de la lente: $h \ll R$. El haz paraxil es el único que converge en un punto, el foco. Pero si sobre la lente incide un haz ancho, el enfoque se infringe (fig. 65.12) y en vez de un punto se obtiene en la pantalla una mancha; la imagen resulta ser *astigmática*, o sea, no puntual (del griego α , privativo, y $\sigma\tau\gamma\mu\alpha$, punto). La aberración debida a que la anchura de los haces luminosos es finita, se llama *aberración esférica*.

Uno de los procedimientos para eliminar la aberración esférica consiste en limitar la anchura del haz, es decir, en diafragmar la lente. Sin embargo esto disminuye también la energía del haz luminoso, lo que no siempre es deseable. Un segundo medio de eliminar la aberra-

ción esférica se basa en que la aberración esférica de las lentes convergentes es opuesta a la de las lentes divergentes (véase la fig. 65.12). Se puede elegir una pareja de estas lentes de tal modo, que su potencia total no sea nula, pero cuya aberración esférica esté corregida en gran medida.

3. *Aberración cromática.* Este defecto de las lentes es consecuencia de la dispersión (cap. 63). En virtud de la dispersión el foco de los rayos rojos está más lejos de la lente que el foco de los violetas. A causa

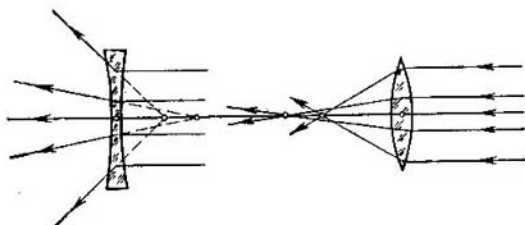


Fig. 65.12.

de la aberración cromática la imagen de un punto blanco tiene la forma de un punto rojo con una aureola azul-violácea, o de un punto violeta con una aureola amarilla-rojiza (en dependencia de donde se encuentre la pantalla).

La aberración cromática tiene carácter opuesto en las lentes convergentes y divergentes. Por lo tanto, en un sistema de dos lentes pegadas (fig. 65.13), de distintas clases de vidrio, de los índices de refracción y los radios de curvatura de las superficies, que se hayan elegido convenientemente resultarán corregidas en gran medida ambas aberraciones, la esférica y la cromática. Las lentes de este tipo se llaman *acromáticas*. Estas lentes se usan como objetivos en los telescopios, gemelos y otros instrumentos ópticos.

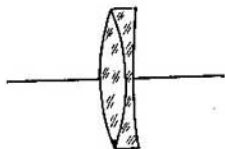


Fig. 65.13.

4. *Astigmatismo.* Supongamos que el punto se encuentra lejos del eje óptico. Entonces, para construir su imagen se utiliza un haz que forma un ángulo grande con el eje óptico principal. Y resulta que, en este caso, cualquiera que sea la posición de la pantalla, no se formará en ella una imagen puntual nítida del objeto. Sin embargo, existen dos posiciones de la pantalla en las cuales la imagen se obtiene en forma de rayitas rectas.

Así, incluso en las lentes en que se han corregido las aberraciones esférica y cromática, la imagen de un punto alejado del eje óptico no es un punto, sino dos rayitas perpendiculares entre sí que se encuentran en distintos planos. Esta aberración se conoce con el nombre de *astigmatismo*.

Para corregir el astigmatismo se construye un sistema óptico formado por varias lentes elegidas de manera que compensen el astigmatismo producido por cada una de ellas.

Estos sistemas ópticos se denominan *anastigmáticos*. Por ejemplo, son anastigmáticos los objetivos de las buenas cámaras fotográficas.

5. *Distorsión*. La aberración así llamada consiste en que se infringe la semejanza entre la imagen y el objeto. Por ejemplo, la imagen de la red cuadrada representada en la fig. 65.14, *a* puede tener la

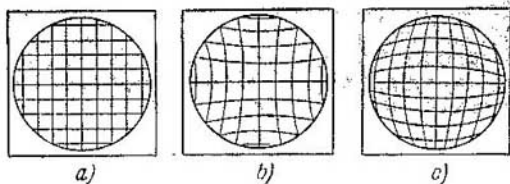


Fig. 65.14.

forma que muestra la fig. 65.14, *b* (distorsión en cojín) o la fig. 65.14, *c* (distorsión en barrilillo). Eligiendo un sistema de varias lentes cuyas distorsiones tengan carácter diferente, se puede corregir esta aberración. Los objetivos en que se ha corregido la distorsión se utilizan, por ejemplo, para la fotografía aérea.

§ 65.7. Espejo esférico

1. Sobre una superficie especular cóncava dirigimos un haz paraxil, paralelo al diámetro de la superficie esférica que pasa por el vértice *C* del espejo (fig. 65.15). La experiencia demuestra que este haz converge en el punto *F* como en un foco. Hallemos la distancia focal $CF = f$.

La normal al punto de incidencia del haz *KM* es el radio $OM = R$. Los ángulos de incidencia y reflexión son iguales: $\angle KMO = \angle OMF = \alpha$. Además, $\angle FOM = \angle KMO = \alpha$, como ángulos alternos internos entre rectas paralelas. Por consiguiente, el triángulo *OFM* es isósceles y el segmento $OF = \frac{OM}{2 \cos \alpha} = \frac{R}{2 \cos \alpha}$. De aquí se sigue que la distancia focal

$$f = CF = OC - OF = R - \frac{R}{2 \cos \alpha} = \frac{R}{2} \left(2 - \frac{1}{\cos \alpha} \right).$$

Teniendo en cuenta que $\text{sen } \alpha = h/R$, obtenemos on definitiva

$$f = \frac{R}{2} \left(2 - \frac{1}{\cos \alpha} \right) = \frac{R}{2} \left(2 - \frac{1}{\sqrt{1 - h^2/R^2}} \right). \quad (65.14)$$

2. Vemos que en el espejo esférico también se produce la aberración esférica: la distancia focal es distinta para los rayos que se hallan a diferentes distancias del eje óptico. También se producen todos los demás tipos de aberración, excepto la cromática.

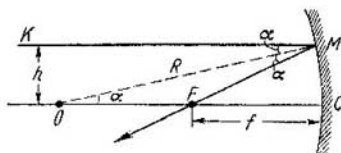


Fig. 65.15.

No obstante, cuando se trata de un haz paraxial ($h \ll R$) la condición de enfoque se cumple y la distancia focal del espejo cóncavo resulta ser

$$f = R/2, \quad (65.15)$$

y su potencia óptica

$$\Phi = 1/f = 2/R. \quad (65.16)$$

Se recomienda al lector comprobar que cuando $h \leq 0,1R$ las expresiones (65.15) y (65.16) son correctas con una exactitud no menor que el 0,5%.

3. Comparando las expresiones (65.16) y (65.10) vemos que el espejo cóncavo se puede considerar como una lente cuyo índice de refracción sea $n_{21} = -1$, el radio de una de sus superficies, infinitamente grande ($R_2 = \infty$), y el radio de la superficie cóncava, de acuerdo con la regla de los signos adoptada (§ 65.4), $R_1 = -R$. Obtenemos,

$$\Phi = (n_{21} - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (-1 - 1) \left(-\frac{1}{R} + 0 \right) = \frac{2}{R}.$$

De aquí se deduce que todas las reglas para construir las imágenes expuestas en el § 65.5 son válidas también para los espejos esféricos, si en vez de los rayos refractados se consideran los reflejados.

En este caso serán característicos los rayos siguientes (compárese con el § 65.5):

el rayo paralelo al eje óptico principal (diámetro OC en la fig. 65.15), que después de reflejarse pasa por el foco;

el rayo que pasa por el foco, que después de reflejarse sale paralelo al eje óptico;

el rayo que pasa por el centro de curvatura de la superficie esférica (eje óptico secundario), que se refleja y sale en sentido contrario siguiendo la misma recta.

4. Se recomienda al lector construir imágenes de objetos en un espejo cóncavo y otro convexo. Resulta que el espejo cóncavo funciona análogamente a como lo hace una lente convergente de material ópticamente más denso, y el espejo convexo, análogamente a como lo hace una lente divergente.

Utilizando los mismos razonamientos que en el § 65.5, el lector puede obtener sin dificultad la fórmula del espejo de la forma

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}. \quad (65.17)$$

Los valores negativos de d' corresponderán a una imagen virtual, y los positivos, a una imagen real.

§ 65.8. Enfoque de haces electrónicos

1. Uno de los métodos de enfoque de los haces electrónicos se estudió en el § 41.7. Allí nos cercioramos de que los electrones, emitidos por un cátodo de pequeñas dimensiones, que se mueven en un campo magnético uniforme, se enfocan a cierta distancia del cátodo (fig. 41.5, t. I). Por lo tanto, el campo magnético uniforme desempeña en este caso el papel de «lente magnética».

Conviene advertir que esta «lente» tiene los mismos defectos que una lente para enfocar la luz. En efecto, las condiciones de enfoque sólo se cumplen por los electrones lanzados bajo un ángulo pequeño α con las líneas de fuerza, es decir, por el haz *paraxil*, para el cual es correcta la condición $\cos \alpha \approx 1$. Un haz ancho se enfoca mal. Por lo tanto, tenemos aquí una analogía total con las condiciones de enfoque por una lente delgada (§ 65.4) y por un espejo esférico (§ 65.7). Este defecto de la lente magnética se llama, por analogía, aberración esférica.

También se infringe el enfoque a causa de que no todos los electrones salen del cátodo con la misma velocidad. Un

haz formado por electrones de distintas velocidades se denomina, por analogía con la luz, *no monocromático*, y el defecto de enfoque debido a esta diferencia de velocidades recibe el nombre de aberración cromática.

2. El enfoque de un haz electrónico también se puede efectuar por medio de una «lente electrostática». Para comprender el principio en que se basa el funcionamiento de esta «lente», consideremos el comportamiento de un electrón que cruza el espacio entre dos rejillas, en el cual se ha creado un campo eléctrico uniforme de intensidad E (fig. 65.16).

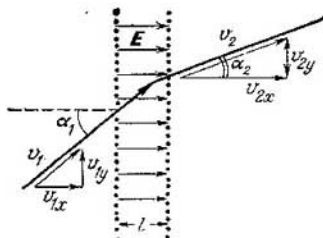


Fig. 65.16.

El electrón se mueve de izquierda a derecha con la velocidad v_1 e incide sobre la rejilla formando un ángulo α_1 . Del campo sale con la velocidad v_2 y formando un ángulo α_2 . Con esto no varía la componente de la velocidad a lo largo del eje de ordenadas, ya que en esta dirección no actúa sobre el electrón ninguna

fuerza: $v_{2y} = v_{1y}$. A lo largo del eje de abscisas actúa sobre el electrón la fuerza $F = eE$.

Según la ley de conservación de la energía tenemos para los electrones no relativistas, que $\frac{mv_1^2}{2} + eEl = \frac{mv_2^2}{2}$, o

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{1 + \frac{2eEl}{mv_1^2}}.$$

Pero el trabajo de las fuerzas del campo $eEl = eu$, siendo u la diferencia de potencial entre los electrodos. Llamando $K = mv_1^2/2$ la energía cinética inicial del electrón, obtenemos en definitiva:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{1 + \frac{eu}{K}}. \quad (65.18)$$

3. Para los senos de los ángulos de incidencia y refracción, como se ve en la fig. 65.16, tenemos

$$\text{sen } \alpha_1 = v_{1y}/v_1 \quad \text{y} \quad \text{sen } \alpha_2 = v_{2y}/v_2.$$

Pero como $v_{2y} = v_{1y}$, tomando en consideración (65.18), la ley de la refracción para el haz electrónico tiene la forma

$$\frac{\text{sen } \alpha_1}{\text{sen } \alpha_2} = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{1 + \frac{eu}{K}}. \quad (65.19)$$

Esto es completamente análogo a la ley de refracción de la luz (65.2). Aquí también se observa la dispersión: el índice de refracción

$$n_{21} = \sqrt{1 + \frac{eu}{K}} \quad (65.20)$$

depende de la energía cinética de los electrones del haz. Por consiguiente, los electrones lentos se refractan más intensamente que los rápidos.

Este esquema tan simple no se utiliza para enfocar los haces electrónicos, tanto más si se tiene en cuenta que su realización experimental es muy difícil. Lo hemos dado a conocer solamente para, basándonos en él como ejemplo sencillo, estudiar el fenómeno de la refracción de un haz electrónico en un campo eléctrico.

4. En la práctica se utilizan lentes magnéticas y electrostáticas con campo fuertemente heterogéneo. El estudio de su estructura y principio de funcionamiento rebasa los límites de este libro.

Las lentes electrostáticas y magnéticas se emplean para enfocar los haces electrónicos en los oscilógrafos, televisores, microscopios electrónicos, etc.

Capítulo 66

INSTRUMENTOS ÓPTICOS

§ 66.1. Fotometría

1. El ojo humano sólo percibe una banda estrecha de toda la gama de ondas electromagnéticas, llamada luz visible (§ 64.1). La sensibilidad del ojo humano a la luz de distintas longitudes de onda no es la misma. El máximo de esta sensibilidad corresponde a $\lambda = 555$ nm (luz verde) y decrece rápidamente hasta cero al alejarse de este máximo. En la fig. 66.1 se ha trazado la gráfica de la sensibilidad espectral relativa K_λ del ojo, igual a la relación entre la sensibilidad a la longitud de onda dada y la sensibilidad a $\lambda = 555$ nm.

En virtud de estas peculiaridades del ojo humano nos vemos obligados a valorar las características cuantitativas de los haces luminosos no por la energía que transportan, sino por la sensación visual que producen. Vamos a estudiar las magnitudes correspondientes y sus unidades de medida.

2. Para la exposición que sigue vamos a necesitar un concepto geométrico, el de *ángulo sólido*, que es la medida

de la abertura de cierta superficie cónica. Recordamos que la medida de un ángulo plano α es la razón del arco de circunferencia l al radio de esta circunferencia r , es decir, $\alpha = l/r$ (fig. 66.2, a). De forma análoga se define el ángulo sólido Ω (fig. 66.2, b) como la razón de la superficie del segmento esférico σ al cuadrado del radio de la esfera:

$$\Omega = \sigma/r^2. \quad (66.1)$$

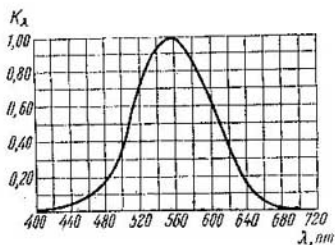


Fig. 66.1.

La unidad de ángulo sólido es el *estereorradian* (sr), que es el ángulo sólido cuyo vértice se encuentra en el centro de una esfera y que corta en la superficie de ésta un área igual al cuadrado del radio: $\Omega = 1$ sr si $\sigma = r^2$. Es

fácil comprobar que el ángulo sólido completo alrededor de un punto es igual a 4π estereorradianes; para esto hay que dividir la superficie de la esfera por el cuadrado de su radio.

Supongamos que un ángulo sólido pequeño $\Delta\Omega$ tiene por base cierta superficie pequeña ΔS , la normal a la cual for-

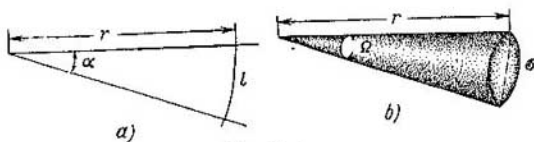


Fig. 66.2.

ma un ángulo φ con el rayo (fig. 66.3). Entonces el elemento de superficie esférica $\Delta\sigma = \Delta S \cdot \cos \varphi$, y el ángulo sólido

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta\sigma}{r^2} = \frac{\Delta S \cdot \cos \varphi}{r^2}. \quad (66.2)$$

3. *Flujo luminoso*. Figurémonos que en el vértice de un ángulo sólido se encuentra una fuente puntual de luz, o sea,

una fuente cuyas dimensiones son mucho menores que la distancia desde ella hasta el punto de observación (fig. 66.3). Esta fuente radia ondas electromagnéticas en todas las direcciones posibles. Se llama flujo luminoso Φ la potencia de la parte visible de la radiación que se propaga dentro del ángulo sólido dado, valorado por la acción de esta radiación sobre un ojo normal. La unidad de flujo luminoso es el *lumen* (lm). Para la luz monocromática correspondiente al

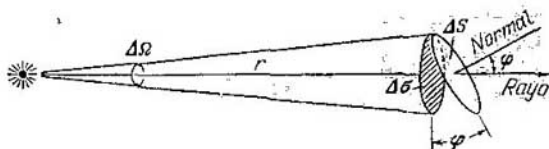


Fig. 66.3.

máximo de visibilidad ($\lambda = 555 \text{ nm}$), el flujo luminoso es igual a 683 lm si la potencia de la radiación es igual a 1 W. Para otras longitudes de onda la potencia se puede calcular valiéndose de la gráfica de la fig. 66.1.

Las lámparas de incandescencia, que emiten luz en un amplio intervalo espectral, tienen un rendimiento luminoso aproximado de 14 lm/W, y las de luz diurna, de cerca de 43 lm/W.

4. La *intensidad de la luz* I de una fuente puntual en una dirección determinada es igual a la razón del flujo luminoso $\Delta\Phi$ a la magnitud del ángulo sólido $\Delta\Omega$:

$$I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega}.$$

El valor exacto de la intensidad de la luz se obtiene pasando al límite:

$$I = \lim_{\Delta\Omega \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega} = \frac{d\Phi}{d\Omega}. \quad (66.3)$$

Si la fuente puntual radia uniformemente en todas las direcciones,

$$I = \Phi_{\text{tot}}/4\pi, \quad (66.4)$$

donde Φ_{tot} es el flujo luminoso total que radia la fuente.

La unidad de intensidad de la luz es la *candela* (cd) que se determina por medio de una fuente patrón especial.

En el SI la candela es una unidad fundamental. En este caso, según (66.3), tenemos que

$$1 \text{ cd} = 1 \text{ lm/1 sr.}$$

5. La *iluminación* E de una superficie es igual a la razón del flujo luminoso $\Delta\Phi$ a la magnitud de esta superficie ΔS :

$$E = \Delta\Phi/\Delta S. \quad (66.5)$$

Para obtener la iluminación en un punto hay que pasar al límite:

$$E = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta S} = \frac{d\Phi}{dS}. \quad (66.5')$$

La unidad de iluminación es el *lux* (lx) o iluminación de una superficie de 1 m^2 por la cual se distribuye uniformemente un flujo luminoso de 1 lumen:

$$1 \text{ lx} = 1 \text{ lm/1 m}^2.$$

6. Supongamos que una superficie está iluminada por una fuente puntual, entonces la iluminación de cada punto de la superficie puede ser distinta. Para calcularla sustituimos el valor del ángulo sólido (66.2) en (66.3) y obtenemos

$$I = \frac{d\Phi \cdot r^2}{dS \cdot \cos \varphi} = \frac{Er^2}{\cos \varphi},$$

de donde se deduce la *ley de la iluminación* por una fuente puntual:

$$E = (I \cos \varphi)/r^2. \quad (66.6)$$

Cuando la superficie es iluminada por un haz aproximadamente paralelo, su iluminación

$$E = E_0 \cos \varphi, \quad (66.7)$$

en la que E_0 es la iluminación que se produciría si los rayos luminosos incidieran normalmente sobre la superficie, y φ es el ángulo de incidencia de los rayos (ángulo entre el rayo y la normal a la superficie).

7. *Luminosidad y luminancia* (brillo). Si la fuente de luz no se puede considerar puntual, para determinarla se introducen las magnitudes llamadas luminosidad y luminancia o brillo que caracterizan la radiación de la unidad de área de la superficie luminosa (fig. 66.4).

La *luminosidad* R es igual a la razón del flujo luminoso $\Delta\Phi$ radiado por la superficie ΔS en todas las direcciones posibles (o sea, dentro de un ángulo sólido de 2π estereorradianes), a la magnitud de esta superficie:

$$R = \Delta\Phi / \Delta S. \quad (66.8)$$

La luminosidad de un punto la obtenemos pasando al límite:

$$R = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta S} = \frac{d\Phi}{dS}. \quad (66.8')$$

La unidad de luminosidad, lo mismo que la de iluminación, es el *lux*.

La *luminancia* (brillo) B en una dirección dada es igual a la razón de la intensidad de la luz dI dentro del ángulo

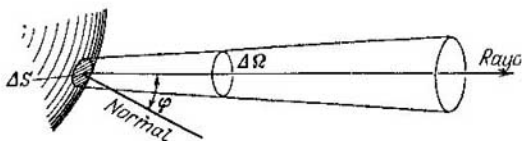


Fig. 66.4.

sólido elemental que descansa sobre la superficie dS , al área $d\sigma$ de la proyección de esta superficie sobre un plano perpendicular a la dirección del rayo:

$$B = \frac{dI}{d\sigma} = \frac{dI}{dS \cos \varphi}. \quad (66.9)$$

La luminancia de la mayoría de las fuentes es distinta en diferentes direcciones. Solamente el cuerpo negro (§ 67.2) y los difusores ideales del tipo de los vidrios mate tienen la misma luminancia en todas las direcciones. De estas fuentes se dice que se subordinan a la *ley de Lambert*:

$$B = R/\pi. \quad (66.10)$$

La unidad de luminancia es la *candela por metro cuadrado* (cd/m^2), que es la luminancia de una superficie que radia por cada metro cuadrado una candela en dirección perpendicular a la superficie.

§ 66.2. Ojo humano

1. El órgano de la vista es el ojo. Su constitución se representa esquemáticamente en la fig. 66.5.

La envoltura externa del globo del ojo la forma la esclerótica o córnea opaca 1, la cual protege el contenido del ojo y conserva su rigidez. En su parte anterior la esclerótica se transforma en la córnea delgada y transparente o simplemente córnea 2, a través de la cual penetra la luz en el ojo.

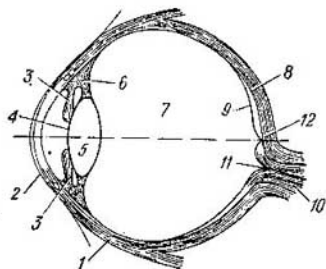


Fig. 66.5.

Detrás de la córnea está el iris 3 con su abertura, pupila, 4. El iris es un anillo muscular coloreado por un pigmento. Este anillo, contrayéndose y dilatándose hace que varíen las dimensiones de la pupila y con esto la magnitud del flujo luminoso que penetra en el ojo.

Detrás del iris se encuentra el cristalino 5 que es un cuerpo lenticular

elástico. Por medio del músculo ciliar 6, que puede tensarse y relajarse, varían los radios de curvatura de las superficies del cristalino y con ello su potencia óptica (65.11). La cavidad que hay entre la córnea y el cristalino está llena de humor acuoso; tras el cristalino se halla el cuerpo vítreo 7. La córnea, el humor acuoso, el cristalino y el cuerpo vítreo forman un sistema óptico análogo a una lente de potencia igual aproximadamente a 58,5 dioptrías ($f = 17,2$ mm). El centro óptico de este sistema se encuentra a 5 mm de distancia de la córnea; su eje óptico se representa en la fig. 66.5 por una línea de trazo y punto.

La retina 9 es una semiesfera constituida por células receptoras que tienen la forma de conos y bastoncillos. El ojo humano tiene en total 125 millones de bastoncillos y 6,5 millones de conos. Estas células fotosensibles se hallan en la superficie posterior de la retina que descansa sobre la membrana vascular 8. En cierto lugar, a un lado del eje óptico, las células nerviosas de la retina se juntan y forman el nervio óptico 10 que sale del ojo. En este lugar no hay

bastoncillos ni conos, por lo que aquí se origina el punto ciego 11, insensible a la luz. En el centro de la retina, sobre el eje óptico se encuentra la mácula lútea, mancha amarilla o fovea central 12, punto de máxima agudeza visual. En él se concentran los conos fotosensibles con los cuales el ojo percibe el color. En las demás partes de la retina se encuentran principalmente los bastoncillos.

2. Por la acción de la luz en los bastoncillos se produce la reestructuración de una substancia especial llamada púrpura visual (rodopsina). La rodopsina es un compuesto de una de las formas de vitamina A (retineno) con la proteína retinjiana (opsina). Bajo la influencia de la luz el retineno pasa de una forma a otra (de la forma *cis*-retineno a la *trans*-retineno). Esto hace que en la célula se genere un impulso nervioso que, a través del nervio óptico, se transmite al cerebro.

El impulso se genera a expensas de la energía acumulada en la célula receptora, la luz sólo desempeña el papel de «mecanismo de arranque» de la reacción. Esto explica la alta sensibilidad de los bastoncillos; cada bastoncillo es capaz de reaccionar a un cuanto de luz (§ 68.3).

Los bastoncillos efectúan la denominada visión nocturna o escotópica, con la cual se distinguen las dimensiones y la forma de los objetos, pero no su color.

3. La visión de los colores se debe a los conos y es posible si la imagen del objeto incide sobre la fovea central. Existen fundamentos serios para suponer que hay tres tipos de conos que reaccionan de forma diferente a la acción de distintas zonas del espectro. Uno de ellos reacciona mejor a la luz verde, otro, a la roja, y el tercero, a la azul. Los colores de transición son percibidos por excitación conjunta de dos o tres tipos de conos. En dependencia del grado de excitación de cada uno de estos tipos de conos, el cerebro recibe series distintas de impulsos nerviosos y los interpreta como colores diferentes.

§ 66.3. Acomodación. Visión binocular

1. El ojo debe ver bien tanto los objetos que están lejos como los que están cerca. Como quiera que varíe la distancia d desde el objeto hasta el ojo, sobre la retina debe obtenerse una imagen nítida. De acuerdo con la fórmula de la lente (65.13), esto es posible solamente en el caso en que al

mismo tiempo varíe la distancia focal f del sistema óptico. Como ya se dijo en el párrafo anterior, la variación de la potencia óptica del ojo y de su distancia focal $f = 1/\Phi$, se efectúa a expensas de la variación de los radios de curvatura de las superficies del cristalino. Este fenómeno se llama *acomodación*.

La acomodación se produce espontáneamente. En cuanto la mirada pasa de un objeto a otro, la imagen pierde nitidez, de lo cual llega una señal al cerebro. La señal de retorno,

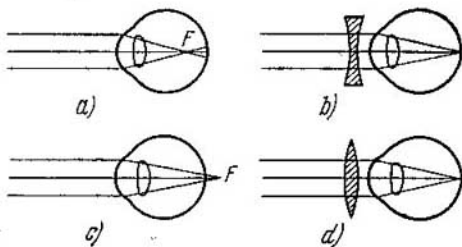


Fig. 66.6.

del cerebro al músculo ciliar, hace que éste se contraiga o dilate hasta que se obtiene una imagen clara. El punto que ve el ojo cuando el músculo ciliar está relajado se llama *punto remoto*, y el que ve cuando el esfuerzo es máximo *punto próximo*. Para un ojo normal el punto remoto se halla infinitamente lejos, y el próximo, a 15—20 cm de distancia.

2. Para un ojo miope el punto remoto se encuentra a una distancia finita, y si la miopía es fuerte, muy cerca del ojo. Respectivamente se acerca también el punto próximo, por esto los miopes, para ver mejor los objetos, los acercan a los ojos. La miopía se debe a un alargamiento del globo del ojo o a un espasmo del músculo ciliar. Este defecto del ojo se corrige usando lentes divergentes (fig. 66.6, *a* y *b*).

La *hipermetropía* (presbicia o vista cansada) se debe a un acortamiento del globo del ojo o a que la acomodación es débil. Esto hace que se aleje del ojo el punto próximo.

La hipermetropía se manifiesta en la vejez, cuando el cristalino pierde elasticidad, pero también se dan casos de hipermetropía congénita. Para corregir este defecto del ojo se usan lentes convergentes (fig. 66.6, *c* y *d*).

3. Mirando un objeto con los dos ojos obtenemos en la retina de cada uno de ellos una imagen algo distinta. Sin embargo, vemos un solo objeto, pero estereoscópicamente, o sea, en relieve. La apreciación de la profundidad del espacio se pone de manifiesto en virtud de que, cuando dirigimos la vista a un objeto, los músculos oculares hacen girar los ojos de forma que sus ejes ópticos se crucen en dicho objeto. El ángulo α entre los ejes se denomina *ángulo de convergencia*. La distancia entre los ojos (base) es $b = 5$ cm, y la distancia hasta el objeto $d > 25$ cm. Por consiguiente, el ángulo de convergencia $\alpha \approx b/d$ varía desde cero (punto remoto) hasta 10^8 (punto próximo).

El esfuerzo, simultáneo y espontáneo, de acomodación y convergencia permite apreciar la profundidad del espacio y la distancia hasta los objetos mucho mejor que la visión monocular. Aumentando artificialmente la base con gemelos o anteojos de antena, se puede apreciar la distancia hasta objetos lejanos con más exactitud que a simple vista.

§ 66.4. Ángulo de visión. Poder separador del ojo

1. El tamaño de la imagen de un objeto en la retina viene determinado exclusivamente por el ángulo de visión

$\varphi = h/f$ con el vértice en el centro óptico del ojo y los rayos dirigidos hacia los puntos límites del objeto (fig. 66.7). El ángulo de visión se puede aumentar acercando el objeto al ojo. Pero en este caso aumenta la tensión del músculo ciliar y el

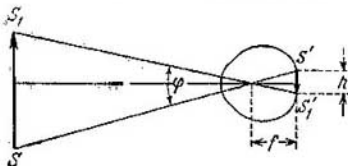


Fig. 66.7

ojo se cansa. Es particularmente difícil acomodar el ojo si el objeto está cerca del punto próximo.

Se llama *distancia de visión óptima* o *perfecta* aquella, desde el objeto hasta el ojo, con la cual el ángulo de visión resulta ser máximo, y la tensión de acomodación no excesivamente grande y el ojo no se cansa. Para un ojo normal la distancia de visión óptima es, aproximadamente, de 25 cm. A las personas miopes les es más fácil aproximar el ojo al objeto; esto les permite distinguir objetos bastante pequeños. En cambio, a las hipermétropes les es difícil distinguir los objetos pequeños, por ejemplo, las letras cuando leen.

2. Dos puntos de una imagen se percibirán separados si se encuentran en dos células fotosensibles diferentes de la retina. En el caso contrario sólo excitarán una célula. Se dice que el ojo no resuelve dos puntos distintos de un objeto

si sus imágenes se obtienen sobre un solo elemento fotosensible de la retina. El *poder separador del ojo* se valora por el *ángulo de visión mínimo* φ_0 bajo el cual, si la iluminación es buena, los dos puntos se ven separados.

3. La experiencia da para el ángulo de visión mínimo el valor de un minuto angular ($\varphi_0 \approx 1'$), si la iluminación del objeto es de alrededor de 5 lx. Esto corresponde al hecho experimental de que la distancia entre dos bastoncillos o conos contiguos es igual aproximadamente a cinco micras ($h_0 \approx 5 \mu\text{m} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$). En efecto, como se ve en la fig. 66.7, el ángulo de visión mínimo $\varphi_0 = h_0/f$, donde $f = 17,2 \text{ mm}$ es la distancia focal del sistema óptico del ojo. Tenemos que

$$\varphi_0 \approx \frac{h_0}{f} \approx \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 180 \cdot 60}{17,2 \cdot \pi} = 1'$$

Cuando la iluminación disminuye, el poder separador del ojo empeora o, como suele decirse, desciende la *agudeza visual*. Se entiende por agudeza visual la magnitud recíproca a la del ángulo resoluble mínimo, con una iluminación dada, expresado en minutos: $B = 1/\varphi_0$. La agudeza visual varía desde 0,3, cuando la iluminación es menor que 0,1 lx, hasta 1,3, si la iluminación es mayor que 100 lx.

§ 66.5. Lupa

1. El instrumento más simple para aumentar el ángulo de visión es la *lupa*, lente de foco corto que se interpone

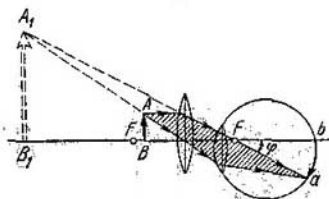


Fig. 66.8.

entre el objeto y el ojo como se muestra en la fig. 66.8. A simple vista observamos un objeto pequeño $AB=h$, situado a la distancia de visión óptima $D = 25 \text{ cm}$, bajo el ángulo de visión φ_0 , cuya tangente $\text{tg } \varphi_0 = h/D$. Si este mismo objeto se coloca cerca del foco de una lupa, el ojo

lo percibirá bajo un ángulo de visión φ que se determina por la condición $\text{tg } \varphi = h/f$, en la que f es la distancia focal de la lente. Como resultado, la imagen ab del objeto sobre

la retina del ojo que da la lupa es mayor que la imagen que se produce en ella cuando el objeto se mira a simple vista. Nos parece que vemos no el objeto pequeño AB , sino un objeto grande A_1B_1 .

2. Recibe el nombre de *aumento angular* γ de una lupa la razón de la tangente del ángulo φ , bajo el cual se ve el objeto con la lupa, a la tangente del ángulo φ_0 , bajo el cual se ve el objeto a simple vista a la distancia de visión óptima. Pero $\text{tg } \varphi = h/f$ y $\text{tg } \varphi_0 = h/D$, por consiguiente,

$$\gamma = \frac{\text{tg } \varphi}{\text{tg } \varphi_0} = \frac{D}{f}. \quad (66.11)$$

En la práctica se utilizan lupas con distancia focal desde 10 hasta 1 cm. Esto permite obtener aumentos γ desde 2,5 hasta 25. Debe advertirse que las lupas de foco corto deforman mucho la imagen a causa de la aberración esférica, el astigmatismo y la distorsión (§ 65.7). Por esta razón no se emplean para aumentos mayores de cinco o diez.

§ 66.6. Microscopio

1. Para conseguir grandes aumentos angulares (del orden de varias centenas) se utiliza el *microscopio*. Este instrumento

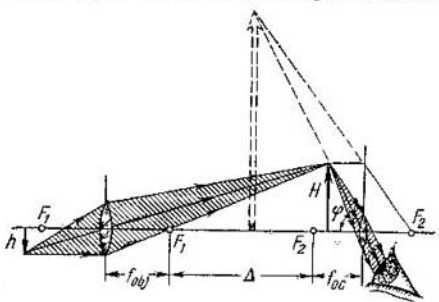


Fig. 66.9.

es una combinación de dos sistemas de foco corto: el objetivo y el ocular (fig. 66.9).

El objeto h se sitúa cerca del foco del objetivo F_1 ; la imagen real H se obtiene detrás del objetivo, cerca del foco

del ocular F_2 . De aquí se sigue que la distancia desde la primera imagen hasta el foco del objetivo coincide aproximadamente con la distancia entre los focos del objetivo y el ocular. Esto permite determinar el tamaño lineal de la primera imagen. Como se ve en la fig. 66.9,

$$\frac{H}{h} \approx \frac{\Delta}{f_{\text{obj}}}. \quad (66.12)$$

2. Vamos a hallar el aumento angular del microscopio por el mismo procedimiento que utilizamos para buscar el aumento angular de la lupa. Tenemos

$$\gamma = \frac{\text{tg } \varphi}{\text{tg } \varphi_0} = \frac{H}{f_{\text{oc}}} : \frac{h}{D} = \frac{h\Delta}{f_{\text{oc}} \cdot f_{\text{obj}}} : \frac{h}{D} = \frac{D\Delta}{f_{\text{oc}} \cdot f_{\text{obj}}}. \quad (66.13)$$

En los buenos microscopios modernos $f_{\text{obj}} \approx 2,5$ mm, $f_{\text{oc}} \approx 15$ mm y $\Delta \approx 160$ mm. Teniendo en cuenta que $D \approx 250$ mm, obtenemos

$$\gamma \approx 160 \cdot 250 / (2,5 \cdot 15) \approx 1000.$$

Como se demostrará en el § 66.8, la construcción de microscopios de más de 1000 aumentos no es conveniente y, por lo general, se utilizan para aumentos menores, del orden de 500–600.

§ 66.7. Telescopio

1. El telescopio sirve para aumentar el ángulo de visión cuando se observan detalles de objetos lejanos. Existen

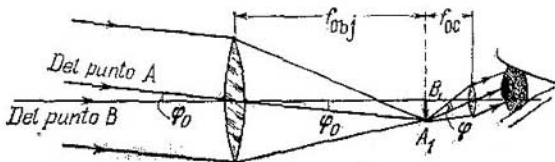


Fig. 66.10

diversas estructuras de telescopios; nosotros nos vamos a limitar a estudiar la marcha de los rayos en el antejo astronómico de Kepler (fig. 66.10).

Supongamos que un objeto AB se encuentra lejos del objetivo, cuya distancia focal es f_{obj} ; el punto B se halla en el eje óptico del sistema y el A sobre dicho eje. El objeto

se ve a simple vista bajo un ángulo de visión φ_0 . La imagen del objeto $A_1B_1 = h$ se obtiene prácticamente en el plano focal del objetivo.

El ocular, de distancia focal f_{oc} , lo disponemos de tal forma que su foco anterior coincida con el foco posterior del objetivo. En este caso el ocular se comportará como una lupa y al ojo llegará un haz de luz paralelo bajo un ángulo de visión $\varphi > \varphi_0$.

El aumento angular del telescopio es

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi_0} = \frac{h}{f_{oc}} : \frac{h}{f_{obj}} = \frac{f_{obj}}{f_{oc}}. \quad (66.14)$$

Para conseguir grandes aumentos, en los telescopios se utilizan objetivos de foco largo y oculares de foco corto.

2. Todo el flujo luminoso que sale del ocular debe llegar a la retina. Por consiguiente, hay que elegir los diámetros del objetivo y del ocular de tal modo, que el haz de luz que emerge del anteojo cubra toda la pupila del ojo o una parte de ella. Si el haz es más ancho que la pupila, parte de la energía será dispersada inútilmente por el iris del ojo y, de hecho, la imagen la dará no todo el objetivo, sino una parte de él solamente. El diámetro del ocular D_{oc} se puede tomar aproximadamente igual al diámetro de la pupila. Esto da, en las observaciones nocturnas, $D_{oc} \approx 6-8$ mm, y en las diurnas, 2-3 mm. De aquí hallamos el diámetro del objetivo. Como se ve en la fig. 66.10,

$$\gamma = \frac{f_{obj}}{f_{oc}} = \frac{D_{obj}}{D_{oc}}. \quad (66.15)$$

Por ejemplo, en el caso de un anteojo de veinte aumentos para observaciones nocturnas, el objetivo debe tener el diámetro $D = 20 \cdot 8 \text{ mm} = 160 \text{ mm}$. Como la distancia focal del ocular $f_{oc} \approx 20 \text{ mm}$, de (66.15) se sigue que $f_{obj} = \gamma f_{oc} = 20 \cdot 20 \text{ mm} = 400$. Así, la longitud total del anteojo será de 420 mm.

3. Los telescopios cuyos objetivos son lentes se llaman *refractores* (del latín *refractus*, refractado). El diámetro máximo del objetivo de los refractores es de un metro. La fabricación de lentes con diámetros mayores tropieza con enormes dificultades.

Es mucho más fácil hacer una pieza de vidrio fundido de gran diámetro para espejo. En este caso no es preciso que el vidrio sea ópticamente homogéneo y sólo hay que rectificar una superficie. En los espejos de gran diámetro, a la superficie reflectora no se da forma esférica, sino parabólica, con lo que se disminuye la aberración esférica. Después esta superficie se recubre en el vacío con una tenue capa de aluminio.

Los telescopios con objetivo especular se denominan *reflectores* (del latín *reflectere*, reflejar). El primer telescopio especular lo construyó Newton en 1671—1672. El esquema del telescopio de Newton se muestra en la fig. 66.11. El haz de luz paralelo procedente de la fuente lejana incide en el espejo *E*, se refleja en él, luego en el espejo auxiliar *C*, que hace que el haz gire 90° , y se enfoca en el punto *F*, donde se produce una imagen real. El ocular *O* funciona lo mismo que en el refractor.

Un reflector de 5 m de diámetro de espejo está instalado en el observatorio de Monte Palomar (EE.UU). El mayor



Fig. 66.11.

telescopio del mundo, con espejo de 6 m de diámetro, se ha construido y funciona actualmente en la URSS.

4. Por lo general, se dice con razón que el telescopio sirve para «aumentar». Precisemos qué es lo que aumenta en distintos casos. Resulta que si se observa un objeto terrenal lejano o un planeta, la acción del telescopio se reduce a aumentar el ángulo de visión, y esto, a su vez, conduce al aumento del poder separador. Así, si a simple vista distinguimos en la Luna varias manchas oscuras y Marte lo percibimos como un punto rojo, con un telescopio de 5 m de diámetro se pueden distinguir en la Luna detalles de hasta cerca de 1 m de tamaño, y en Marte, de cerca de 100 m. La luminancia de los objetos observados es la misma que cuando se miran a simple vista.

Un resultado totalmente distinto se obtiene cuando se observan las estrellas. Éstas se encuentran tan lejos, que, aún después de aumentado por el telescopio, el ángulo de visión resulta ser menor que el ángulo mínimo que pueda resolver el ojo $\varphi_0 \approx 1'$ (§ 66.4). En consecuencia, incluso con los telescopios más potentes, la imagen de la estrella incide sobre una sola célula nerviosa y la percibimos como un punto. Pero su luminancia resulta ser tantas veces mayor

que la que percibimos a simple vista, como veces mayor es la superficie del objetivo que la superficie de la pupila. Con el objetivo de 5 m y visión diurna el aumento es aproximadamente de $(5000 \text{ mm}/3 \text{ mm})^2 \approx 3 \cdot 10^8$, por lo que la iluminación de la retina es también varios millones de veces mayor. Esto da la posibilidad de observar con el telescopio estrellas muy débiles o tan alejadas que a simple vista no las percibimos.

§ 66.8. Poder separador de un instrumento óptico

1. Hasta ahora hemos supuesto implícitamente que la imagen de un punto luminoso dada por un instrumento óptico (por ejemplo, una lente) también es un punto. Sin embargo, esto no es rigurosamente cierto, incluso si se han corregido todas las aberraciones. En efecto, la lente recorta del frente de onda una parte determinada y la imagen de difracción del punto, que en virtud de esto se produce, tiene carácter complejo (§§ 57.8 y 57.9): en el centro se observa el máximo principal y a su alrededor se suceden anillos brillantes y oscuros. El primer mínimo se observa bajo un ángulo que viene determinado por la condición (57.40), si en ella se supone $m = 1$; así, obtenemos

$$\text{sen } \theta = \lambda/D, \quad (66.16)$$

donde λ es la longitud de la onda luminosa, y D , el diámetro de la lente.

Supongamos que sobre la lente incide luz de fuentes puntuales lejanas. Si la distancia angular entre dos fuentes es pequeña, las figuras de difracción de ambas fuentes se superponen parcialmente y puede suceder que no podamos distinguir las figuras pertenecientes a puntos diferentes (en la fig. 66.12 se reproducen las fotografías de tres fuentes, dos de ellas dan en la fig. 66.1, *a* una imagen confusa). En este caso se dice que la lente *no resuelve* (no permite distinguir) las imágenes de los dos puntos. Conviene advertir que el aumento ulterior de esta imagen no da nada; si las imágenes de dos o más puntos quedan sin resolver aunque sólo sea por una lente, todo el instrumento tampoco las resolverá. Pero si se aumenta el diámetro de la lente, su poder separador aumenta (fig. 66.12, *b* y *c*).

2. Para caracterizar cuantitativamente el poder separador del objetivo de un instrumento óptico se utiliza el crite-

rio de Rayleigh (§ 62.4): las imágenes de dos puntos se verán separadas si el máximo principal de una de ellas está más lejos que el primer mínimo de la otra. Así, el ángulo φ entre las direcciones a ambas fuentes puntuales no debe ser

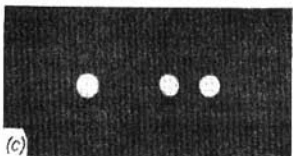
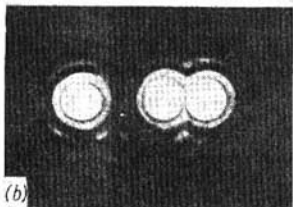
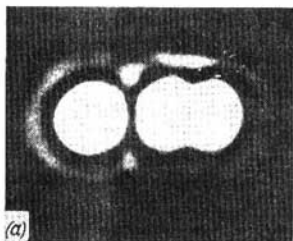


Fig. 66.12

mo, sino por la distancia ε entre los dos puntos más próximos que aún se ven separados. La teoría rigurosa no podemos exponerla aquí, pero aproximadamente se puede razonar del modo siguiente.

Supongamos que dos puntos M y N , que se hallen a la distancia ε el uno del otro, se encuentran cerca del plano focal del objetivo (fig. 66.13). Sus imágenes M' y N' se verán separadas si se cumple la condición (66.16). Designando la distancia desde el objeto hasta la lente por $MC = d$, tenemos

$$\varepsilon = d \operatorname{tg} \varphi > d \operatorname{sen} \varphi \geq \lambda d / D. \quad (66.18)$$

menor que el ángulo θ determinado por la condición (66.16); de aquí que $\operatorname{sen} \varphi \geq \operatorname{sen} \theta = \lambda / D$. Y como el diámetro de la lente es siempre mucho mayor que la longitud de la onda luminosa, los ángulos φ y θ son muy pequeños y el seno se puede sustituir por la medida en radianes del ángulo

$$\varphi \geq \theta \approx \lambda / D. \quad (66.17)$$

Como se ve, los telescopios de gran diámetro tienen más poder separador $A = 1/\varphi \approx D/\lambda$. Un telescopio con espejo de 5–6 m de diámetro tiene un ángulo separable mínimo $\varphi_{\min} \sim \sim 10^{-7}$ rad $\approx 0,02$ segundos angulares. ¡Bajo este ángulo se ve una cerilla a 600 km de distancia! Pero esto es también insuficiente para resolver detalles aún en la estrella más próxima a la Tierra.

3. El poder separador de un microscopio se acostumbra caracterizar no por el ángulo mínimo

El ángulo $LMC = u$, bajo el cual se ve desde el punto M el radio de la lente, se llama *ángulo de apertura*. Como se ve en la figura, $R/d = \operatorname{tg} u$, siendo R el radio de la lente. Sustituyendo en (66.18), obtenemos

$$e \geq \lambda / (2 \operatorname{tg} u). \quad (66.19)$$

4. Según la teoría rigurosa, en el denominador no debe figurar la tangente, sino el seno del ángulo de apertura:

$$e \geq \lambda / (2 \operatorname{sen} u). \quad (66.20)$$

En los buenos microscopios modernos el objeto se coloca cerca del plano focal, es decir, $d \approx f = 2 \text{ mm}$; el radio del objetivo $R \approx \approx 2-3 \text{ mm}$. En este caso $\operatorname{sen} u \approx 0,9$; por lo tanto, en el microscopio se pueden resolver detalles de cerca de media onda de tamaño.

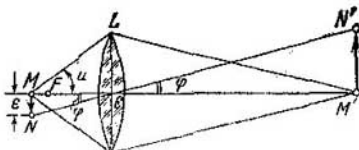


Fig. 66.13.

Si el espacio entre el objeto y la lente se llena del llamado *líquido de inmersión*, en el numerador de la expresión (66.20) la longitud de onda en el líquido $\lambda = \lambda_0/n$, en la que λ_0 es la longitud de la onda en el vacío, y n , el índice de refracción del líquido. En este caso

$$e \geq \lambda_0 / (2n \operatorname{sen} u). \quad (66.21)$$

Si $n = 1,5$ (aceite de cedro) y $\operatorname{sen} u = 0,9$, obtenemos $e \geq 0,37\lambda_0$. La sensibilidad máxima del ojo corresponde a la longitud de onda $\lambda = 555 \text{ nm}$ (§ 66.1); por consiguiente, $e \approx 200 \text{ nm}$. Como las dimensiones de una célula viva son mayores que 1000 nm , ésta se puede estudiar al microscopio. Los virus, cuyas dimensiones son de 275 a 10 nm , ya no se pueden ver con el microscopio óptico, para estudiarlos se utiliza el microscopio electrónico.

§ 66.9. Microscopio electrónico

1. Para aumentar el poder separador del microscopio hay que utilizar ondas más cortas. En ciertos casos se emplea el microscopio con óptica de cuarzo que funciona con luz ultravioleta (*ultramicroscopio*). En él la gama de longitudes de onda es de 250 nm ; aproximadamente, es decir, dos veces más corta que la longitud de onda de la luz visible, por lo tanto, su poder separador es dos veces mayor.

Un poder resolutivo mucho más grande se podría obtener utilizando los rayos X. Pero para estos rayos el índice de

refracción (véase (63.15) cuando $\omega \rightarrow \infty$) no difiere prácticamente de la unidad, por lo que no es posible hacer espejos ni lentes que sirvan para la gama de los rayos X.

2. Como se demostrará en el cap. 69, las partículas de la sustancia tienen propiedades ondulatorias. La onda asociada a estas partículas (onda de De Broglie) es muy peque-

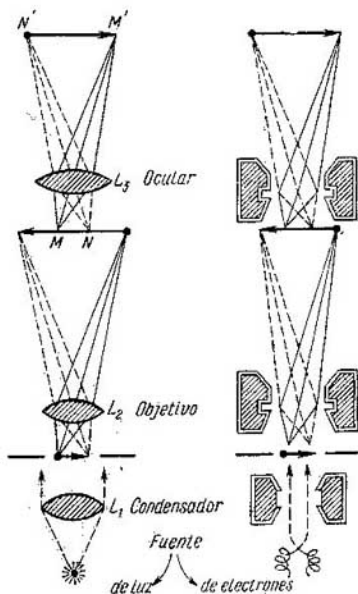


Fig. 68.14.

ña. Su longitud se determina por la fórmula $\lambda = h/mv$ (véase (69.2)), en la que h es la constante de Planck; m , la masa y v la velocidad de la partícula. Por ejemplo, a los electrones acelerados por un campo eléctrico de 1000 V de diferencia de potencial corresponde la longitud de onda $\lambda = 0,04$ nm, más corta que la longitud de onda de los rayos X. Además, los haces electrónicos, a diferencia de

los rayos X, se dirigen fácilmente y se pueden enfocar por medio de lentes magnéticas o eléctricas (§ 65.8). En este principio se basa el funcionamiento de los microscopios electrónicos.

3. En la fig. 66.14 se representa el esquema de un microscopio electrónico con enfoque magnético; para que pueda compararse con él, a su lado se reproduce el esquema del microscopio óptico. En el electrónico el ocular da una imagen real del objeto, la cual se puede fotografiar u observar sobre una pantalla luminiscente.

El ángulo de apertura del microscopio electrónico es mucho menor que el del óptico. Si en este último $\text{sen } u \approx 0,9$, en el electrónico $\text{sen } u \approx 0,01-0,02$. Por consiguiente, con él se pueden distinguir detalles de hasta cerca de 1—2 nm de tamaño. Esto no permite ver los átomos o las moléculas pequeñas, pero sí las grandes moléculas albuminoideas, por ejemplo, los virus (véase la fig. 33.14).

§ 66.10. Aparatos de proyección

1. Valiéndose de una lente se puede obtener la imagen real de un objeto sobre una pantalla (véase la fig. 65.8).

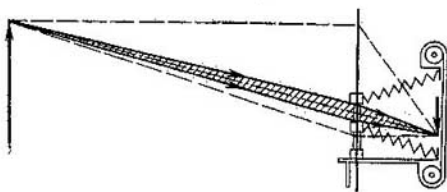


Fig. 66.15.

Esto se aprovecha en las cámaras fotográficas, linternas de proyección, proyectores cinematográficos, etc.

La cámara fotográfica tiene una estructura semejante a la del ojo. Con el objetivo se obtiene la imagen real disminuida del objeto sobre una película o placa fotosensible. La magnitud del flujo luminoso que entra en la cámara se regula con el diafragma. El enfoque se realiza desplazando el objetivo (fig. 66.15).

Bajo la acción de la luz se produce una reacción fotoquímica en la capa fotosensible de la película. Después de tratar esta última químicamente, se revela la imagen negativa, de la cual se obtiene luego la positiva sobre un papel también fotosensible.

2. Con la linterna de proyección, simplemente proyector se obtiene sobre una pantalla la imagen real aumentada de dibujos, planos, fotografías, etc. Los aparatos para proyectar objetos transparentes (diapositivas, filmes de diapositivas) se llaman proyectores, y los que sirven para proyectar objetos opacos (dibujos, fotografías y objetos pequeños), *epidiáscopios* o *epidiáscopos* (del griego *επι*, sobre; *δια*, a través, y *σκοπεω*, examinar).

3. La retina del ojo tiene cierta inercia, que conserva durante 0,1 s aproximadamente la sensación visual producida (persistencia de las imágenes en la retina). Las excitaciones visuales que se suceden a intervalos menores de 0,1 s se confunden en una sensación variable continuamente. En esto se basa el cinematógrafo.

Una serie de fotografías (fotogramas) del objeto en movimiento se impresionan sobre una película (por lo general 24 fotogramas por segundo). Pero si se quiere obtener la imagen retardada de un proceso muy rápido, o, al contrario, la imagen acelerada de un proceso lento, el rodaje se hace muy rápido (hasta varios millares de fotogramas por segundo), con la llamada «cámara lenta», o muy lento (1 fotograma por hora), con la «cámara rápida», y se proyectan a velocidad normal. Por este procedimiento se consiguen observar, por ejemplo, el crecimiento de la rama de una planta o la destrucción de un blindaje por un proyectil.

El proyector cinematográfico se diferencia del de diapositivas en que el primero tiene un mecanismo de arrastre que intermitentemente tira de la película con la velocidad de 24 fotogramas por segundo. En los instantes en que un fotograma se desplaza, un obturador cierra el objetivo.

§ 66.11. Proyector iónico

1. Ya se ha dicho que el poder separador del microscopio electrónico es de 1—2 nm. Detalles más pequeños, de las dimensiones de un átomo (0,12—0,16 nm) se consiguen ver con el proyector iónico (microscopio de campo iónico) inventado por E. W. Müller en 1950—1951.

El esquema de este aparato se representa en la fig. 66.16. En un recipiente, donde se ha creado una presión de 10^{-2} — 10^{-3} Pa y la temperatura de 20—40 K, se inyecta una pequeña cantidad de átomos de helio, hidrógeno o neón. Estos átomos van a parar a un campo eléctrico fuertemente no homogéneo creado entre el metal que se investiga, en forma de aguja con punta semiesférica de radio menor que 100 nm, y la pantalla, situada debajo de aquél a 10 cm de distancia. La intensidad del campo eléctrico junto a la punta alcanza $(2,2-4,5) \cdot 10^{10}$ V/m aproximadamente.

En este campo se polarizan los átomos: en ellos se produce un momento dipolar inducido en virtud del cual son atraídos hacia la zona de más intensidad del campo (§ 38.5). Al llegar a la punta, el átomo pierde un electrón y se transforma en ion positivo. Sobre el ion actúa el campo con gran fuerza, repulsándolo hacia la pantalla. El ion adquiere una energía cinética grande y cuando choca con la pantalla luminiscente produce en ella un destello.

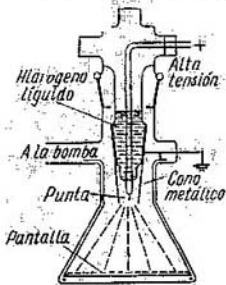


Fig. 66.16.

2. La superficie del metal de la punta no es absolutamente lisa: en las direcciones de los ejes cristalográficos la curvatura de la superficie difiere algo de su curvatura en otras direcciones. Esto es consecuencia de la propiedad general de la anisotropía de los cristales (§ 32.1).

El grado de ionización de los átomos del gas es diferente en distintas partes de la punta. Está claro que el número de iones que incide en distintas partes de la pantalla depende de la orientación respecto del eje cristalográfico y la brillantez de la iluminación de la pantalla en distintos puntos es diferente.

En la fig. 66.17 se muestra la fotografía de la estructura de un cristal de platino obtenida con el proyector iónico. En ella se ve claramente la estructura de la red cristalina que, como se sabe, es cúbica centrada en las caras.

La comparación de este tipo de fotografías con los datos de las investigaciones estructurales con rayos X (§ 62.7) da la posibilidad de obtener una serie de nuevos conoci-

mientos acerca de la estructura del cristal. En particular, en virtud del gran poder resolutivo del proyector iónico (0,28 μm), en él se pueden descubrir defectos de distinto

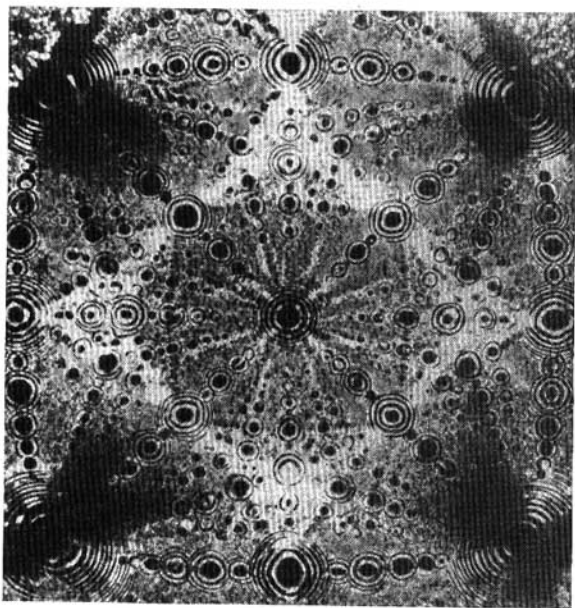


Fig. 66.17.

tipo de la estructura, especialmente defectos aislados: huecos (vacancias), inclusiones y sustituciones (§ 32.4), cuya observación directa es imposible por otros métodos.

§ 66.12. Aparatos espectrales

1. Se llama *espectroscopio* un aparato con el cual se investiga visualmente la composición espectral de la luz emitida por una fuente. Si el espectro se registra en una

placa fotográfica, el aparato recibe el nombre de *espectrógrafo*. La descomposición espectral (§ 50.4) se efectúa por medio de una red de difracción (§§ 62.2—62.4) o con un prisma (§§ 63.4 y 65.3). Para las investigaciones en la región visible del espectro se utiliza óptica de vidrio, y para las regiones ultravioleta e infrarroja, óptica de cuarzo, fluorita o sal gema.

2. En la fig. 66.18 se representa un esquema muy simple de espectrógrafo. A la izquierda se encuentra el colimador

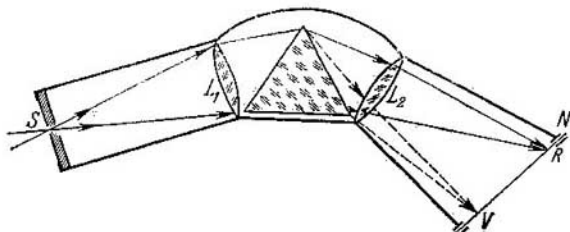


Fig. 66.18.

SL_1 . La rendija S está situada en el plano focal del objetivo L_1 , por consiguiente, sobre el prisma incidirá un haz de luz paralelo. Del prisma, en virtud de la dispersión, emergen también haces paralelos de luz, desviados en ángulos distintos en dependencia de su longitud de onda. En el plano focal de la lente L_2 se obtiene un conjunto de imágenes de la rendija S . Cada una de estas imágenes corresponde a una longitud de onda determinada.

Si sobre la rendija incide una luz constituida por la mezcla de varias ondas monocromáticas, sobre la placa MN se forma un *espectro de rayas*, o sea, una serie de rayas estrechas separadas por intervalos negros. En cambio, si la rendija se ilumina con luz blanca, se obtiene un *espectro continuo* con transiciones suaves de un color a otro.

3. En los espectroscopios la lente L_2 se hace de foco corto y la imagen real del espectro que aparece en su plano focal MN se ve por el ocular. En este mismo plano se encuentra un índice relacionado con un tornillo micrométrico y un volante graduado. Con él se gradúa el espectroscopio de acuerdo con la luz de cierta fuente normalizada.

§ 66.13. Holografía

1. En 1948 propuso D. Gábor un método nuevo de obtener imágenes radicalmente distinto de los utilizados en los instrumentos ópticos ordinarios. Por este descubrimiento fue galardonado en 1971 con el premio Nobel de Física. La esencia de este método consiste en lo siguiente.

Las imágenes que se obtienen con los instrumentos ópticos ordinarios (cámara fotográfica, linterna de proyección, proyector cinematográfico, ojo, etc.) registran la intensidad de las ondas, o sea, el cuadrado de su amplitud

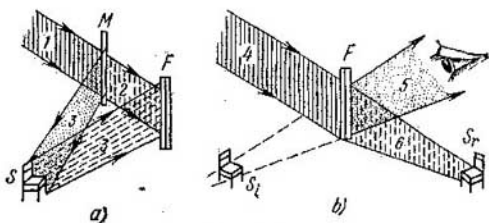


Fig. 66.19.

(§ 55.3). La fase de la onda se pierde en este caso. Gábor propuso utilizar el fenómeno de la interferencia para registrar las relaciones entre las frecuencias y las fases de la onda y después emplear la figura obtenida para reconstruir las relaciones entre las amplitudes. Si en la fotografía ordinaria sólo se registra un parámetro de la onda, su amplitud, por el método de Gábor se registra una información completa de todos los parámetros de la onda: frecuencia, fase y amplitud. La figura de interferencia que resulta en este caso se llama *holograma* (del griego $\text{o}\lambda\omicron\varsigma$, todo, y $\text{\gamma\rho\alpha\mu\mu\alpha}$, escrito), y el método para obtener la imagen, *holografía*:

2. Para obtener el holograma (fig. 66.19, a) se dirige un haz de luz 1 sobre un espejo semitransparente M que lo divide en dos haces. El haz de referencia 2 incide directamente sobre la placa fotográfica F; el haz objeto o señal 3 ilumina el objeto S y se difunde. Parte de la luz difusa incide sobre la placa fotográfica, en la que interfiere con el haz de referencia. La figura de interferencia que se produce se fija en la emulsión fotosensible. Esto es el holograma.

Por su aspecto externo el holograma no se parece en nada al objeto. Es un sistema de máximos y mínimos de interferencia análogos, por ejemplo, a un sistema de anillos de Newton (véase la fig. 61.4 ó la 61.7).

3. Conviene llamar la atención al hecho de que entre los haces 2 y 3 existe una gran diferencia de marcha, desde unas decenas de centímetros hasta varios metros. Esto crea ciertas dificultades en el proceso de obtención del holograma.

El espejo semitransparente divide cada haz luminoso en dos, los cuales, al encontrarse, deben dar una figura de interferencia. Pero ésta sólo se produce si en el punto dado

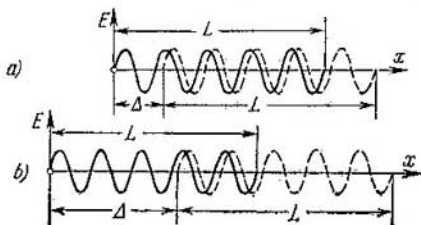


Fig. 66.20.

del espacio se encuentran oscilaciones pertenecientes a un mismo tren de ondas. Esto debe durar un intervalo de tiempo conmensurable con el tiempo de paso del tren. La longitud del tren L debe ser decenas e incluso centenares de veces mayor que la diferencia de marcha (fig. 66.20, a). En este caso la sucesión de los trenes en el punto de observación será cofásica, las ondas serán coherentes y se observará la figura de interferencia.

Pero si la diferencia de marcha resulta ser aproximadamente igual a la longitud del tren (fig. 66.20, b), la sucesión de los trenes en la onda de referencia y en la de objeto se efectúa independientemente y la figura de interferencia desaparece.

Suponiendo $\Delta \approx 1$ m, $L \approx 30\Delta \approx 30$ m, obtenemos que el tiempo de emisión del tren es

$$\tau \approx \frac{L}{c} \approx \frac{30}{3 \cdot 10^8} = 10^{-7} \text{ s.}$$

La indeterminación de la frecuencia según (61.8) es

$$\Delta\omega \approx 1/\tau \approx 10^7 \text{ s}^{-1},$$

y la indeterminación relativa (véase (61.9)) cuando la frecuencia de la luz es $\omega \approx 10^{15} \text{ s}^{-1}$ será

$$\Delta\omega/\omega \approx 10^7/10^{15} \approx 10^{-8}.$$

Comparando esto con los datos de los §§ 61.4—61.6, vemos que la coherencia y cromaticidad de las fuentes ordinarias de luz son insuficientes para obtener los hologramas. Precisamente por eso, como dijo Gábor, la holografía sufrió un letargo de quince años. Hasta 1962—1963 no se inventaron los generadores ópticos cuánticos o láseres (§ 79.4), que emiten una luz muy coherente con longitud de tren varios millares de veces mayor que la de los trenes de las fuentes de luz ordinarias (por ejemplo, de las lámparas de mercurio). Con la luz coherente de los láseres se consiguen hologramas de buena calidad.

4. El esquema de la reconstrucción de la imagen se muestra en la fig. 66.19, *b*. El haz de reconstrucción 4 de luz coherente incide sobre el holograma bajo el mismo ángulo con que el haz de referencia 2 incidió sobre la placa fotográfica. Al difundirse en los máximos y mínimos de interferencia registrados en el holograma, la luz se transforma en dos haces, uno divergente 5 y otro convergente 6.

El haz 6 da una imagen real en relieve del objeto S_1 . Ésta tiene el defecto, como se ve en la figura, de ser una imagen especular, lo que no siempre es conveniente.

Para la observación se utiliza por lo general el haz divergente 5. El ojo, situado frente a él, mira a través del holograma como por una ventana y ve la imagen virtual del objeto S_1 , que coincide exactamente con el objeto.

5. Un método para obtener hologramas en color fue propuesto en 1962 por Yu. N. Denisiuk, basándose en la idea de Lipman sobre la fotografía en colores de las interferencias. Aquí (fig. 66.21, *a*) la onda de referencia 1 y la onda objeto 2 inciden por los dos lados sobre una capa gruesa de emulsión fotosensible F_1 , en la cual se produce un sistema de ondas estacionarias (§ 57.2). Para la reconstrucción, el holograma se ilumina bajo el mismo ángulo con la onda de reconstrucción 3 que se difunde en los vientres de la onda estacionaria. El observador percibe el haz difuso 4 y ve la imagen virtual S_1 (fig. 66.21, *b*). La peculiaridad del holo-

grama en colores consiste en que los vientres formados por las ondas de diferente longitud se encuentran en distintas capas. Por lo tanto, si el holograma se ilumina con luz blanca, en sus distintas partes se amplifican las ondas correspondientes al color que sirvió de base para el holograma y se ve la imagen en colores y relieve del objeto.

Por el descubrimiento del método para obtener hologramas en colores, le fue concedido a Yu.N. Denisiuk el Premio Lenin.

6. ¿Qué ventajas tiene el método holográfico que tan intensamente se está desarrollando en la actualidad? Veamos algunas de ellas.

a) En la fotografía ordinaria cada parte de la emulsión representa una parte separada del objeto. Por eso la infor-

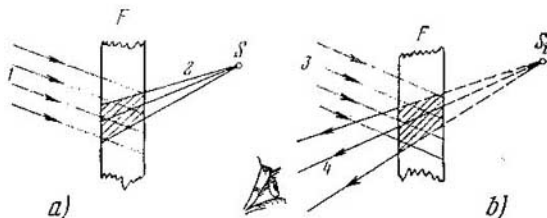


Fig. 66.21.

mación que contiene una parte de la fotografía no tiene ninguna relación con la información que contiene otra parte. La destrucción de una parte cualquiera de una fotografía significa la pérdida de la información correspondiente. En el holograma cada una de sus partes contiene información sobre toda la figura, por lo que la imagen que se obtiene, incluso de una parte pequeña del holograma, es una representación total y correcta del objeto, aunque menos brillante y nítida. Esto es análogo a como, utilizando un pequeño trozo de lente, se puede obtener la imagen de un objeto que con la lente entera, aunque su calidad sea algo peor.

Como almacén de información, el holograma es mucho más seguro que la fotografía ordinaria.

b) El holograma se caracteriza por tener una capacidad de información mucho mayor que la fotografía. Así, si en

una hoja de papel fotográfico o en una placa de 6×9 mm puede caber una página de texto impreso, en la misma superficie se puede inscribir, en dependencia de la calidad de la emulsión, de 100 a 300 hologramas. En la actualidad con el aumento brusco experimentado por la producción tipográfica, el problema del almacenamiento compacto de la información se ha agudizado y en el futuro se agudizará aún más. La holografía da la posibilidad de resolver este problema.

c) Por la holografía se puede resolver el problema de la creación del cine y la televisión estereoscópica en colores.

d) Si la longitud λ' de la onda de reconstrucción de la imagen es mayor que la longitud λ de la onda con que se obtuvo el holograma, la imagen será mayor que el objeto en la proporción λ'/λ . Esto permite elevar mucho el aumento y el poder separador del microscopio. Pero este microscopio es por ahora cosa futura.

Advertimos, sin embargo, que esto también tiene un límite: la longitud de onda λ' del haz de reconstrucción debe ser varias veces menor que la distancia entre las franjas de interferencia. En el caso contrario la emulsión resultará ser para esta onda un medio homogéneo (§ 62.8) y el efecto holográfico desaparecerá.

e) Tiene gran interés la holografía acústica. Las ondas sonoras coherentes se obtienen con mucha facilidad y el sonido (o ultrasonido) se propaga bien en los líquidos y sólidos. Por eso es fácil conseguir un holograma tridimensional acústico de objetos opacos. Si después se reconstruye la imagen con luz visible, podemos ver la estructura interna de estos cuerpos, por ejemplo, la estructura de una varilla metálica, de una viga de hormigón o las entrañas del organismo. Tanto para la técnica como para la medicina esto ofrece un interés colosal.

La principal dificultad con que se tropieza en este caso son los métodos para registrar y fijar los hologramas acústicos. En la actualidad se están investigando eficazmente ciertas vías de solución que aquí no podemos exponer.

7. Nos hemos detenido solamente en algunas aplicaciones de la holografía. Por lo visto hasta ahora no se han descubierto teóricamente todas las posibilidades de este método y menos aún sus aplicaciones prácticas. Pero se puede predecir con seguridad que la holografía encontrará amplia utilización en un futuro próximo.

FUNDAMENTOS DE LA FÍSICA CUÁNTICA DE LOS ÁTOMOS, MOLECULAS Y CUERPOS SÓLIDOS

Capítulo 67

RADIACIÓN TÉRMICA

§ 67.1. Radiación térmica

1. Todos los cuerpos calentados hasta alta temperatura empiezan a emitir luz. Si, por ejemplo, se caldea un sólido, éste emitirá primero luz roja. La mayoría de los cuerpos, si se calientan mucho, se evaporan (o cambian su composición química) pero continúan emitiendo luz. Las lámparas de incandescencia cuando se calientan hasta 3000°C emiten luz amarilla. Algunos cuerpos intensamente calentados son capaces de emitir luz blanca.

La radiación que emiten los cuerpos calentados se llama *térmica*. Todo cuerpo caliente es fuente de radiación térmica. Pero no debe pensarse que la radiación térmica sólo se produce a altas temperaturas. También tiene lugar a la temperatura ambiente y a temperaturas más bajas. La única diferencia consiste en que a medida que la temperatura desciende, disminuye la intensidad de la radiación y varía su composición espectral. A temperatura más baja la radiación está constituida principalmente por rayos rojos, cuya longitud de onda es de $\approx 860\text{ nm}$, y de rayos infrarrojos invisibles. En la escala de las ondas electromagnéticas (§ 61.1) los rayos infrarrojos ocupan una amplia zona, desde 10^0 hasta 10^3 nm .

2. En la práctica los rayos infrarrojos se descubren por su acción térmica. Cuando inciden sobre cualquier cuerpo a temperatura más baja que ellos, estos rayos hacen que se caliente. Veamos la siguiente experiencia. En el foco de un espejo parabólico hay una espiral que se calienta hasta alta temperatura por una corriente eléctrica. Si en el foco de otro espejo igual, situado frente al primero, se coloca un trocito de algodón seco (y mejor aún, negro), éste se inflamará por la acción de los rayos emitidos por la espiral. En la acción térmica de los rayos infrarrojos se basa el grabado al fuego en madera.

3. Todo cuerpo calentado no sólo emite radiación térmica, sino que también la absorbe. De lo contrario el trocito de algodón del experimento anterior no se hubiera inflamado. Sólo el fuerte calentamiento provocado por la absorción de la radiación térmica motivó su inflamación. Las experiencias han demostrado que cuanto más rayos emite un cuerpo a cierta temperatura, tanto mejor absorbe estos mismos rayos a igual temperatura. En otras palabras, los cuerpos que mejor emiten luz son los que mejor la absorben.

4. Para valorar cuantitativamente la capacidad de cada cuerpo para emitir luz de una frecuencia ν determinada*) a cierta temperatura T , se introduce una magnitud física especial llamada *poder emisoro, capacidad de radiación o emisividad espectral* $E_{\nu T}$ del cuerpo dado. Se da el nombre de poder emisoro de un cuerpo a la cantidad de energía de la radiación electromagnética de frecuencia dada ν que emite por unidad de tiempo la unidad de superficie de dicho cuerpo. El poder emisoro total del cuerpo E_T es la suma de las capacidades de radiación de todas las frecuencias posibles que emite el cuerpo.

5. La característica de la capacidad de cualquier cuerpo para absorber la energía de la luz que incide sobre él es el *poder absorbente o capacidad de absorción* $A_{\nu T}$. El poder absorbente indica qué parte de la energía transportada por la luz de frecuencia ν e incidente, por unidad de tiempo, sobre la unidad de superficie del cuerpo, absorbe éste. Especialmente absorben bien la luz los cuerpos negros: el negro de carbón, el terciopelo y el papel negro. Un cuerpo que a cualquier temperatura que no lo destruya absorbe

*) Más exactamente, en el intervalo de frecuencias de ν a $\nu + \Delta\nu$.

toda la energía de la luz de cualquier frecuencia que incida sobre él, se llama *cuerpo negro*. Para el cuerpo negro $A_{\nu T}^{neg} = 1$.

Un buen modelo aproximado de cuerpo negro es un pequeño orificio practicado en una esfera hueca (fig. 67.1). Los rayos de luz que a través de este orificio penetran en la esfera se reflejan muchas veces en sus paredes antes de poder salir al exterior. En cada reflexión el rayo de luz, independientemente del material de las paredes, es absorbido parcialmente. Como resultado de las múltiples reflexiones dentro de la esfera, el rayo es prácticamente absorbido en su totalidad y el orificio parece totalmente negro desde fuera.

Cuerpos perfectamente negros no existen. Se trata, pues, de una abstracción. Las propiedades ópticas del terciopelo y del papel negro se aproximan a las del cuerpo negro.

6. En 1859, Kirchhoff estableció la ley que lleva su nombre. La *ley de Kirchhoff* dice: *la razón del poder emisor de un cuerpo a su poder absorbente no depende del material del cuerpo y es igual al poder emisor del cuerpo negro para la frecuencia y temperatura dadas.*

Si el poder emisor del cuerpo negro se designa por $\epsilon_{\nu T}$, la ley de Kirchhoff se puede expresar así:

$$E_{\nu T}/A_{\nu T} = \epsilon_{\nu T}. \quad (67.1)$$

El poder absorbente $A_{\nu T}$ de un cuerpo no puede ser mayor que la unidad. Por eso el poder emisor $E_{\nu T}$ de un cuerpo cualquiera no puede ser mayor que el poder emisor $\epsilon_{\nu T}$ del cuerpo negro a la misma temperatura T . El cuerpo negro es la fuente más intensa de radiación térmica. A una misma temperatura, el cuerpo negro emite, en la unidad de tiempo, por unidad de superficie, más energía de radiación electromagnética que cualquier otro cuerpo. De esto es fácil convencerse haciendo un simple experimento con un recipiente de forma cúbica, dos de cuyas caras laterales están pintadas de negro y otras dos, de blanco. Si este cubo se llena de agua caliente y se colocan a iguales distancias

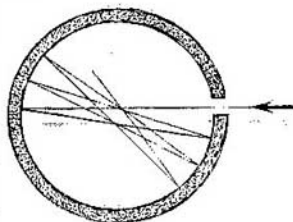


Fig. 67.1.

de las caras negras y blancas receptores de radiación exactamente iguales, se puede comprobar que, a la misma temperatura, la superficie negra radia más energía que la blanca.

§ 67.2. Leyes de la radiación del cuerpo negro

1. En 1884 demostró Ludwig Boltzmann teóricamente que *el poder emisor total del cuerpo negro es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta:*

$$\varepsilon_T = \sigma T^4. \quad (67.2)$$

Esta es la *ley de Stefan—Boltzmann*. Experimentalmente fue establecida por Josef Stefan en 1879. El coeficiente de proporcionalidad σ se llama *constante de Stefan*. Para el cuerpo negro $\sigma = 5.672 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$. De esta ley se sigue que la radiación del cuerpo negro viene determinada únicamente por su temperatura.

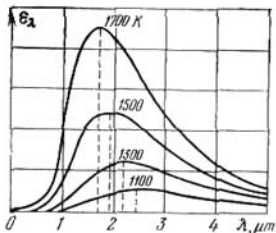


Fig. 67.2.

2. Un cuerpo calentado está formado por una cantidad colosal de átomos, de los cuales cada uno se comporta como un vibrador, fuente de una radiación electromagnética (§ 59.5). Cada átomo emisor vibra con frecuencias distintas. Por eso la radiación de un cuerpo caliente contiene todas las frecuencias posibles y, por lo tanto, todas las longitudes de onda. El problema de la distribución de la energía de radiación del cuerpo negro entre las distintas longitudes de onda, o sea, de la composición espectral de la radiación, desempeñó un gran papel en el desarrollo de las ideas fundamentales de la física moderna. Su solución condujo a la creación de la física cuántica.

La distribución de la energía de radiación del cuerpo negro entre las longitudes de onda fue meticulosamente estudiada experimentalmente. La fig. 67.2 representa las curvas de distribución de la energía de radiación entre las longitudes de onda del cuerpo negro a distintas temperaturas. El área limitada por cada curva y el eje de abscisas determina la energía total de todas las longitudes de onda posibles,

emitidas por la unidad de área de la superficie del cuerpo negro en la unidad de tiempo. Esta área crece rápidamente al elevarse la temperatura, ya que aumenta proporcionalmente a T^4 .

3. Prestemos atención a la forma de las curvas de distribución de la energía a diferentes temperaturas. Todas las curvas tienen su máximo, con la particularidad de que, al aumentar la temperatura, la longitud de onda $\lambda_{\text{máx}}$ se hace cada vez más corta. Precisamente por esto, un cuerpo calentado, al irse elevando la temperatura, se pone primero rojo, después anaranjado, y, finalmente, amarillo-blanco. Las curvas experimentales representadas en la fig. 67.2 indican la simple dependencia de la longitud de onda respecto de la temperatura:

$$\lambda_{\text{máx}} = b/T. \quad (67.3)$$

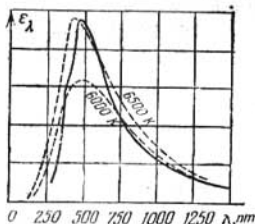


Fig. 67.3.

La fórmula (67.3) expresa matemáticamente la *ley de desplazamiento de Wien*: la longitud de onda a la cual corresponde el máximo de la energía de radiación del cuerpo negro es inversamente proporcional a la temperatura absoluta. El valor de la constante b de la fórmula (67.3) es:

$$b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}.$$

La composición espectral de la radiación solar se aproxima mucho a la del cuerpo negro. Esto se ve en la fig. 67.3, en la cual se dan con líneas de trazos los espectros de emisión del cuerpo negro a las temperaturas de 6000 y 6500 K. El máximo de la energía de radiación del Sol corresponde aproximadamente a 470 nm. Si se considera el Sol como un cuerpo negro y se aplica la ley de desplazamiento de Wien, se puede calcular que la temperatura de las capas externas del Sol es aproximadamente de 6200 K.

4. Las leyes de la radiación del cuerpo negro no permitieron encontrar las ecuaciones de las curvas de distribución de la energía representadas en la fig. 67.2. Todos los intentos de hallar teóricamente la dependencia $\epsilon = \epsilon_T(\lambda)$, es decir, la distribución entre las longitudes de onda de la energía radiada por el cuerpo negro, resultaron infructuosas.

Es más, estos intentos condujeron a dificultades de principio, cuya importancia transformó todo el problema de la radiación térmica. En el propósito de este libro no entra el estudio de estas dificultades. Sólo indicaremos que la aplicación consecuente de las ideas de la física clásica a la investigación de la composición espectral de la radiación del cuerpo negro conduce a resultados absurdos que contradicen la ley de conservación de la energía.

§ 67.3. Idea de Planck. Fórmula de Planck para la radiación térmica

1. La salida de las dificultades que surgieron en el problema de la radiación térmica del cuerpo negro la encontró en 1900 el eminente físico Max Planck. En la física clásica la emisión de la luz por una fuente se estudia como un proceso *continuo*. Se considera que el cuerpo radiante lanza continuamente al espacio ondas electromagnéticas y la energía de la fuente de luz varía continuamente. De un modo análogo se estudia el proceso de absorción de la luz. Se considera que las ondas electromagnéticas que inciden sobre un cuerpo son absorbidas continuamente por él. Planck llegó a la conclusión de que precisamente estas ideas eran las que conducían a las contradicciones existentes en la teoría de la radiación térmica y debían ser revisadas.

2. Planck propuso una hipótesis según la cual la energía de los átomos-osciladores del cuerpo negro varía en porciones aisladas. A consecuencia de esto el cuerpo negro no emite ni absorbe la luz continuamente, sino en determinadas porciones finitas de energía, *cuantos* (del latín *quantum*, cantidad). La energía ϵ_0 de un cuanto, como demostró teóricamente Planck, debe ser

$$\epsilon_0 = h\nu, \quad (67.4)$$

donde ν es la frecuencia de la luz y h , la denominada *constante de Planck* (§ 14.2). Según Planck, el cuerpo radiante emite siempre la energía ϵ , igual (para cualquier frecuencia) a $\mathcal{E} = \epsilon_0 \cdot n$, en la que n es cualquier número entero positivo. La fórmula (67.4) y la universalidad de la constante de Planck resultaron ser necesarias para que las relaciones termodinámicas establecidas para la radiación térmica del cuerpo negro no se alteraran.

3. Para la creación de la teoría correcta de la radiación térmica y para deducir teóricamente la dependencia $\epsilon = \epsilon_\nu(T)$, le bastó a Planck partir de que el proceso de emisión de la luz es *discontinuo*. Al mismo tiempo Planck procuró conservar la relación con la teoría electromagnética de la luz, en la cual se suponía que la propagación y absorción de la luz se efectúa de un modo continuo y todos los fenómenos relacionados con la propagación y absorción de las ondas electromagnéticas se deben subordinar a las leyes de la óptica ondulatoria clásica. Estos fenómenos se estudiaron en el cap. 63.

Basándose en estas ideas, Planck obtuvo la fórmula del poder emisivo del cuerpo negro:

$$\epsilon_\nu(T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (67.5)$$

en la que c es la velocidad de la luz en el vacío; k , la constante de Boltzmann (§ 26.9), y T , la temperatura absoluta del cuerpo. La fórmula de Planck está en perfecto acuerdo con los resultados de las mediciones de la distribución de la energía en los espectros de emisión del cuerpo negro a diferentes temperaturas.

4. La idea de Planck sobre el carácter discontinuo de los procesos de emisión y absorción de la luz influyó enormemente en todo el desarrollo ulterior de la física. Antes de Planck se consideraba que la energía de cualquier cuerpo podía variar de un modo *continuo*. Se suponía que el cuerpo podía adquirir y perder energía en cualesquiera cantidades arbitrarias. Generalmente, en la física clásica se consideraba inmutable que todos los procesos y fenómenos físicos tenían que ser *continuos*. La idea de Planck significaba renunciar a las ideas adoptadas por la física clásica acerca del transcurso continuo de los procesos y fenómenos de la naturaleza.

5. La fórmula de Planck dio la posibilidad de deducir teóricamente las leyes de la radiación del cuerpo negro, estudiadas en el § 67.2, y relacionar la constante h con la constante de Stefan σ , la constante de la ley de Wien b y la constante de Boltzmann k :

$$h = \pi k \sqrt[3]{\frac{2\pi^2 k}{15c^2 \sigma}}; \quad h = 4,965 \frac{bk}{c}.$$

Por cada una de estas fórmulas se puede calcular independientemente la constante de Planck. De la primera de ellas se

servió Planck para determinar por vez primera el valor de h . El valor obtenido con la segunda fórmula coincidió con el hallado mediante la primera. Estos dos valores concuerdan con las magnitudes de h obtenidas por otros procedimientos (§ 68.3).

Capítulo 68

FUNDAMENTOS DE LA ÓPTICA CUÁNTICA

§ 68.1. Efecto fotoeléctrico

1. En 1887 descubrió Heinrich Hertz que si se ilumina el electrodo negativo de un descargador de chispas con rayos ultravioletas, la descarga eléctrica se produce con menor tensión entre los electrodos que en ausencia de dicha iluminación.

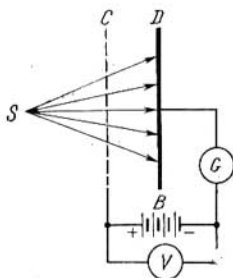


Fig. 68.1.

Las experiencias realizadas por W. Hallwach y, en particular, las escrupulosas investigaciones del profesor de la Universidad de Moscú A. G. Stoliétov, efectuadas en 1888—1889, esclarecieron la esencia del fenómeno descubierto por Hertz. Resultó que es debido a que las cargas negativas son arrancadas del cátodo metálico del descargador por la acción de la luz.

La fig. 68.1 representa el esquema de los experimentos de Stoliétov. A un circuito eléctrico se conectaba un condensador cuya armadura positiva era una rejilla de cobre C , y la negativa, una lámina de zinc D . Cuando los rayos S de una fuente de luz se dirigían sobre la lámina D cargada *negativamente*, en el circuito se producía corriente eléctrica. Cuando la lámina D se cargaba *positivamente*, y la rejilla C negativamente, el galvanómetro G no registraba el paso de corriente eléctrica.

2. Las experiencias de Stoliétov demostraron que, bajo la acción de la luz, el metal pierde partículas cargadas

negativamente. Las mediciones de la carga específica de estas partículas (§ 41.7) pusieron de manifiesto que eran electrones.

El fenómeno del arranque de electrones de los cuerpos sólidos y líquidos por la acción de la luz se denomina *efecto fotoeléctrico externo* (*efecto fotoemisivo* o *emisión fotoeléctrica*). La corriente eléctrica que se origina en el circuito de la fig. 68.1 al iluminar la lámina *D*, se llama *corriente fotoeléctrica*.

Además del efecto fotoeléctrico externo, existe el efecto fotoeléctrico interno, del cual se tratará en el § 78.5.

3. Desde el punto de vista de la teoría electromagnética de la luz se puede considerar que la onda electromagnética, al incidir sobre el metal, «sacude» sus electrones, los cuales acaban desprendiéndose del metal. Pero en este caso, de la teoría de las oscilaciones forzadas se deduce que cuanto mayor sea la amplitud de la onda luminosa, tanto mayor debe ser la velocidad del electrón desprendido. A expensas de esta energía el electrón puede vencer las fuerzas que lo retienen dentro del metal y salir de él. Entonces, la velocidad y energía cinética de los electrones que abandonan el metal debe depender de la amplitud de las oscilaciones del vector intensidad del campo eléctrico de la onda electromagnética, es decir, de la intensidad de la onda (§ 59.2). Pero los experimentos no confirmaron eso.

§ 68.2. Leyes del efecto fotoeléctrico externo

1. La magnitud de la corriente fotoeléctrica depende del número de electrones que por la acción de la luz se desprenden del metal en la unidad de tiempo. Estos electrones se conocen con el nombre de *fotoelectrones*. Las experiencias han demostrado que la corriente fotoeléctrica depende también de la naturaleza química del metal y del estado de su superficie. La más mínima suciedad de la superficie hace que cambien las condiciones de desprendimiento de los electrones del metal y que varíe la magnitud de la corriente fotoeléctrica.

2. Para estudiar el efecto fotoeléctrico se utiliza el tubo representado en la fig. 68.2. El cátodo *K* se cubre con el metal cuyo efecto fotoeléctrico se estudia. A través de la ventanilla *D*, tapada con un vidrio de cuarzo, los rayos ultravioletas inciden sobre el cátodo y producen el efecto

fotoeléctrico en su superficie. Los electrones desprendidos del cátodo son acelerados por el campo eléctrico que actúa entre el cátodo y el ánodo A . La tensión u entre el cátodo y el ánodo la regula el potenciómetro R y se mide con el voltímetro V . Las dos baterías B_1 y B_2 están conectadas «una al encuentro de la otra» y permiten valiéndose del potenciómetro, no sólo variar la magnitud absoluta del campo, sino también el signo de la tensión u .

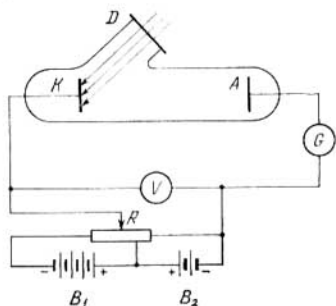


Fig. 68.2.

Para cierta tensión aceleradora u suficiente, todos los fotoelectrones desprendidos del cátodo llegan al ánodo. Al ocurrir esto el galvanómetro G mide la corriente máxima posible con la iluminación y la temperatura del cátodo dadas. Su magnitud viene determinada por el número de electrones que se desprenden de la superficie del cátodo en la unidad de

tiempo. Esta corriente se llama *corriente fotoeléctrica de saturación* y es la característica cuantitativa fundamental del efecto fotoeléctrico.

3. Los electrones que se desprenden del cátodo tienen cierta energía cinética. Esto les permite realizar trabajo contra las fuerzas del campo eléctrico retardador cuando la tensión entre el cátodo y el ánodo es negativa. Por eso los electrones también pueden en este caso llegar al ánodo y la corriente fotoeléctrica se observará. Si $a_{m\acute{a}x}$ es la velocidad máxima inicial de un electrón de masa m , su energía cinética será $mv_{m\acute{a}x}^2/2$. A expensas de esta energía el electrón puede vencer el campo eléctrico retardador. Si $(-u_0)$ es la tensión retardadora máxima del tubo, con la cual aún se observa el efecto fotoeléctrico, es evidente que

$$\frac{1}{2} mv_{m\acute{a}x}^2 = eu_0. \quad (68.1)$$

Para $u < -u_0$ no existirá corriente fotoeléctrica. Al ir aumentando la tensión, la corriente fotoeléctrica I crecerá

paulatinamente, puesto que un número cada vez mayor de electrones llegará al ánodo. El valor máximo de la corriente fotoeléctrica será el de la corriente fotoeléctrica de saturación I_{sat} . Este corresponde a los valores de u con los cuales todos los electrones arrancados del cátodo llegan al ánodo:

$$I_{\text{sat}} = en, \quad (68.2)$$

donde n es el número de electrones que se desprenden del cátodo en la unidad de tiempo.

4. Experimentalmente se han establecido tres leyes del efecto fotoeléctrico externo:

1) *La velocidad máxima inicial de los electrones fotoeléctricos está determinada por la frecuencia de la luz y no depende de la intensidad de ésta.*

2) *Para cada substancia existe un límite o umbral rojo del efecto fotoeléctrico, es decir, una frecuencia mínima de la luz ν_0 con la cual aún se puede producir el efecto fotoeléctrico externo*).*

3) *La corriente fotoeléctrica de saturación es directamente proporcional a la intensidad de la luz.*

Se ha establecido además, que el efecto fotoeléctrico carece prácticamente de inercia: la corriente se produce inmediatamente después de iluminarse la superficie del cuerpo, a condición de que la frecuencia de la luz $\nu \geq \nu_0$.

5. Advertimos que las leyes primera y segunda del efecto fotoeléctrico contradicen la explicación del fenómeno de dicho efecto que se deduce de la teoría electromagnética de la luz, que se da en el p. 3 del § 68.1.

Las dificultades para explicar las leyes del efecto fotoeléctrico basándose en la teoría ondulatoria de la luz fueron superadas por A. Einstein, en 1905, en su *teoría cuántica de la luz*. Los razonamientos que condujeron a Einstein a esta teoría estaban relacionados con el análisis profundo de las propiedades de la radiación del cuerpo térmica del cuerpo negro.

*) Este límite o umbral se llama rojo porque si las longitudes de onda λ son mayores que $\lambda_0 = c/\nu_0$, o sea, «más rojas» que λ_0 , el efecto fotoeléctrico no se produce.

§ 68.3. Noción de la naturaleza cuántica de la luz. Explicación cuántica de las leyes del efecto fotoeléctrico externo

1. Einstein, en 1905, desarrolló y profundizó las ideas de Planck que se expusieron en el capítulo dedicado a la radiación térmica. Einstein llegó a la conclusión de que la luz debe no sólo radiarse y absorberse, sino también propagarse en el espacio en forma de porciones aisladas de energía o *cuantos* de campo electromagnético. Los cuantos de luz se llaman *fotones*. Las ideas de Einstein son una desviación de la óptica ondulatoria clásica. La propagación de la luz se considera aquí no como un proceso ondulatorio continuo, sino como el movimiento de unas partículas especiales (fotones) con la velocidad de la luz en el vacío.

En la luz monocromática de frecuencia ν todos los fotones tienen la misma energía, igual a $h\nu$. La absorción de la luz consiste en que los fotones transmiten *toda su energía a los átomos y moléculas de la substancia*. De esto se sigue que la absorción de la luz, lo mismo que su propagación, se efectúa de un modo *discontinuo*, por porciones aisladas.

Einstein llegó a estos resultados analizando las propiedades del campo electromagnético de radiación de frecuencia ν , encerrado en un volumen V_0 con paredes completamente negras. El demostró que es posible un estado tal del campo electromagnético en que toda su energía \mathcal{E} se concentra en un pequeño volumen $V \ll V_0$. La probabilidad de este fenómeno, como demostró Einstein, se expresa por la fórmula $w = (V/V_0)^{\mathcal{E}/h\nu}$.

Este resultado lo comparó con el que él mismo había obtenido en el cálculo de probabilidad de las fluctuaciones de la densidad de un gas. Supongamos que en un volumen V_0 hay N moléculas de gas perfecto. Existe una determinada probabilidad, aunque muy pequeña, de que todas las moléculas se reúnan espontáneamente en un volumen $V \ll V_0$. No es difícil comprobar que $w = (V/V_0)^N$.

Comparando estas dos fórmulas de las probabilidades de las fluctuaciones consideradas, llegó Einstein a la conclusión de que, en el caso del campo electromagnético, el papel del número de partículas lo desempeña la relación $\mathcal{E}/h\nu$. Esto significa que la radiación está constituida por partículas aisladas (fotones) de energía $h\nu$ cada una.

2. El punto de vista cuántico sobre la naturaleza de la luz permite abordar, de un modo distinto a como lo hace la teoría electromagnética, la explicación del efecto fotoeléctrico en los metales. Sabemos que, para salir del metal, el electrón tiene que saltar una barrera de potencial en el límite entre el metal y el vacío. Para esto el electrón tiene que realizar el trabajo de salida A_0 (§ 44.9). Examinemos ahora la absorción de un fotón por un electrón del metal. Como resultado de la absorción del fotón, su energía $h\nu$ se transmite *totalmente* al electrón. Si $h\nu \geq A_0$, el electrón puede realizar el trabajo de salida y escaparse del metal. La energía cinética máxima que puede adquirir el fotoelectrón puede hallarse por la ley de conservación de la energía:

$$\frac{1}{2} mv_{\text{máx}}^2 = h\nu - A_0. \quad (68.3)$$

La fórmula (68.3) se conoce con el nombre de *ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico externo*. Esta expresión se puede escribir también de la forma

$$h\nu = A_0 + \frac{1}{2} mv_{\text{máx}}^2. \quad (68.3')$$

La energía del fotón absorbido la gasta el electrón en realizar el trabajo de salida y adquirir la energía cinética máxima. Combinando las fórmulas (68.1) y (68.3), se puede también escribir

$$e u_0 = h\nu - A_0. \quad (68.4)$$

3. Las ecuaciones de Einstein (68.3) ó (68.3') explican correctamente todas las leyes del efecto fotoeléctrico externo. Así, de la fórmula (68.3) se sigue que la energía cinética máxima del fotoelectrón y, por consiguiente, su velocidad inicial máxima, dependen de la frecuencia de la luz ν y del trabajo de salida A_0 , pero no de la intensidad de la luz. Esta es la primera ley del efecto fotoeléctrico externo. De estas mismas ecuaciones se deduce que el efecto fotoeléctrico sólo es posible a condición de que sea $h\nu \geq A_0$. La energía del fotón debe ser suficiente por lo menos para arrancar el electrón del metal y no comunicarle energía cinética ($v_{\text{máx}} = 0$). Llamando ν_0 la frecuencia *mínima* de la luz con la cual es posible el efecto fotoeléctrico (umbral rojo del efecto fotoeléctrico), tenemos que

$$h\nu_0 = A_0 \quad \text{ó} \quad \nu_0 = A_0/h. \quad (68.5)$$

El límite rojo del efecto fotoeléctrico sólo depende del trabajo de salida del electrón, o sea, de la naturaleza química del metal y del estado de su superficie. De este modo se explica la segunda ley del efecto fotoeléctrico.

Finalmente, el número total n de fotoelectrones que abandonan la superficie del metal por unidad de tiempo debe ser proporcional al número de fotones n' que, en este mismo tiempo, inciden sobre dicha superficie ($n \sim n'$). Si designamos por E la iluminación de la superficie, proporcional a la intensidad de la luz, el número de fotones que incide cada segundo sobre la superficie será $n' \sim E/h\nu$. Así se demuestra la tercera ley del efecto fotoeléctrico externo: el número de fotoelectrones que se desprenden del metal por segundo es proporcional a la intensidad de la luz.

Todo lo dicho anteriormente sobre el efecto fotoeléctrico se refiere al caso en que un fotón es absorbido por un electrón del metal. Cuando las intensidades de la luz son muy grandes, como ocurre, por ejemplo, en la irradiación por láser (§ 79.3), un electrón puede absorber dos fotones exactamente iguales. En este caso las leyes del efecto fotoeléctrico se infringen. En particular, no se cumple la ley del umbral rojo. En efecto, dos fotones iguales, de energía $2h\nu$, se manifiestan como un fotón de doble frecuencia, ya que $2h\nu = h(2\nu)$. Esto significa que la frecuencia de la luz parece duplicarse. En la absorción multifotónica simultánea la frecuencia de la luz se hace igual a algo así como $n\nu$ (donde n es un número entero) y la condición de límite rojo del efecto fotoeléctrico (véase (68.5)) no se cumple.

4. Las fórmulas (68.4) y (68.5) se pueden unificar en una fórmula conveniente para comprobar por vía experimental la ecuación de Einstein:

$$eu_0 = h(\nu - \nu_0). \quad (68.6)$$

La confirmación de que la fórmula (68.6) es correcta se reduce a determinar con ella la constante de Planck:

$$h = eu_0/(\nu - \nu_0).$$

Experimentalmente hay que determinar el valor de tensión ($-u_0$) con el cual desaparece la corriente fotoeléctrica. Después es necesario construir gráficamente la dependencia de eu_0 respecto de ν . Esta dependencia se expresa mediante las rectas representadas en la fig. 68.3 para tres metales: el aluminio, el zinc y el níquel. Los puntos representan los

resultados de las mediciones de eu_0 con distintas frecuencias. Se ve que todas las rectas son paralelas entre sí, siendo su inclinación independiente de la naturaleza del metal. Por el ángulo entre las rectas y el eje de abscisas se puede determinar la constante de Planck: $\operatorname{tg} \alpha = hK$, donde K

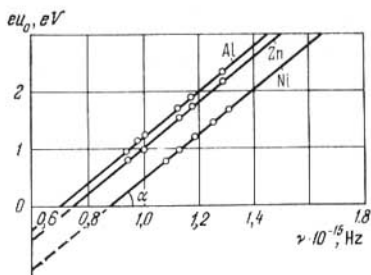


Fig. 68.3.

es la relación entre las magnitudes dimensionales tomadas como unidades de escala sobre los ejes eu_0 y ν .

En los experimentos más exactos, realizados en 1928 por P. I. Lukirski y S. S. Prilezháev, el tubo de vacío

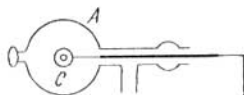


Fig. 68.4.

representado en la fig. 68.4 era un condensador esférico. La esfera de vidrio plateada por dentro era la armadura externa y desempeñaba el papel de ánodo A . El cátodo K tenía la forma de una esferita del metal que se investigaba. En este dispositivo, sobre el ánodo inciden todos los electrones —que poseen una velocidad inicial v_0 tal, que $mv_0/2 \geq e|u|$, donde $u < 0$ es la tensión retardadora. Esto eleva la exactitud con que se determina la velocidad máxima de los fotoelectrones v_0 y permite determinar con la mayor precisión la constante de Planck.

El valor medio de h , obtenido en los experimentos más exactos sobre el efecto fotoeléctrico externo resultó ser igual a $6,543 \cdot 10^{-34}$ J·s. Esto está de acuerdo con los resultados obtenidos por otros procedimientos. Por lo tanto se ha confirmado que son correctas la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico y las ideas de éste sobre el carácter cuántico de la interacción de la luz con los electrones durante el efecto fotoeléctrico.

5. El carácter cuántico de la interacción de la luz con la sustancia se pone de manifiesto en que el efecto fotoeléctrico carece de inercia. Desde el punto de vista ondulatorio, a la luz le hace falta cierto tiempo para que la onda electromagnética, aunque su intensidad sea grande, pueda «sacudir» el electrón en el metal y arrancarlo de su superficie (§ 53.6).

Las propiedades cuánticas de la luz, la concentración de la energía de radiación en porciones aisladas (cuantos), tienen como consecuencia la alta temperatura del gas fotónico. Comparemos, por ejemplo, la energía de un fotón de luz visible (de frecuencia $\nu \approx 10^{16}$ Hz) con la energía cinética media del movimiento térmico desordenado de las moléculas de un gas. Según la fórmula (26.8) la energía cinética media de las moléculas correspondiente a un grado de libertad es $kT/2$, donde k es la constante de Boltzmann y T , la temperatura absoluta. Partiendo de la condición $h\nu = kT/2$ se puede hallar que solamente a una temperatura del orden de 10^5 K tendrá la molécula del gas la misma energía que tiene un cuanto de luz visible. Las propiedades cuánticas se manifiestan con especial claridad en todos los fenómenos en que se produce la interacción de luz de onda corta con la sustancia.

§ 68.4. Acción fotoquímica de la luz

1. La luz que absorben las sustancias puede producir la transformación química de éstas. Los procesos químicos que ocurren por la acción de la luz se llaman *reacciones fotoquímicas*. A estas reacciones pertenece la descomposición de moléculas en sus partes componentes. Por ejemplo, si a la acción de la luz se somete vapor de bromo, la molécula Br_2 se disocia en dos átomos Br. La molécula de bromuro de plata AgBr se descompone por la acción de la luz en átomos de plata y bromo.

Como demostró K. A. Timiriázev, en las partes verdes de las plantas, bajo la acción de la luz solar tienen lugar reacciones fotoquímicas cuyo resultado final es la formación de los hidrocarburos necesarios para la existencia de los vegetales y animales.

2. Las transformaciones fotoquímicas transcurren de acuerdo con la ley de Bunsen—Roscoe: *la masa m de substancia que reacciona fotoquímicamente es proporcional a la energía \mathcal{E} de la luz absorbida,*

$$m = C\mathcal{E}. \quad (68.7)$$

El coeficiente de proporcionalidad C depende del carácter de la reacción fotoquímica y de la frecuencia de la luz ν . Para cada reacción fotoquímica existe su *límite o umbral rojo*, es decir, cierta frecuencia mínima ν_0 a partir de la cual la luz empieza a ser químicamente activa, o sea, capaz de producir una transformación fotoquímica. Einstein explicó la existencia de este límite (como también la del límite o umbral rojo del efecto fotoeléctrico, § 68.2) por el carácter cuántico de la absorción de la luz por la substancia. Para que se produzca la transformación fotoquímica de una molécula de la substancia es necesaria cierta energía \mathcal{E}_a , denominada *energía de activación* de la transformación dada. Un cuanto de luz puede producir la transformación si su energía $h\nu \geq \mathcal{E}_a$. Por lo tanto, la frecuencia mínima ν_0 de la luz químicamente activa (umbral rojo) se determina por la igualdad

$$h\nu_0 = \mathcal{E}_a, \quad \text{o} \quad \nu_0 = \mathcal{E}_a/h. \quad (68.8)$$

3. En una serie de casos las acciones fotoquímicas de la luz se subordinan a la *relación fotoquímica de Einstein: cada fotón absorbido por una substancia, sólo puede provocar la transformación fotoquímica de la molécula que la absorbió*. De aquí se sigue que el número de moléculas de la substancia que sufren la reacción fotoquímica al ser absorbida una unidad de energía de luz incidente ($\mathcal{E} = 1$) es inversamente proporcional a la energía $h\nu$ de un fotón (a condición de que $\nu \geq \nu_0$):

$$N \sim \frac{1}{h\nu} = \frac{\lambda}{hc}, \quad (68.9)$$

donde $\lambda = c/\nu$ es la longitud de onda de la luz.

La relación fotoquímica de Einstein no se cumple con frecuencia y a cada cuanto absorbido corresponde no una,

El límite rojo del efecto fotoeléctrico sólo depende del trabajo de salida del electrón, o sea, de la naturaleza química del metal y del estado de su superficie. De este modo se explica la segunda ley del efecto fotoeléctrico.

Finalmente, el número total n de fotoelectrones que abandonan la superficie del metal por unidad de tiempo debe ser proporcional al número de fotones n' que, en este mismo tiempo, inciden sobre dicha superficie ($n \sim n'$). Si designamos por E la iluminación de la superficie, proporcional a la intensidad de la luz, el número de fotones que incide cada segundo sobre la superficie será $n' \sim E/h\nu$. Así se demuestra la tercera ley del efecto fotoeléctrico externo: el número de fotoelectrones que se desprenden del metal por segundo es proporcional a la intensidad de la luz.

Todo lo dicho anteriormente sobre el efecto fotoeléctrico se refiere al caso en que un fotón es absorbido por un electrón del metal. Cuando las intensidades de la luz son muy grandes, como ocurre, por ejemplo, en la irradiación por láser (§ 79.3), un electrón puede absorber dos fotones exactamente iguales. En este caso las leyes del efecto fotoeléctrico se infringen. En particular, no se cumple la ley del umbral rojo. En efecto, dos fotones iguales, de energía $2h\nu$, se manifiestan como un fotón de doble frecuencia, ya que $2h\nu = h(2\nu)$. Esto significa que la frecuencia de la luz parece duplicarse. En la absorción multifotónica simultánea la frecuencia de la luz se hace igual a algo así como $n\nu$ (donde n es un número entero) y la condición de límite rojo del efecto fotoeléctrico (véase (68.5)) no se cumple.

4. Las fórmulas (68.4) y (68.5) se pueden unificar en una fórmula conveniente para comprobar por vía experimental la ecuación de Einstein:

$$eu_0 = h(\nu - \nu_0). \quad (68.6)$$

La confirmación de que la fórmula (68.6) es correcta se reduce a determinar con ella la constante de Planck:

$$h = eu_0/(\nu - \nu_0).$$

Experimentalmente hay que determinar el valor de tensión ($-u_0$) con el cual desaparece la corriente fotoeléctrica. Después es necesario construir gráficamente la dependencia de eu_0 respecto de ν . Esta dependencia se expresa mediante las rectas representadas en la fig. 68.3 para tres metales: el aluminio, el zinc y el níquel. Los puntos representan los

resultados de las mediciones de eu_0 con distintas frecuencias. Se ve que todas las rectas son paralelas entre sí, siendo su inclinación independiente de la naturaleza del metal. Por el ángulo entre las rectas y el eje de abscisas se puede determinar la constante de Planck: $\operatorname{tg} \alpha = hK$, donde K

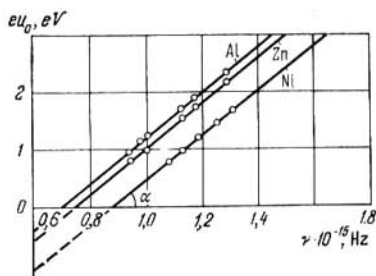


Fig. 68.3.

es la relación entre las magnitudes dimensionales tomadas como unidades de escala sobre los ejes eu_0 y ν .

En los experimentos más exactos, realizados en 1928 por P. I. Lukirski y S. S. Prilezháev, el tubo de vacío

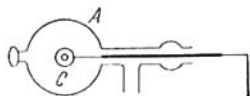


Fig. 68.4.

representado en la fig. 68.4 era un condensador esférico. La esfera de vidrio plateada por dentro era la armadura externa y desempeñaba el papel de ánodo A . El cátodo K tenía la forma de una esferita del metal que se investigaba. En este dispositivo, sobre el ánodo inciden todos los electrones —que poseen una velocidad inicial v_0 tal, que $mv_0/2 \geq e|u|$, donde $u < 0$ es la tensión retardadora. Esto eleva la exactitud con que se determina la velocidad máxima de los fotoelectrones v_0 y permite determinar con la mayor precisión la constante de Planck.

El valor medio de h , obtenido en los experimentos más exactos sobre el efecto fotoeléctrico externo resultó ser igual a $6,543 \cdot 10^{-34}$ J·s. Esto está de acuerdo con los resultados obtenidos por otros procedimientos. Por lo tanto se ha confirmado que son correctas la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico y las ideas de éste sobre el carácter cuántico de la interacción de la luz con los electrones durante el efecto fotoeléctrico.

5. El carácter cuántico de la interacción de la luz con la sustancia se pone de manifiesto en que el efecto fotoeléctrico carece de inercia. Desde el punto de vista ondulatorio, a la luz le hace falta cierto tiempo para que la onda electromagnética, aunque su intensidad sea grande, pueda «sacudir» el electrón en el metal y arrancarlo de su superficie (§ 53.6).

Las propiedades cuánticas de la luz, la concentración de la energía de radiación en porciones aisladas (cuantos), tienen como consecuencia la alta temperatura del gas fotónico. Comparemos, por ejemplo, la energía de un fotón de luz visible (de frecuencia $\nu \approx 10^{15}$ Hz) con la energía cinética media del movimiento térmico desordenado de las moléculas de un gas. Según la fórmula (26.8) la energía cinética media de las moléculas correspondiente a un grado de libertad es $kT/2$, donde k es la constante de Boltzmann y T , la temperatura absoluta. Partiendo de la condición $h\nu = kT/2$ se puede hallar que solamente a una temperatura del orden de 10^5 K tendrá la molécula del gas la misma energía que tiene un cuanto de luz visible. Las propiedades cuánticas se manifiestan con especial claridad en todos los fenómenos en que se produce la interacción de luz de onda corta con la sustancia.

§ 68.4. Acción fotoquímica de la luz

1. La luz que absorben las sustancias puede producir la transformación química de éstas. Los procesos químicos que ocurren por la acción de la luz se llaman *reacciones fotoquímicas*. A estas reacciones pertenece la descomposición de moléculas en sus partes componentes. Por ejemplo, si a la acción de la luz se somete vapor de bromo, la molécula Br_2 se disocia en dos átomos Br. La molécula de bromuro de plata AgBr se descompone por la acción de la luz en átomos de plata y bromo.

Como demostró K. A. Timiriázev, en las partes verdes de las plantas, bajo la acción de la luz solar tienen lugar reacciones fotoquímicas cuyo resultado final es la formación de los hidrocarburos necesarios para la existencia de los vegetales y animales.

2. Las transformaciones fotoquímicas transcurren de acuerdo con la ley de Bunsen—Roscoe: *la masa m de substancia que reacciona fotoquímicamente es proporcional a la energía \mathcal{E} de la luz absorbida,*

$$m = C\mathcal{E}. \quad (68.7)$$

El coeficiente de proporcionalidad C depende del carácter de la reacción fotoquímica y de la frecuencia de la luz ν . Para cada reacción fotoquímica existe su *límite* o *umbral rojo*, es decir, cierta frecuencia mínima ν_0 a partir de la cual la luz empieza a ser químicamente activa, o sea, capaz de producir una transformación fotoquímica. Einstein explicó la existencia de este límite (como también la del límite o umbral rojo del efecto fotoeléctrico, § 68.2) por el carácter cuántico de la absorción de la luz por la substancia. Para que se produzca la transformación fotoquímica de una molécula de la substancia es necesaria cierta energía \mathcal{E}_a , denominada *energía de activación* de la transformación dada. Un cuanto de luz puede producir la transformación si su energía $h\nu \geq \mathcal{E}_a$. Por lo tanto, la frecuencia mínima ν_0 de la luz químicamente activa (umbral rojo) se determina por la igualdad

$$h\nu_0 = \mathcal{E}_a, \quad \text{o} \quad \nu_0 = \mathcal{E}_a/h. \quad (68.8)$$

3. En una serie de casos las acciones fotoquímicas de la luz se subordinan a la *relación fotoquímica de Einstein: cada fotón absorbido por una substancia, sólo puede provocar la transformación fotoquímica de la molécula que la absorbió*. De aquí se sigue que el número de moléculas de la substancia que sufren la reacción fotoquímica al ser absorbida una unidad de energía de luz incidente ($\mathcal{E} = 1$) es inversamente proporcional a la energía $h\nu$ de un fotón (a condición de que $\nu \geq \nu_0$):

$$N \sim \frac{1}{h\nu} = \frac{\lambda}{hc}, \quad (68.9)$$

donde $\lambda = c/\nu$ es la longitud de onda de la luz.

La relación fotoquímica de Einstein no se cumple con frecuencia y a cada cuanto absorbido corresponde no una,

sino varias moléculas participantes en las reacciones fotoquímicas. Por ejemplo, la reacción de composición del HCl a partir del H_2 y del Cl_2 se produce a la luz en forma de reacción en cadena acompañada de explosión. La luz sirve en este caso de estímulo para que empiece el proceso fotoquímico, que luego se desarrolla independientemente.

§ 68.5. Masa e impulso del fotón. La presión luminosa desde el punto de vista cuántico

1. Hasta ahora, desarrollando la idea de Einstein sobre los cuantos de luz o fotones sólo hemos hablado de que el fotón tiene la energía $\epsilon_f = h\nu$. Pero si se profundizan estas ideas sobre la naturaleza cuántica de la luz y se considera que la luz es la propagación en el espacio de los fotones, que se comportan como un flujo de partículas peculiares, hay que considerar también que el fotón tiene masa e impulso. Que tiene la masa m se infiere de la relación mutua general entre la energía y la masa en la teoría de la relatividad (§ 16.1): $\mathcal{E} = mc^2$, o $m = \mathcal{E}/c^2$. Para el fotón $\mathcal{E} = \mathcal{E}_f = h\nu$, por consiguiente,

$$m_f = h\nu/c^2. \quad (68.10)$$

El fotón difiere esencialmente de los cuerpos macroscópicos y de las partículas elementales (que se estudiarán en el cap. 83). Esta diferencia consiste en que el fotón no tiene masa en reposo m_0 . En otras palabras, no existen fotones en reposo. Esta conclusión no debe asombrarnos. Si se «para» un rayo de luz que se propaga, la luz deja de existir; esto quiere decir que los fotones son absorbidos por los átomos y las moléculas de la substancia. La energía de los fotones se transforma totalmente en otras formas de la energía. Por ejemplo, cuando la luz es absorbida por los metales, la energía de los fotones se transmite, en particular, a los fotoelectrones que durante el efecto fotoeléctrico se arrancan de la superficie del metal.

2. La inexistencia de masa en reposo m_0 del fotón demuestra que la representación cuántica creada por Einstein de la naturaleza de la luz no es un retorno a la teoría corpuscular de Newton. Según Newton, las partículas de luz (corpúsculos) son partículas mecánicas ordinarias. Desde el punto de vista moderno estas partículas deberían tener masa en reposo ($m_0 \neq 0$). En su tiempo, Lomonósov, al criticar

la concepción newtoniana de la naturaleza de la luz, indicó justamente que, si la teoría corpuscular fuera cierta, deberían producirse colisiones entre los corpúsculos de luz y al cruzarse dos rayos luminosos se producirían en ellos «perturbaciones».

3. La masa de la partícula de luz (fotón) se debe considerar como «masa de campo». Esto significa que la luz posee una masa que depende del campo electromagnético de la onda luminosa. El hecho de que la luz tiene energía ha sido ya aclarado en lo expuesto anteriormente. Pero a toda energía corresponde una masa, ya que según la teoría de la relatividad $\mathcal{E} = mc^2$. Si en esta fórmula se entiende por \mathcal{E} la energía del campo electromagnético de la onda luminosa, deberá entenderse por masa m la masa del campo electromagnético de dicha onda. De este modo llegamos a un resultado muy importante. Tienen energía y masa no sólo las substancias. El campo electromagnético también posee energía y masa. La substancia es una de las formas de la materia que se estudia en la física y en otras ciencias naturales. Otra forma de la materia que se estudia en la física son los distintos campos. El campo electromagnético es uno de estos campos. El hecho de que el campo electromagnético tenga energía y masa —propiedades importantísimas de la materia— es una demostración muy convincente de la materialidad del campo electromagnético.

4. Además de energía y masa, el fotón tiene impulso p_f . La relación entre la energía del fotón y su impulso se deduce de la fórmula general de la teoría de la relatividad (§ 16.3), que nosotros extendemos a las partículas que carecen de masa en reposo:

$$\mathcal{E} = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}.$$

Para el fotón $m_0 = 0$ y

$$p_f = \frac{\mathcal{E}_f}{c} = \frac{h\nu}{c} = m_f c, \quad (68.11)$$

donde m_f es la masa del fotón. La fórmula (68.11) recuerda mucho el conocido resultado de la mecánica clásica acerca de que si un cuerpo de masa m se mueve con la velocidad v , su impulso $p = mv$. La fórmula (68.11) demuestra que, para los fotones, la relación de su impulso p_f con la velocidad c tiene esa misma forma.

Utilizando la relación relativista entre la masa y la energía $m = \epsilon/c^2$, escribimos la expresión del impulso relativista de la forma $p = (\epsilon/c^2) v$. Para el fotón $v = c$ y, por lo tanto, $p_f = \epsilon_f/c = hv/c$.

En una serie de casos el impulso del fotón se expresa de otra forma. Recordaremos que, en óptica, se entiende por número de onda k el número de longitudes de onda que cabe en una longitud igual a 2π metros: $k = 2\pi/\lambda$ (§ 56.2). La fórmula (68.11) se puede escribir así:

$$p_f = h \frac{v}{c} = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} k = \hbar k, \quad (68.12)$$

donde \hbar es la constante de Planck. El valor de \hbar se ha determinado con gran exactitud (§ 14.3).

Como se sabe, el impulso es una magnitud vectorial. Para determinar la dirección del vector impulso del fotón procedemos del modo siguiente. Introducimos el concepto de *vector de onda* k , que numéricamente es igual a $2\pi/\lambda$, y cuya dirección coincide con la de propagación de la luz. Entonces la fórmula (68.12) se puede escribir en la forma vectorial:

$$p_f = \hbar k. \quad (68.12')$$

5. Hemos explicado que el fotón, lo mismo que cualquier partícula o cuerpo en movimiento, posee energía, masa e impulso. Volvamos a escribir las fórmulas de estas tres magnitudes físicas que pueden llamarse *características corpusculares del fotón*:

$$\epsilon_f = hv; m_f = hv/c^2; p_f = hv/c. \quad (68.12'')$$

Esta denominación subraya que características semejantes tienen todos los cuerpos y partículas (corpúsculos). Llamamos la atención sobre el hecho de que las tres características corpusculares del fotón están relacionadas con una característica *ondulatoria* importantísima de la luz, su frecuencia ν . Esta relación no es casual. Tiene una causa profunda que se explicará en el § 68.7.

6. Una demostración experimental de que el fotón tiene impulso es la *presión luminosa*, que se estudió en el § 59.3*). Allí consideramos esta cuestión desde el punto de vista de la naturaleza ondulatoria de la luz. La presión luminosa se interpreta con mucha naturalidad y sencillez desde el punto

*) Debemos advertir que la existencia de la masa del fotón no se puede descubrir de un modo experimental directo.

de vista cuántico. En efecto, la presión de la luz sobre la superficie de un cuerpo es el resultado de que, al chocar con ella, cada fotón le transmite su impulso. De forma semejante la presión de un gas sobre la pared de un recipiente se debe a la transmisión del impulso de sus moléculas a la superficie de la pared (§ 17.3).

Supongamos que sobre la superficie de un cuerpo cualquiera y en dirección perpendicular a ella, por ejemplo, incide luz. Supongamos también que, por unidad de tiempo, inciden sobre la unidad de área de la superficie del cuerpo n fotones. Una parte de ellos es absorbida por el cuerpo y cada uno de los fotones le transmite su impulso $p_f = h\nu/c$. La otra parte de los fotones se refleja. El fotón reflejado es despedido por la pared especular en sentido contrario con el impulso $-p_f$. Por lo tanto, el impulso total transmitido al cuerpo por el fotón reflejado será $p_f - (-p_f) = 2p_f = 2h\nu/c$. La presión de la luz sobre la superficie es numéricamente igual al impulso que los n fotones que inciden sobre la unidad de área del cuerpo le transmiten por segundo. Llamando R al factor de reflexión de la luz en una superficie arbitraria, el número de fotones reflejados será Rn , y el de fotones absorbidos $(1 - R)n$. De este modo, la presión de la luz será

$$p = Rn \frac{2h\nu}{c} + (1 - R)n \frac{h\nu}{c} = \frac{nh\nu}{c} (1 + R)$$

El producto $nh\nu = \mathcal{E}$ es la energía de todos los fotones que inciden sobre la unidad de área por unidad de tiempo. Como sabemos, esto es la intensidad de la luz (§ 55.3). La relación $\mathcal{E}/c = w$ es la densidad volumétrica de la energía de la luz incidente (§ 59.2). Así, pues, la presión de la luz se expresa por la fórmula

$$p = w (1 + R). \quad (68.13)$$

Esta fórmula la obtuvo por primera vez Maxwell en su teoría electromagnética de la luz y fue confirmada por los experimentos de Lébedev (§ 59.3).

§ 68.6. Noción del efecto Compton

1. En 1923, A. Compton observó la dispersión de los rayos X de longitud de onda λ determinada, por cuerpos ligeros, como el grafito, la parafina y otros. Los conocimientos

iniciales acerca de los rayos X se dieron a conocer en el § 61.1. Los rayos X son ondas electromagnéticas con longitudes de onda más cortas que las de los rayos ultravioletas de onda corta. El esquema de los experimentos de Compton se representa en la fig. 68.5. Los rayos X monocromáticos que se generan en el tubo de rayos X *A*, pasan a través de los diafragmas *B* y, en forma de haz estrecho se dirigen sobre la substancia ligera dispersora *C*. Los rayos dispersos

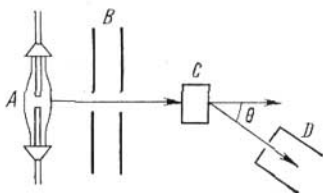


Fig. 68.5.

bajo el ángulo θ se registran en un receptor de rayos X (espectrógrafo de rayos X) *D*, en el cual se mide su longitud de onda. Los experimentos de Compton demostraron que los rayos X dispersos tienen una longitud de onda λ' mayor que la longitud de onda λ de los rayos incidentes. Resultó que la diferencia $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ sólo depende del ángulo de dispersión θ y no de las propiedades de la substancia dispersora ni de la longitud de onda de la luz incidente:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_C \text{ sen}^2 (\theta/2). \quad (68.14)$$

La longitud λ_C resultó ser constante para todas las substancias: $\lambda_C = 2,43 \cdot 10^{-12}$ m. Esta magnitud recibe el nombre de *longitud de onda de Compton*, y el fenómeno mismo, el de *efecto Compton*.

2. De la fórmula (68.14) y de la constancia de la longitud de onda de Compton λ_C se sigue que el crecimiento de la longitud de onda al dispersarse los fotones en los electrones será máximo cuando $\theta = \pi$, es decir, cuando el fotón, después de la dispersión, sale despedido hacia atrás, en sentido contrario a la dirección inicial de su movimiento. Efectivamente, cuando $\theta = \pi$,

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda_{\text{máx}} = 2\lambda_C.$$

En este caso el electrón en que tiene lugar la dispersión, llamado electrón de rechazo, adquiere la energía cinética máxima.

3. El efecto Compton no se puede explicar satisfactoriamente desde el punto de vista ondulatorio de la naturaleza de la luz. En efecto, la dispersión de la luz se considera en la teoría electromagnética como sigue (§ 62.8). Bajo la influencia de la onda electromagnética luminosa se producen en la substancia ondas electromagnéticas secundarias *de la misma longitud*. Desde el punto de vista cuántico, el efecto Compton, lo mismo que el efecto fotoeléctrico y la acción fotoquímica de la luz, es resultado de la interacción de los fotones de la radiación incidente con los electrones de los átomos o de las moléculas. La ley de conservación de la energía permite enunciar una afirmación general. Si la dispersión de la luz en una substancia no conlleva la generación de nuevos fotones de la misma frecuencia*), la energía $h\nu$ del fotón incidente debe gastarse parcialmente en unos procesos cualesquiera, excepto en la aparición del fotón disperso de energía $h\nu'$. Aquí $\nu' = c/\lambda'$ es la frecuencia de la luz dispersa. Según la ley de conservación de la energía

$$h\nu = h\nu' + \mathcal{E}_1, \quad (68.15)$$

donde $\mathcal{E}_1 > 0$ es la energía que pierde el fotón en los procesos no luminosos. En el efecto Compton la dispersión de los rayos X se produce en los electrones de los átomos de substancias ligeras, o sea, con pequeña carga Z del núcleo (§ 71.1). La energía \mathcal{E}_1 se transmite a un electrón que puede considerarse prácticamente casi libre, es decir, ligado débilmente con el núcleo de su átomo. De la fórmula (68.15) se sigue que $h\nu > h\nu'$, o sea, $\nu > \nu'$ y, por consiguiente, $\lambda < \lambda'$. Así, en la dispersión de los rayos X se produce un aumento de la longitud de onda, fenómeno que fue descubierto por Compton.

4. Para calcular la longitud de onda de Compton λ_C hay que aplicar al problema de la dispersión de un fotón por un electrón las leyes de conservación del impulso y de la energía. Para simplificar el cálculo vamos a suponer que, que hasta que se produce el choque, el electrón se encuentra en reposo en el sistema de referencia dado y que, después del choque, el electrón y el fotón salen despedidos en sentidos opuestos (choque central, fig. 68.6). Las ecuaciones del impulso y de

*) En el § 79.4 se estudiará cómo surge la luz en los llamados generadores cuánticos, en los cuales tiene lugar este fenómeno.

la energía toman la forma

$$p_f = -p'_f + p, \quad \varepsilon_f + \mathcal{E}_0 = \varepsilon'_f + \mathcal{E}. \quad (68.16)$$

Aquí p es el impulso del electrón, y \mathcal{E}_0 y \mathcal{E} , son sus energías antes y después del choque. Elevamos al cuadrado ambas igualdades y tenemos en cuenta que la energía y el impulso del fotón están relacionados

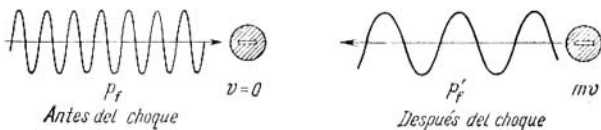


Fig. 68.6.

por la expresión $\varepsilon_f = p_f c$, y la energía y el impulso del electrón, por la fórmula $\mathcal{E}^2 = \mathcal{E}_0^2 + p^2 c^2$. Después de hacer transformaciones se obtiene

$$4\varepsilon_f \varepsilon'_f = 2\mathcal{E}_0 (\varepsilon_f - \varepsilon'_f). \quad (68.17)$$

Tomando en consideración que $\varepsilon_f = hc/\lambda$ y $\mathcal{E}_0 = m_0 c^2$ y siendo m_0 la masa en reposo del electrón, reducimos (68.17) y la forma $(\frac{\lambda'}{hc} - \frac{\lambda}{hc}) m_0 c^2 = 2$, o definitivamente,

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2h/(m_0 c). \quad (68.18)$$

Comparando con (68.14), obtenemos la expresión de la longitud de onda de Compton:

$$\lambda_C = h/m_0 c. \quad (68.19)$$

5. Vamos a demostrar que un electrón libre no puede absorber la energía de un fotón. Efectivamente, supongamos que el fotón incide sobre un electrón libre, en reposo, de la substancia y es absorbido por él. Al ocurrir esto deben satisfacerse dos leyes de conservación:

$$(m - m_0) c^2 = h\nu \quad \text{y} \quad mv = h\nu/c. \quad (68.20)$$

La primera de las ecuaciones (68.20) expresa la ley de conservación de la energía; la segunda, la ley de conservación del impulso. Aquí m es la masa relativista del electrón; m_0 , su masa en reposo, y v , su velocidad después de absorber el fotón. Es fácil demostrar que las dos ecuaciones (68.20) no se pueden cumplir al mismo tiempo con valores finitos arbitrarios de v . Proponemos al lector que compruebe esto por su cuenta. La imposibilidad de que se cumplan simultáneamente las ecuaciones (68.20) tiene el sentido físico siguien-

te: los electrones libres no pueden absorber la luz. Lo contrario contradiría las leyes de conservación de la energía y el impulso. La absorción fotoeléctrica de la luz sólo se puede producir en los electrones «ligados» que se encuentran, por ejemplo, en los átomos de los gases, en los sólidos y en otros sistemas de partículas. En este caso las leyes de conservación de la energía y el impulso toman una forma algo distinta de la del sistema de ecuaciones (68.20):

$$(m - m_0) c^2 + W = h\nu, \quad mv + p = h\nu/c. \quad (68.21)$$

La diferencia consiste en que aparecen dos nuevas magnitudes: W , que es la energía de enlace del electrón con el sistema en que se encuentra, y p , que es el impulso transmitido al sistema durante el efecto fotoeléctrico. Las ecuaciones (68.21) se pueden resolver unívocamente con valores finitos arbitrarios de ν . Esto significa que es posible la absorción de cuantos de luz (fotones) por los electrones «ligados».

§ 68.7. Dualidad ondulatoria-corpúscular de las propiedades de la luz

1. En este capítulo hemos estudiado una serie de fenómenos que sirven para demostrar las propiedades cuánticas de la luz. Pero en capítulos anteriores (véanse los cap. 61—64) se expusieron los fenómenos de interferencia, difracción y polarización de la luz, que confirman convincentemente que la luz tiene naturaleza ondulatoria, electromagnética. Se plantea la pregunta: ¿qué es entonces la luz? «¿Debemos acaso considerar que la luz está constituida por corpúsculos el lunes, martes y miércoles, mientras hacemos experimentos con el efecto fotoeléctrico y el efecto Compton, y figurárnosla como ondas el jueves, viernes y sábado, cuando trabajamos con los fenómenos de difracción e interferencia?» Estas palabras son del físico inglés W. Bragg. La pregunta que él hace de esta forma se puede plantear de esta otra: ¿qué es la luz, unas ondas electromagnéticas emitidas por la fuente de luz, o un flujo de fotones lanzados al espacio con la velocidad c de la luz en el vacío por dicha fuente?

Sin profundizar parece que estos dos puntos de vista sobre las propiedades de la luz, el ondulatorio (electromagnético) y el cuántico (corpúscular), se excluyen entre sí. Una serie de indicios de las ondas y las partículas son efectivamente opuestos. Por ejemplo, las partículas en movimiento (foto-

nes) se encuentran en determinadas regiones del espacio, y la onda que se propaga debe considerarse como «difuminada» en el espacio y no puede hablarse de localización de la onda progresiva en una determinada región del espacio. La necesidad de atribuir a la luz, por una parte, propiedades ondulatorias, y por otra, cuánticas, corpusculares, de la impresión al principio de que nuestros conocimientos de las propiedades de la luz son incompletos. Hasta surge la idea de que la dualidad de las propiedades de la luz es artificial y que toda la diversidad de fenómenos citados se puede explicar basándose en un solo punto de vista sobre las propiedades de la luz, ya sea el cuántico o el ondulatorio.

2. El desarrollo de la óptica, todo el conjunto de los fenómenos ópticos, han demostrado que la propiedad de la continuidad característica del campo electromagnético de la onda luminosa no se debe contraponer a las propiedades de discontinuidad características de los fotones. La luz tiene propiedades complejas ondulatorio-corporales: posee *al mismo tiempo* propiedades ondulatorias y cuánticas. Son características de la luz las propiedades ondulatorias de las ondas electromagnéticas continuas y las propiedades cuánticas discretas de los fotones. La naturaleza dual de la luz tiene su expresión en las fórmulas (68.12"), que definen las características fundamentales de los fotones. Como se ve en estas fórmulas, las características corpusculares del fotón (energía ϵ_f , impulso p_f y masa m_f) están ligadas con la característica ondulatoria de la luz, su frecuencia ν .

En la manifestación de las propiedades duales, contradictorias de la luz existe una regularidad importante. En la radiación de onda larga (por ejemplo, en la luz infrarroja) las propiedades cuánticas se manifiestan en grado pequeño y el papel fundamental lo desempeñan las propiedades ondulatorias. Un grupo grande de fenómenos ópticos (interferencia, difracción y polarización) se explican totalmente en la óptica ondulatoria. Pero si nos «desplazamos» por la escala de las ondas electromagnéticas (§ 61.1) de izquierda a derecha, es decir, desde las ondas largas hacia el lado de las más cortas, las propiedades ondulatorias de la luz se van manifestando cada vez más débilmente y ceden su puesto a las propiedades cuánticas, que se manifiestan con mayor claridad. Esto se ve, por ejemplo, en la ley del umbral rojo del efecto fotoeléctrico y en la existencia de este umbral en las reacciones fotoquímicas. Como se demostró en el § 62.5,

la difracción de los rayos X de onda corta sólo se pudo descubrir utilizando como red de difracción la estructura cristalina de los sólidos. De otra forma fue imposible observar las propiedades ondulatorias de dichos rayos.

3. Las propiedades ondulatorias y cuánticas de la luz están relacionadas entre sí. Vamos a examinar esta relación valiéndonos del ejemplo del paso de la luz por la rendija de una pantalla opaca (fig. 68.7). Supongamos que un haz paralelo de rayos monocromáticos pasa por la rendija AB a lo largo del eje de ordenadas. Como sabemos (§ 62.1),

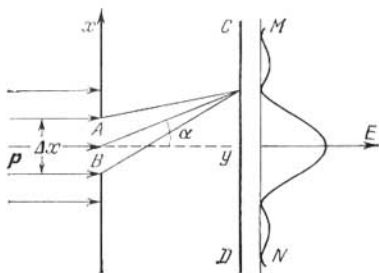


Fig. 68.7.

en la pantalla CD colocada detrás de la rendija aparece una figura de difracción. En cada punto de esta pantalla se observa una iluminación E determinada, proporcional a la intensidad de la luz en este punto. En la fig. 68.7, a la derecha, se representa la distribución de la intensidad de la luz por la pantalla. Se recordará que la intensidad de la luz es proporcional al cuadrado de la amplitud A de la onda luminosa. Por consiguiente, la iluminación E en cada punto de la pantalla es proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda luminosa en dicho punto, $E \sim A^2$. Desde el punto de vista cuántico, la formación de la figura de difracción en la pantalla significa que, al pasar la luz por la rendija, se produce una *redistribución* de los fotones en el espacio. Como resultado de esto en distintos puntos de la pantalla incide un número *diferente* de fotones. La iluminación E de la pantalla en un punto dado será tanto mayor cuanto mayor sea la energía total de las fotones que inciden por

unidad de tiempo en este punto. Esta energía es a su vez proporcional al número n_0 de fotones portadores de ella. De este modo, $E \sim n_0$.

Supongamos que sobre la rendija (fig. 68.7) incide un flujo luminoso muy débil, tan débil que pueda considerarse constituido por un número muy pequeño de fotones. En el límite se puede considerar que el flujo está formado por fotones lanzados *uno tras otro*. Cada fotón debe ponerse de manifiesto en el punto de la pantalla en que hace impacto. Sin embargo, las experiencias demuestran que si se debilita el flujo luminoso, o sea, si disminuye la intensidad de la luz, la figura de difracción no varía. La relación determinada entre los sitios brillantes y oscuros de la pantalla, característicos de la difracción en el obstáculo dado, permanece también cuando el flujo luminoso es débil.

En un experimento real es imposible crear un flujo luminoso consistente en fotones lanzados uno tras otro. Para poder hablar de comparación con la experiencia hay que figurarse que el experimento con incidencia de un fotón en un punto cualquiera de la pantalla *se repite muchas veces*. En cada uno de estos experimentos el fotón, con una probabilidad determinada, puede incidir sobre cualquier punto. El resultado de este «tiro al blanco» con fotones, si se observa durante mucho tiempo, es el mismo que si pasara simultáneamente por la rejilla un flujo luminoso constituido por un gran número de fotones. La figura de difracción corresponderá a la distribución real de los sitios brillantes y oscuros de la pantalla, característica de la difracción en el obstáculo dado.

4. Comparemos ahora las expresiones de la iluminación que hemos obtenido antes. De ellas se deduce que $A^2 \sim n_0$. *El cuadrado de la amplitud de la onda luminosa en un punto cualquiera del espacio es proporcional al número de fotones que incide sobre este punto*. En otras palabras, *el cuadrado de la amplitud de la onda luminosa en un punto dado del espacio es la medida de la probabilidad de que los fotones incidan sobre dicho punto*. De este modo, las propiedades ondulatorias y cuánticas de la luz no se excluyen, sino que se complementan entre sí. Expresan las leyes reales de la propagación de la luz y de su interacción con la substancia. Las propiedades cuánticas de la luz se deben a que la energía, el impulso y la masa de la radiación se concentran en partículas (fotones). La probabilidad de que los fotones se encuentren en

distintos puntos del espacio está determinada por las propiedades ondulatorias de la luz, o sea, por la amplitud de la onda luminosa.

De todo lo anterior se deduce que las propiedades ondulatorias son propias no sólo del conjunto de un gran número de fotones lanzados simultáneamente. *Cada fotón independiente posee propiedades ondulatorias.* Las propiedades ondulatorias del fotón se ponen de manifiesto en que es imposible indicar precisamente *en qué punto* de la pantalla incidirá después de pasar por la rendija (fig. 68.7). Sólo puede hablarse de la probabilidad de que *cada fotón* incida sobre tal o cual punto de la pantalla.

Esta interpretación de la relación entre las propiedades ondulatorias y cuánticas de la luz fue propuesta por Einstein y ha desempeñado un papel prominente en el desarrollo de la física moderna.

Capítulo 69

PROPIEDADES ONDULATORIAS DE LAS PARTÍCULAS DE SUBSTANCIA

§ 69.1. Dualidad ondulatoria-corpúscular de las propiedades de las partículas de sustancia

1. En 1924, Louis de Broglie llegó a la conclusión de que la dualidad de las propiedades de la luz, estudiada en el capítulo anterior, debe extenderse a las *partículas de sustancia* (electrones). A la idea de De Broglie se puede llegar partiendo de los razonamientos siguientes*). Hemos visto anteriormente que a medida que aumenta la frecuencia de la luz ν es cada vez más difícil revelar sus propiedades ondulatorias. Si se investigan las ondas electromagnéticas más cortas (rayos γ) (§ 61.1), es casi imposible figurarse que existan las propiedades ondulatorias de la luz. Sabemos que las partículas de sustancia tienen propiedades corpusculares. Pero, ¿no pueden existir ondas, aún más cortas, ligadas

*) La marcha de los razonamientos de De Broglie fue mucho más compleja y su estudio rebasa los límites de las posibilidades de este libro.

a las partículas de substancia? La hipótesis de De Broglie consistía en que el electrón, cuyas propiedades corpusculares (carga, masa) se estudian desde hace ya mucho tiempo y son ordinarias, tiene también *propiedades ondulatorias*, es decir, se comporta en determinadas condiciones *como onda*.

2. De Broglie utilizó la relación (68.12) para el impulso del fotón: $p_f = h/\lambda$, de la cual se sigue que

$$\lambda = h/p_f. \quad (69.1)$$

La idea de De Broglie consistía en que esta relación (69.1) tiene carácter *universal*, válido para cualesquiera procesos

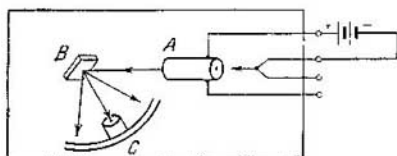


Fig. 69.1.

ondulatorios. A cualquier partícula que tenga un impulso p corresponde una onda cuya longitud se calcula por la fórmula de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}, \quad (69.2)$$

en la que $p = mv$ es el impulso de la partícula; m , su masa, y v su velocidad.

Diremos ya que las ondas de De Broglie, también llamadas ondas electrónicas, *no son ondas electromagnéticas*. De su naturaleza peculiar trataremos más adelante.

3. La hipótesis de De Broglie fue confirmada experimentalmente en 1927. Antes de esto indicó Einstein que si la idea de De Broglie era correcta, con los electrones debería observarse el efecto de difracción. En 1927, C. J. Davisson y L. H. Germer estudiaron la dispersión de los electrones en un monocristal de níquel. El método seguido en el experimento recordaba la experiencia de Compton sobre la dispersión de los rayos X (§ 68.6). El esquema del experimento se muestra en la fig. 69.1.

En el cañón electrónico *A* se generaba un flujo de electrones cuya energía y velocidad se determinaba por medio de la tensión aceleradora creada dentro del cañón. Un haz estrecho de electrones con velocidad dada se dirigía sobre un monocristal de níquel *B* puesto a tierra y se reflejaba en él. El blanco de níquel podía hacerse girar alrededor de un eje perpendicular al plano de la figura. Un receptor de electrones móvil *C* giraba alrededor del mismo eje y registraba los

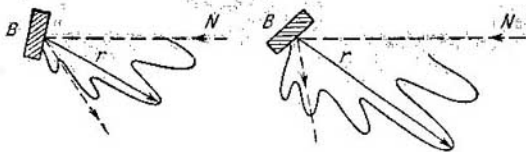


Fig. 69.2.

electrones dispersos por el blanco en distintas direcciones dentro del plano de la figura. Si los electrones se hubieran comportado como partículas clásicas, deberían haberse reflejado en el blanco de acuerdo con las leyes de la óptica geométrica. Pero los experimentos demostraron que la intensidad de los electrones dispersos era distinta en diferentes direcciones, es decir, existían máximos y mínimos del número de electrones dispersos bajo diferentes ángulos, o sea, se observó la difracción de los electrones.

En la fig. 69.2 se muestran los diagramas de distribución, entre las direcciones, del número de electrones dispersos por el blanco *B* en dos de sus orientaciones respecto del haz incidente de electrones *N*. La longitud del radio *r*, trazado desde el centro del blanco, es proporcional al número de electrones dispersos en esta dirección. Se ve claramente que existen máximos y mínimos del número de electrones dispersos bajo diferentes ángulos. Aplicando los métodos que se utilizan para observar la difracción de rayos X en los monocristales (§ 62.7), Davisson y Germer pudieron determinar experimentalmente la longitud de onda de los electrones dispersos. Por otra parte, si un electrón de carga *e* adquiere en el campo eléctrico que lo acelera (con diferencia de potencial $\Delta\phi$) la energía cinética *W*, se puede escribir que

$$W = mv^2/2 = e \Delta\phi,$$

de donde la velocidad del electrón $v = \sqrt{2e \Delta\phi/m}$. Sustituyendo este valor en la fórmula de De Broglie (69.2), obtenemos

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2em\Delta\phi}}. \quad (69.3)$$

En la fórmula (69.3) se pueden sustituir h , e y m por sus valores numéricos. Entonces obtenemos la fórmula definitiva con la cual se calcula la longitud de la onda de De Broglie del electrón que se mueve en un campo eléctrico con una diferencia de potencial $\Delta\phi$:

$$\lambda = \frac{1,225}{\sqrt{\Delta\phi}} \text{ nm}. \quad (69.4)$$

En esta fórmula $\Delta\phi$ debe tomarse en voltios y la longitud de onda resulta en nanómetros. Los valores experimentales de λ obtenidos por Davisson y Germer estaban en completo acuerdo con la longitud de onda calculada por la fórmula (69.4).

4. Poco después de las experiencias de Davisson y Germer, en 1928, las propiedades ondulatorias de los electrones fueron observadas experimentalmente por P. S. Tartakovski (de la Universidad de Leningrado) e, independientemente, por G. P. Thomson. Éstos descubrieron la difracción de los electrones haciendo pasar un haz de electrones a través de capas delgadas de distintos metales (de un orden de espesor de 10^{-7} m) de estructura policristalina. Los experimentos fueron análogos a los que se utilizaron para observar las figuras de difracción de los rayos X producidas por polvos de policristales (§ 62.7). En la fig. 69.3 se reproducen las fotografías de las figuras de difracción obtenidas al pasar los rayos X (izquierda) y un haz de electrones (derecha) a través de películas delgadas de una misma sustancia. Utilizando este método determinó Thomson por la fórmula (69.4) la longitud de onda de De Broglie y luego, valiéndose de las conocidas relaciones de la difracción en estructuras tridimensionales, halló los períodos de las redes cristalinas de los metales a través de los cuales hizo pasar los electrones. Los resultados coincidieron con los datos sobre los períodos de las redes conocidos mediante el análisis estructural por rayos X.

5. En 1949, los físicos soviéticos L. M. Biberman, N. G. Sushkin y V. A. Fabrikant hicieron experimentos de difracción de electrones individuales, *lanzados uno tras otro*.

La intensidad del haz electrónico era tan pequeña en estas experiencias, que sobre la delgada película de metal sólo incidía un electrón a la vez. Este experimento, en principio, es análogo al que hicimos mentalmente en el § 68.7 de «tiro-teo» de la rendija con fotones lanzados sucesivamente. Vimos entonces que, después de repetir muchas veces el «tiro», la figura de difracción óptica en la rendija que se obtiene debe

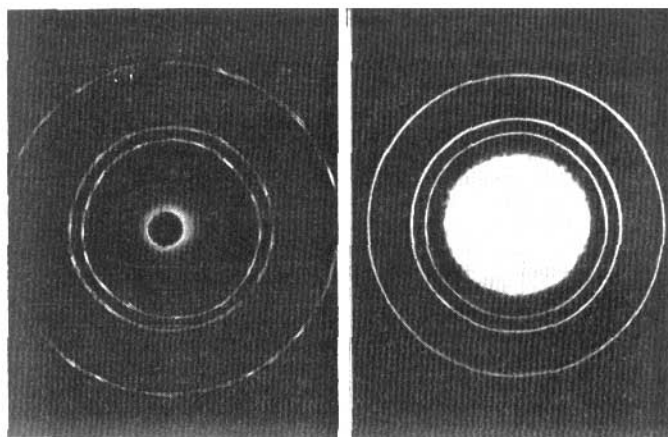


Fig. 69.3.

ser igual que la que resulta de irradiar dicha rendija con un flujo luminoso formado por multitud de fotones. Este mismo fue el resultado obtenido al «disparar» muchas veces sobre la película de la substancia con electrones lanzados uno tras otro. Cuando electrones aislados pasan uno a uno a través de la substancia y se comportan independientemente unos de otros, al fin de cuentas, cuando el experimento se repite muchas veces, aparece la misma figura de difracción que dan los flujos de electrones de intensidad decenas de veces mayor que el utilizado en la experiencia indicada. Esto significa que la figura de difracción se forma también cuando los elec-

trones *pasan individualmente* a través de la substancia. La probabilidad de que los electrones que pasan a través de la substancia incidan en un punto u otro de la pantalla está determinada por las propiedades ondulatorias de los electrones en movimiento, es decir, por la existencia de su onda de De Broglie.

6. Las propiedades ondulatorias de los electrones, que se manifiestan en la difracción de éstos, sólo se observa si la longitud de la onda de De Broglie es del mismo orden de magnitud que las distancias interatómicas de los cristales con que se observa la difracción. En esto se basa el método de investigación de la estructura de la substancia por medio de la difracción de los electrones, llamado *electronografía*. Este método es en esencia semejante al análisis espectral con rayos X (§ 62.7). Los electrones tienen menos poder de penetración que los rayos X. Por eso el método electronográfico resulta ser esencialmente útil para analizar la estructura de las superficies de los sólidos. Por ejemplo, la superficie de los metales a consecuencia de la interacción con el medio ambiente (oxidación y otros procesos) se va destruyendo. Para estudiar los distintos tipos de destrucción se utiliza eficazmente la electronografía. Los aparatos especiales con los cuales se observa la difracción de los electrones se denominan electronógrafos o difractores de electrones.

7. La fórmula (69.2) de De Broglie relaciona entre sí dos características de las partículas, su impulso p y la longitud de su onda de De Broglie λ . La primera de ellas es una característica corpuscular, propia de los corpúsculos o partículas concentradas en una región muy limitada del espacio. La segunda característica, la longitud de onda, es ondulatoria. La fórmula de De Broglie debe considerarse como la expresión de la dualidad ondulatorio-corpuscular de las propiedades de las partículas de substancia. Pero en la física moderna la idea de esta complejidad de las propiedades de las partículas de substancia se hace más profunda, porque a estas partículas se traslada la relación entre la energía total \mathcal{E} de la partícula y la frecuencia de la onda de De Broglie:

$$\mathcal{E} = h\nu = \hbar\omega, \quad (69.5)$$

donde $\hbar = h/2\pi$ y $\omega = 2\pi\nu$ es la frecuencia angular. La fórmula (69.5) se toma de la óptica, donde con ella se relaciona la energía del fotón con su frecuencia (véase (67.4)). Por lo tanto, la relación entre la frecuencia y la energía de la fór-

mula (69.5) adquiere carácter de relación universal válida tanto para los fotones como para las partículas que tienen masa en reposo.

La validez de la relación (69.5) para cualesquiera partículas se infiere de la concordancia con la experiencia de los resultados que con su ayuda se han establecido en la física atómica y nuclear moderna. Alguno de estos resultados lo conoceremos más adelante. Pero antes es necesario estudiar más detalladamente el problema de las propiedades ondulatorias de las partículas de sustancia y las importantes conclusiones a que conduce la dualidad ondulatorio-córpuscular de las propiedades de estas partículas.

§ 69.2. Propiedades ondulatorias de los neutrones, átomos y moléculas

1. No sólo los electrones tienen propiedades ondulatorias. Toda partícula de sustancia que posea cierta masa m y velocidad v debe caracterizarse por una determinada longitud de onda de De Broglie. Esto se ve por la fórmula (69.2) en la cual no hay nada específico del electrón como partícula peculiar. Por vía experimental se ha descubierto el fenómeno de la difracción de los neutrones, partículas que entran en la composición del núcleo atómico (§ 80.3). Poderosas fuentes de neutrones son en la actualidad los reactores nucleares, dispositivos que se estudiarán en el § 82.10.

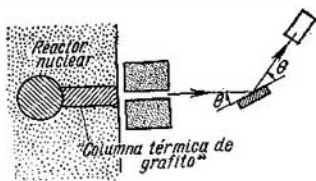


Fig. 69.4.

En la fig. 69.4 se muestra el esquema de un aparato para observar la difracción de los neutrones. Los neutrones procedentes de un reactor nuclear se retardan pasando por una gruesa capa de grafito, llamada «columna térmica de grafito». Como resultado de las numerosas colisiones con los núcleos de carbono, la velocidad de los neutrones disminuye y éstos se convierten en neutrones térmicos. De estos neutrones se trata más detalladamente en el § 82.5. Ahora lo esencial para nosotros es que, después de pasar por la columna de grafito, los neutrones tienen la velocidad y la energía correspondiente a la distribución de Maxwell de las velocidades

a la temperatura T del grafito (§ 25.2). Esto da la posibilidad de calcular la velocidad del flujo de neutrones térmicos. Estos neutrones, después de pasar por una rendija estrecha, sufren la difracción en un cristal y van a parar a un receptor. Tanto el cristal como el receptor giran de tal modo que se conserva la igualdad de los ángulos θ de incidencia y de reflexión de los neutrones. Conociendo la velocidad v de los neutrones y su masa, se puede, aplicando la fórmula (69.2), calcular la longitud de onda de De Broglie asociada a los neutrones en movimiento. Por otra parte, al reflejarse los neutrones bajo un ángulo dado θ , debe cumplirse la condición de Wulff—Bragg (§ 62.7). La reflexión de los neutrones sólo se efectúa en el caso en que λ y θ están relacionadas entre sí por la fórmula

$$2d \operatorname{sen} \theta = n\lambda, \quad (69.6)$$

en la que d es el período de la red del cristal, y n , un número entero. Conociendo la distancia d entre los planos atómicos del cristal, esta condición permite determinar experimentalmente la longitud de onda λ . La coincidencia de los valores de λ , calculados y obtenidos experimentalmente por reflexión de los neutrones, es una demostración convincente de que los neutrones tienen propiedades ondulatorias.

2. La difracción de los neutrones se utiliza para investigar la estructura de los sólidos, especialmente de los cristales que contienen hidrógeno. Esto se debe a que los neutrones interactúan muy intensamente con los núcleos de los átomos, sobre todo con los de hidrógeno. Por eso la dispersión de los neutrones en los átomos hidrogénicos de los cristales da la posibilidad de descubrir los átomos de hidrógeno e investigar su posición en la red cristalina.

La difracción de los rayos X y de los electrones no sirven para estudiar la estructura de estas sustancias. Los rayos X interactúan con los electrones de los átomos, y el átomo de hidrógeno solamente tiene uno. Los electrones, al pasar a través de una sustancia experimentan las interacciones electromagnéticas de los electrones de los átomos y de los protones de sus núcleos. En los cristales hidrogénicos estas interacciones son pequeñas. Resumiendo, la dispersión de los rayos X y de los electrones en el hidrógeno es insignificante y no se puede utilizar para el estudio estructural por rayos X o electronográfico de estos cristales. El método *neutronográfico* es en estos casos muy eficaz.

3. La fig. 69.5 representa el esquema de un *neutronógrafo*, aparato para la investigación de la estructura de los cristales por medio de la difracción de los neutrones. De base para este aparato sirve el mismo dispositivo que se usó para observar la difracción de los neutrones (fig. 69.4). Un haz estrecho de neutrones térmicos incide sobre un cristal que se encuentra en una posición fija respecto del haz. Los neutrones inciden sobre este cristal formando un determinado ángulo θ . En el cristal sólo se reflejan los neutrones que

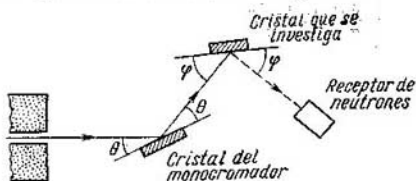


Fig. 69.5.

tienen una longitud de onda de De Broglie determinada, que satisface la relación de Wulff-Bragg. El haz de neutrones reflejado en el cristal es «monocromático», en el sentido de que todos sus neutrones tienen la misma longitud de onda λ de De Broglie. Por esto dicho cristal se llama monocrromatizador. El haz monocromático de neutrones, reflejado en dicho cristal, incide después bajo un ángulo ϕ sobre el cristal que se investiga. Este último cristal y el receptor de neutrones giran sincrónicamente, de manera que se conserva la igualdad de los ángulos ϕ de incidencia y de reflexión de los neutrones. Los neutrones van por fin a parar al receptor únicamente en el caso en que el ángulo ϕ y la longitud de onda están ligados entre sí por la relación (69.6) de Wulff-Bragg. Esto da la posibilidad, si se conocen los valores de λ y ϕ , de determinar el valor de la distancia d en el cristal, lo mismo que en el caso de la difracción por rayos X.

4. Poco después de descubrirse las propiedades ondulatorias de los electrones, en 1929, Otto Stern y sus colaboradores descubrieron las propiedades ondulatorias de un haz de átomos y moléculas neutros. Si las moléculas o los átomos tienen en el haz las velocidades correspondientes a la temperatura T , se puede hallar la velocidad v de las moléculas (o átomos). La masa m de la molécula (o átomo) se halla

por la masa molar M , o sea:

$$m = M/N_A,$$

donde N_A es la constante de Avogadro. Entonces, por la fórmula (69.2) se puede calcular la longitud de onda correspondiente al movimiento de los átomos o moléculas. Por ejemplo, a 300 K, para el hidrógeno ($M = 2$ kg/kmol) y el

helio ($M = 4$ kg/kmol) se obtienen longitudes de onda iguales respectivamente a 0,13 y 0,09 nm. Estas longitudes de onda de De Broglie son conmensurables con los períodos de las redes cristalinas de los sólidos. Por eso, si las moléculas y átomos neutros de hidrógeno y helio poseen propiedades ondulatorias, al reflejarse los haces formados por ellos

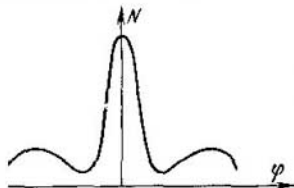


Fig. 69.6.

en la superficie de los cristales deben producirse fenómenos de difracción. Además de la reflexión especular de los átomos (o moléculas) del haz bajo el ángulo de reflexión, igual al de incidencia, en ciertas direcciones deberán observarse máximos de difracción adicionales del número de partículas reflejadas.

Las experiencias de Stern confirmaron plenamente estas conclusiones. La fig. 69.6 representa esquemáticamente los resultados de las mediciones del número de átomos (o moléculas) reflejados en la superficie del cristal en distintas direcciones. En esta figura se ve que además del máximo principal del número de partículas reflejadas, correspondiente a la reflexión especular, se observan máximos de difracción adicionales del número de átomos (moléculas) reflejados. Estos máximos adicionales se deben a las propiedades ondulatorias de las partículas neutras, cuya explicación completa se basa en la fórmula de De Broglie y en las relaciones para la red de difracción bidimensional que es la superficie del cristal.

§ 69.3. Sentido físico de las ondas de De Broglie

1. Por lo dicho en los dos párrafos precedentes se ve que la idea de De Broglie, acerca de que las partículas de sustancia tienen propiedades ondulatorias, fue confirmada

experimentalmente tanto para las partículas con carga (electrones) como para las neutras (neutrones, átomos y moléculas). En relación con esto se nos plantean dos preguntas que requieren respuesta:

a) ¿manifiestan propiedades ondulatorias los cuerpos macroscópicos con que nos encontramos diariamente?

b) ¿qué sentido físico tienen las ondas asociadas a las partículas de substancia en movimiento?

2. La respuesta a la primera pregunta tiene relación con la influencia de la masa m de la partícula y de su velocidad v sobre la longitud de onda de De Broglie. Si se considera el movimiento de un cuerpo de masa $m = 1$ g y velocidad $v = 1$ cm/s, la longitud de la onda de De Broglie correspondiente a este cuerpo será igual a $\lambda = 6,62 \cdot 10^{-27}$ cm. Esta longitud de onda está mucho más allá del límite de la posibilidad de descubrirla en cualquier experimento de difracción, ya que no existen estructuras periódicas cuyo período d sea del orden de 10^{-27} cm. A medida que aumenta la masa m del cuerpo se hace cada vez menos posible detectar las propiedades ondulatorias de los cuerpos macroscópicos.

Cuando se trata del movimiento de partículas de masa muy pequeña, cuyo orden de magnitud es comparable con la masa del electrón o del protón, el resultado es completamente otro. Como se demostró en el párrafo anterior, la longitud de onda de De Broglie de estas partículas es del orden de nanómetros, lo que da la posibilidad de descubrir sus propiedades ondulatorias por vía experimental.

3. Para contestar a la segunda pregunta recordaremos la relación mutua que existe entre las propiedades corpusculares y ondulatorias de la luz que se estudiaron en el § 68.7. Explicamos allí que el cuadrado de la amplitud de una onda luminosa en un punto cualquiera del espacio es proporcional al número de fotones que inciden sobre ese punto. Hasta ahora nos hemos referido a la longitud de onda de la correspondiente partícula, que se mueve con una velocidad determinada. Es evidente que podemos referirnos también a la amplitud de estas ondas. La cuestión acerca de la naturaleza de las ondas asociadas a las partículas de substancia en movimiento se puede formular como pregunta sobre qué sentido físico tiene la amplitud o la intensidad de estas ondas.

Como es sabido, la intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud. Las experiencias sobre la reflexión de electrones y otras partículas en superficies, examinadas en

los §§ 69.1 y 69.2, demuestran que en ciertas direcciones se observan máximos del número de partículas reflejadas. Esto significa que en dichas direcciones se refleja mayor número de partículas que en otras. Desde el punto de vista ondulatorio, la existencia de máximos en algunas direcciones significa que estas direcciones corresponden a la intensidad máxima de las ondas asociadas a las partículas reflejadas. La intensidad de la onda de De Broglie resulta ser mayor donde el número de partículas es mayor. En otras palabras, *la intensidad de la onda de De Broglie en una región dada del espacio determina el número de partículas que inciden en dicha región*. En esto consiste la interpretación estadística, probabilística, de las ondas asociadas a las partículas en movimiento. *El cuadrado de la amplitud de la onda de De Broglie en un punto dado del espacio es la medida de la probabilidad de que la partícula se encuentre en este punto*. La interpretación probabilística de las ondas de De Broglie fue propuesta por Max Born.

Subrayamos una vez más que las ondas asociadas a las partículas en movimiento no tienen nada que ver con la propagación de ningún campo electromagnético ni con las ondas electromagnéticas. Entre las ondas conocidas en la física clásica (electromagnéticas, acústicas, etc.) no hay análogas a las «ondas de probabilidad» asociadas a las partículas de substancia en movimiento.

4. Veamos algunas de las propiedades de las ondas de De Broglie. Calculemos las velocidades de fase y de grupo de la onda de De Broglie de una partícula de masa m y velocidad v . La velocidad de fase de la onda se determina por la fórmula (63.16): $u = \omega/k$. Multiplicando el numerador y el denominador por \hbar y aplicando la fórmula (69.5) y la fórmula (68.12'), que es válida para las ondas de De Broglie, obtenemos

$$u = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{e}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v} > c. \quad (69.7)$$

Vemos que la velocidad de fase de la onda de De Broglie es mayor que la velocidad de la luz en el vacío, puesto que $v < c$. Como se explicó en el § 63.8, esto no contradice la teoría de la relatividad.

La velocidad de grupo de la onda de De Broglie la calculamos por la fórmula (63.18): $U = d\omega/dk$. Si se multiplican por \hbar el numerador y el denominador y se utilizan las mismas fórmulas que nos han servido para calcular la velocidad de fase, obtenemos

$$U = \frac{d\omega}{dk} = \frac{\hbar d\omega}{\hbar dk} = \frac{de}{dp} = v. \quad (69.8)$$

Aquí se ha utilizado también la fórmula $ds = v dp$ (cap. 16, fórmula (16.10)).

La velocidad de grupo de la onda de De Broglie es igual a la velocidad de la partícula. Este resultado subraya la indisoluble relación de las ondas de De Broglie con las partículas en movimiento.

5. El descubrimiento de las propiedades ondulatorias de las partículas de substancia en movimiento constituyó un éxito muy importante de la física moderna. Junto con el carácter cuántico, sólidamente establecido por vía experimental, de las leyes que definen los procesos intraatómicos, el descubrimiento de las propiedades ondulatorias de las partículas de substancia sirvió de base para la creación de la *mecánica cuántica*. Se da este nombre a la parte de la física teórica moderna que estudia las leyes del movimiento de las partículas en la región del micromundo, en escalas de longitud de 10^{-10} — 10^{-15} m. Son objeto del estudio de la mecánica cuántica los átomos, las moléculas, los cristales, los núcleos atómicos y las partículas elementales (electrones, protones, neutrones, mesones, etc.).

Capítulo 70

NOCIÓN DE MECÁNICA CUÁNTICA

§ 70.1. Noción de función de onda

1. Las propiedades ondulatorias de las partículas de substancia y el sentido probabilístico, estadístico de las ondas de De Broglie conduce a que la descripción del movimiento de las micropartículas en la mecánica cuántica tiene un carácter peculiar no clásico. En la mecánica clásica de Newton el movimiento de un cuerpo o partícula bajo la acción de una fuerza se describe por la segunda ley de Newton. En el cap. 8 se estudió detalladamente el problema acerca de que si se dan la posición inicial (es decir, las coordenadas iniciales) y la velocidad inicial de un cuerpo, por la segunda ley de Newton se puede determinar la posición y la velocidad del cuerpo (o partícula) en cualquier instante posterior. En la mecánica clásica el dar las coordenadas y la velocidad del cuerpo en un instante determinado, tomado

como inicial ($t = 0$), es describir totalmente el estado del cuerpo (o partícula). En este caso se supone que las coordenadas y la velocidad iniciales del cuerpo (o partícula) se pueden dar con cualquier grado de exactitud, sólo dependiendo de la calidad de los instrumentos con los cuales se miden las coordenadas y las velocidades.

2. De las experiencias que condujeron al descubrimiento de las propiedades ondulatorias de las partículas de sustancia y del sentido de las ondas de De Broglie se sigue que, en la mecánica cuántica, el estado de una partícula debe darse de otro modo que en la mecánica clásica. Para la mecánica cuántica sólo tiene sentido hablar de la probabilidad de que la partícula se encuentre en un instante dado en un punto determinado del espacio, o, más exactamente, en un volumen infinitesimal ΔV . La diferencia entre la descripción cuántica del estado de una partícula y su descripción clásica consiste en que la descripción más completa del estado viene dada en la primera por la probabilidad de que la partícula se encuentre en el instante t en un volumen infinitesimal ΔV . Según el § 69.3, esta probabilidad está determinada por el cuadrado de la amplitud de la onda de De Broglie. De acuerdo con esto, en la mecánica cuántica se introduce una función $\psi(x, y, z, t)$ de cuatro variables (las tres coordenadas x, y, z , y el tiempo t) llamada *función de onda* (o función psi). Esta función se introduce como sigue: la probabilidad Δw de que la partícula se encuentre en el volumen infinitesimal ΔV es proporcional a $|\psi|^2$ y al elemento de volumen ΔV :

$$\Delta w = |\psi|^2 \Delta V \quad (70.1)$$

En esta fórmula el símbolo $|\psi|^2$ se lee así: cuadrado del módulo de la función psi. Por la fórmula (70.1) se ve que tiene sentido físico no la función ψ misma, sino el cuadrado de su módulo $|\psi|^2$:

$$|\psi|^2 = \Delta w / \Delta V.$$

La magnitud $|\psi|^2$ determina la probabilidad de que la partícula se encuentre en el punto dado del espacio*). En otras palabras, la magnitud $|\psi|^2$ está determinada por la intensidad de las ondas de De Broglie. Por lo tanto, la función ψ , dando la cual se define la posición de la partícula en el espacio, tiene sentido estadístico.

*) La magnitud $|\psi|^2$ se denomina *densidad de probabilidad*.

3. La función de onda ψ es la característica fundamental del estado de los microobjetos que estudia la mecánica cuántica. Esta función satisface la llamada ecuación de Schrödinger, que es la ley fundamental de la mecánica cuántica*). Por su importancia en la mecánica cuántica, la ecuación de Schrödinger es análoga a la ley fundamental (segunda ley de Newton) de la mecánica clásica. De un modo semejante a como en la mecánica clásica, valiéndose de la segunda ley de Newton, se resuelven los problemas relacionados con el movimiento de los cuerpos macroscópicos, en la mecánica cuántica, por medio de la ecuación de Schrödinger, se resuelven los problemas referentes al movimiento de los microobjetos.

La ecuación de Schrödinger tiene especial importancia cuando se trata de describir el movimiento de los electrones en los átomos, moléculas y cristales de los sólidos. Por medio de esta ecuación se puede demostrar que una de las conclusiones más fundamentales de la física moderna es que la energía de los electrones en los átomos, moléculas y cristales no puede tener valores arbitrarios. La energía de los electrones en estos casos sólo puede tener determinados valores discretos. En el léxico de la mecánica cuántica esto quiere decir que los electrones se encuentran en determinados estados energéticos.

El nivel de este libro excluye la posibilidad de estudiar la ecuación de Schrödinger y las conclusiones que de ella pueden sacarse. Pero en el transcurso de la exposición que sigue volveremos a tratar de uno de los problemas más importantes de la mecánica cuántica, acerca de que algunas magnitudes físicas como, por ejemplo, la energía y el momento de impulso (o momento de la cantidad de movimiento), que caracterizan el movimiento de los microobjetos, en determinados casos sólo pueden tener valores discretos.

§ 70.2. Relaciones de indeterminación (de incertidumbre) de Heisenberg

1. Las propiedades ondulatorias de las partículas y el hecho de que sólo pueda darse la probabilidad de que una partícula se encuentre en un punto dado del espacio conduce

*) Erwin Schrödinger propuso esta ecuación en 1926. La ecuación de Schrödinger no se deduce.

a que los conceptos mismos de coordenadas de la partícula y de su velocidad (o impulso) se puedan utilizar en la mecánica cuántica en medida limitada. Esto, hablando en términos generales, no tiene nada de extraño. En la física clásica también hay una serie de casos en que el concepto de coordenadas tampoco sirve para determinar la posición de un objeto en el espacio. Por ejemplo, carece de sentido decir que una onda electromagnética se encuentra en un punto dado del espacio o que la posición del frente de la superficie de onda en el agua se caracteriza por las coordenadas x, y, z . La dualidad ondulatorio-corpúscular de las propiedades de las partículas que se estudian en la mecánica cuántica conduce a que, en una serie de casos, es imposible, en el sentido clásico, caracterizar simultáneamente la partícula por su posición en el espacio (coordenadas) y por su velocidad (o impulso).

2. En el § 61.3 se demostró que si se tiene un tren de ondas, limitado en el espacio, cuya longitud a lo largo del eje x sea Δx , este tren no puede ser monocromático. Para este tren de ondas es inevitable cierta heterocromaticidad, es decir, la existencia de cierto intervalo $\Delta\omega$ de frecuencias de las ondas monocromáticas que integran dicho tren. En vez del intervalo de frecuencias $\Delta\omega$ se puede considerar el intervalo Δk de números de onda. Recuérdese que el número de onda $k = 2\pi/\lambda$. De acuerdo con la fórmula (61.7), entre Δx y Δk existe la relación*):

$$\Delta x \cdot \Delta k \geq 1. \quad (70.2)$$

Esta relación es válida para cualesquiera procesos ondulatorios. Apliquémosla a la onda de De Broglie de una partícula que se mueve a lo largo del eje x y cuyo impulso $p_x = p$ (**). Por la fórmula (69.2) tenemos que $p = h/\lambda$ o, si se introduce la magnitud $\hbar = h/2\pi$, se obtiene

$$p = \frac{2\pi}{\lambda} \hbar = k\hbar. \quad (70.3)$$

Esta misma relación deberá existir entre Δp y Δk , que son las variaciones de las magnitudes p y k :

$$\Delta p = \Delta k \cdot \hbar, \text{ por consiguiente, } \Delta k = \Delta p / \hbar = \Delta p_x / \hbar.$$

*) Cuando la deducción de (61.7) es más rigurosa, el signo \approx se sustituye por \geq .

**) Si la partícula se mueve en una dirección arbitraria, su impulso p tiene tres proyecciones: p_x, p_y y p_z . Si el movimiento es a lo largo del eje x , se tiene que $p_y = p_z = 0$, y, por lo tanto $p_x = p$.

Sustituyendo estas expresiones en (70.2) obtenemos la relación

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar. \quad (70.4)$$

Si la partícula se moviera a lo largo de los ejes y o z , de manera que las proyecciones de sus impulsos sobre los ejes fueran p_y y p_z , obtendríamos relaciones análogas:

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar, \quad (70.5)$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar. \quad (70.6)$$

Las fórmulas (70.4)–(70.6) se llaman *relaciones de indeterminación* (incertidumbre) de Heisenberg, en honor del físico alemán Werner Heisenberg, que las estableció en 1927. En estas fórmulas Δx , Δy y Δz indican las zonas de coordenadas a lo largo de los ejes x , y , z en las cuales se puede encontrar la partícula a que corresponde cierta onda de De Broglie. Al mismo tiempo, las proyecciones del impulso de la partícula sobre los ejes se encuentran respectivamente dentro de los límites Δp_x , Δp_y y Δp_z . Las relaciones de indeterminación demuestran que las coordenadas de la partícula x , y , z y las proyecciones de su impulso p_x , p_y , p_z sobre los respectivos ejes de coordenadas no pueden tener *simultáneamente* valores *exactamente* iguales a x y p_x , y y p_y , z y p_z . Las magnitudes Δx y Δp_x , Δy y Δp_y , Δz y Δp_z , ligadas por las relaciones de indeterminación, no pueden ser iguales a cero simultáneamente. En otras palabras, las coordenadas de la partícula y las proyecciones de su impulso pueden tener valores conocidos únicamente con cierto grado de indeterminación, que se infiere de las fórmulas (70.4)–(70.6).

3. Las relaciones de indeterminación de Heisenberg se pueden ilustrar con el ejemplo del paso de un flujo de electrones por una rendija estrecha. Supongamos que sobre una pantalla opaca con una rendija de anchura AB , paralela al eje x , incide en la dirección del eje y un flujo de electrones con velocidad v (véase la fig. 68.7). A la izquierda de la pantalla cada uno de los electrones tiene un impulso determinado $p = p_y = mv$ y, por lo tanto, $\Delta p_y = 0$. Las proyecciones del impulso sobre los ejes x y z son nulas, $p_x = p_z = 0$. Las coordenadas de cada electrón sobre el eje y pueden ser cualesquiera: el valor de y puede variar desde $-\infty$ hasta 0. De la fórmula (70.5) se sigue que $\Delta y \geq \hbar/\Delta p_y$ cuando $\Delta p_y = 0$, $\Delta y = \infty$. Esto corresponde a una posición totalmente indeterminada del electrón sobre el eje y . En el instante en que el electrón pasa por la rendija, se halla entre sus bordes y la coordenada x del electrón estará entre los límites de la anchura de la rendija AB . Disminuyendo esta anchura se puede disminuir la indeterminación Δx

de la coordenada x a cualesquiera límites necesarios y, por consiguiente, se puede fijar el valor de la coordenada del electrón sobre el eje x con la exactitud que se desee.

Pero, como sabemos por lo anterior, cuando las dimensiones de la rendija son pequeñas, es decir, comparables con la longitud de la onda de De Broglie del electrón, debe observarse una figura de difracción en la distribución de los electrones detrás de la pantalla. En la pantalla fluorescente CD que hay detrás de la rendija, la distribución de los electrones se caracteriza por el máximo principal, situado simétricamente respecto del eje y , y por los máximos secundarios que hay a ambos lados del principal (curva MN de la fig. 68.7). Lo esencial es que si hasta la rendija todos los electrones se movían a lo largo del eje y y por eso no tenían proyecciones del impulso sobre el eje x ($p_x = 0$), después de pasar por ella los electrones se desvían de la dirección inicial del movimiento y adquieren cierto impulso Δp_x a lo largo del eje x . Por la fig. 68.7 se ve que

$$\Delta p_x = p \operatorname{sen} \alpha = (h/\lambda) \operatorname{sen} \alpha, \quad (70.7)$$

si se aplica la fórmula (69.2) para el impulso p . Supongamos para simplificar que sólo tomamos en consideración los electrones que inciden sobre la pantalla CD dentro de los límites del máximo de difracción principal, o sea, dentro de los límites del ángulo entre el eje y y la dirección hacia el primer mínimo de difracción *). La posición de este mínimo en la pantalla está determinada por el hecho de que la diferencia de marcha de las ondas de De Broglie difractadas en los bordes superior e inferior de la rendija debe ser igual a la longitud de onda:

$$\Delta x \cdot \operatorname{sen} \alpha = \lambda. \quad (70.8)$$

Multiplicando término a término las partes izquierdas y derechas de las fórmulas (70.7) y (70.8), obtenemos $\Delta x \cdot \Delta p_x = h$, es decir, una de las relaciones de indeterminación de Heisenberg.

4. Las relaciones de indeterminación, en rigor, son válidas para cualesquiera masas, incluso para los cuerpos macroscópicos. Las limitaciones para la posible aplicación de los conceptos de coordenadas e impulso en su sentido clásico, concernientes a las relaciones de indeterminación, se manifiestan sólo en aquellos casos en que desempeña un papel importante la dualidad ondulatorio-corpúscular de las propiedades de los objetos que se estudian. En los casos en los que la longitud de la onda de De Broglie se hace insignificante (§ 69.3), también tienen poca importancia las limitaciones que introducen las relaciones de indeterminación en la posibilidad de describir el movimiento de las partículas por medio de los conceptos clásicos de coordenadas y velocidad (o impulso).

*). Es fácil demostrar que si se tienen en cuenta los máximos de difracción secundarios, la marcha de los razonamientos y las conclusiones no varían.

En virtud de esto tiene especial importancia la comparación de la ley fundamental del movimiento en la mecánica clásica con el papel de las relaciones de indeterminación. De esta cuestión se trató detalladamente en el § 14.3, en el que, sin embargo, no se pudo poner de manifiesto el verdadero contenido de las relaciones de indeterminación. Recomendamos al lector que vuelva a repasar dicho párrafo y que analice con atención especial las deducciones que allí se hicieron en el p. 5.

5. Además de las relaciones de indeterminación (70.4)—(70.6), entre las coordenadas y los impulsos existe otra relación importante del mismo tipo. Se puede demostrar que si una partícula se encuentra cierto tiempo Δt en estado no estacionario, la energía \mathcal{E} de este estado sólo se puede determinar con una exactitud de hasta la magnitud $\Delta \mathcal{E}$. La indeterminación $\Delta \mathcal{E}$ de la partícula está ligada con el tiempo Δt por la relación, análoga a las (70.4)—(70.6),

$$\Delta \mathcal{E} \cdot \Delta t \geq \hbar, \quad (70.9)$$

también llamada *relación de indeterminación para la energía y el tiempo*. La relación (70.9) se puede obtener partiendo de la condición de heterocromaticidad de principio de un tren de ondas limitado (interrumpido) de la forma (53.22)*)

$$\Delta \omega \cdot \Delta t \geq 1, \quad (70.10)$$

donde Δt es la duración del tren de ondas, y $\Delta \omega$, el intervalo de frecuencias de las ondas monocromáticas que componen el tren. Basta recordar la fórmula (69.5) $\mathcal{E} = \hbar \omega$ y escribirla para los incrementos $\Delta \mathcal{E}$ y $\Delta \omega$:

$$\Delta \mathcal{E} = \hbar \cdot \Delta \omega.$$

Determinando de aquí $\Delta \omega = \Delta \mathcal{E} / \hbar$ y sustituyendo este valor en la fórmula (70.10), obtenemos la relación de indeterminación de la forma (70.9). Como se verá más adelante, esta relación desempeña un gran papel en la física atómica y nuclear.

6. Las relaciones de indeterminación de Heisenberg se ligan a veces indebidamente con el nivel de desarrollo actual de la teoría cuántica. No es raro toparse con la afirmación de que estas relaciones no son una limitación en la posibili-

*) En esta relación el signo \approx se sustituye por el \geq cuando la deducción es más rigurosa.

dad de aplicar a las partículas del micromundo los conceptos clásicos de coordenadas e impulsos, sino que únicamente limitan el grado de exactitud con el cual, en un nivel dado de la experiencia y la teoría, se pueden medir al mismo tiempo las coordenadas y los impulsos. Esto significa que con el desarrollo ulterior de la física cuántica quizá pueda darse la posibilidad de determinar al mismo tiempo las coordenadas y los impulsos más exactamente.

Estas opiniones son erróneas. Las relaciones de indeterminación son consecuencia de la existencia objetiva de la dualidad de las propiedades de las partículas del micromundo, es decir, de que tengan propiedades corpusculares y ondulatorias. Estas relaciones acreditan la *objetividad* de las limitaciones existentes en la posibilidad de describir el comportamiento de los microobjetos por medio de los conceptos clásicos de coordenadas e impulsos. En una serie de casos carece de sentido el describir el movimiento de un microobjeto como se hace en la mecánica clásica, o sea, dando en cada instante sus coordenadas e impulso, ya que estos conceptos mismos no pueden aplicarse al microobjeto.

7. Respecto de las relaciones de indeterminación también se plantea la pregunta siguiente: ¿por qué hay que describir el comportamiento de los microobjetos mediante conceptos clásicos, como coordenadas, impulso y otros, si no siempre, ni mucho menos, pueden utilizarse? Porque todo experimento que proporcione información sobre el comportamiento y las propiedades de los microobjetos es macroscópico (la desviación del índice del instrumento, la posición del punto brillante en la pantalla del oscilógrafo, la fotografía de la traza de la partícula, etc.). La acción de todos los instrumentos con que se estudia el comportamiento de las micropartículas en el espacio y con el tiempo, se subordina a la mecánica y electrodinámica clásicas y la información que proporcionan tiene carácter macroscópico, o sea, debe interpretarse en conceptos de la física clásica. Por esto tenemos que aplicar inevitablemente a los microobjetos, aunque sólo sea parcialmente, la descripción clásica valiéndonos de los conceptos clásicos. Y como estos conceptos sólo son aplicables en grado limitado a los objetos que se subordinan a la mecánica cuántica, existen los límites de aplicabilidad de los conceptos clásicos que establecen las relaciones de indeterminación de Heisenberg.

El proceso de interacción de un instrumento con el obje-

to que se estudia recibe el nombre de *medición*. Este proceso tiene lugar en el espacio y tiempo y es un proceso objetivo. Existe, no obstante, una diferencia importante entre la interacción del instrumento con los macro y microobjetos. La interacción del instrumento con un macroobjeto es una interacción entre dos macroobjetos que se describe con grado de exactitud suficiente por las leyes de la física clásica. En este caso se puede considerar que el instrumento no ejerce sobre el objeto que se mide una influencia que no pueda ser tenida en cuenta exactamente en términos (conceptos) de la mecánica o de la electrodinámica clásicas o que pueda hacerse tan pequeña como se quiera.

Cuando el instrumento interacciona con microobjetos se crea una situación distinta. A causa de la naturaleza dual, de existencia objetiva, de los microobjetos, el proceso de medición, por ejemplo, la fijación de una posición determinada de una micropartícula, introduce en su impulso una variación que no puede reducirse a cero y que solamente se puede determinar dentro de los límites de la relación de indeterminación $\Delta p_x \geq \hbar/\Delta x$. Por eso la acción del instrumento sobre la micropartícula no se puede considerar pequeña e insignificante; el instrumento varía el estado del microobjeto. Esta variación es tal, que, como resultado de la medición, determinadas características clásicas de la partícula, como, por ejemplo, su impulso, vienen dados solamente dentro de los marcos limitados por las relaciones de indeterminación.

8. Los resultados del proceso de medición son percibidos por el observador. Esta circunstancia dio motivo a que algunos físicos (y entre ellos, en primer lugar, el propio Heisenberg) atribuyeran al observador un papel especial en la mecánica cuántica. En el sentido filosófico esta concepción es una expresión del idealismo subjetivo. Heisenberg escribió: «Mientras que el objeto de la física clásica lo constituyen sucesos objetivos en el espacio y tiempo, para cuya existencia no tiene importancia su observación, la teoría cuántica examina procesos que, por así decirlo, relumbran en el instante de ser observados y sobre los cuales son absurdas las opiniones físicas intuitivas para el intervalo entre dos observaciones».

Las relaciones de indeterminación no dan pie a estas y otras conclusiones idealistas semejantes que niegan el desarrollo objetivo de los procesos del micromundo.

9. Una de las conclusiones idealistas de las relaciones de indeterminación es la afirmación de que, al parecer, de estas relaciones se infiere la inaplicabilidad del principio de causalidad a los fenómenos que transcurren en el micromundo. A primera vista, superficial, parece que esta afirmación tiene fundamento. Realmente el principio de causalidad requiere que, basándose en el conocimiento en un instante dado del estado de un sistema, se pueda predecir exactamente su estado en cualquier instante posterior. La mecánica clásica de Newton permite que por las coordenadas x_0, y_0, z_0 y las proyecciones de la velocidad v_{x0}, v_{y0}, v_{z0} de cualquier punto material, conocidas en un instante dado t_0 , se pueden hallar, resolviendo la ecuación de su movimiento, las coordenadas y la velocidad del punto en un instante t . Esta concepción se llama *determinismo mecánico*. Pero como las coordenadas y la velocidad de los microobjetos sólo pueden determinarse simultáneamente dentro de los límites de las relaciones de indeterminación, parece que se puede concluir que en el instante inicial t_0 no puede determinarse exactamente el estado del sistema y, por lo tanto, sus estados posteriores tampoco se pueden predecir, o sea, se infringe el principio de causalidad.

En realidad esto no es así. En la mecánica cuántica el concepto mismo de estado de un sistema adquiere otro sentido que en la física clásica y para determinar dicho estado se necesita otro enfoque. El modo más exacto de dar el estado de un microobjeto en la mecánica cuántica es dando su función ψ . Esta función dada para el instante t_0 determina su valor para un instante $t > t_0$. En otras palabras, en la mecánica cuántica, de acuerdo con los requerimientos del principio de causalidad, el estado del microobjeto determinado en cierto instante t_0 predetermina unívocamente sus estados posteriores. A los microobjetos no se puede aplicar el principio de causalidad en la forma tomada de la mecánica clásica y basada en el empleo «ordinario» de los conceptos de coordenadas e impulsos, ya que la naturaleza peculiar de los microobjetos no lo permite.

§ 70.3. Movimiento de una partícula libre

1. En este párrafo y en los sucesivos vamos a examinar varios ejemplos del movimiento de las micropartículas en las condiciones en que sus propiedades ondulatorias deter-

minan el carácter de dicho movimiento y de la energía de las partículas. Al hacer esto tiene gran importancia distinguir dos casos: primero, cuando sobre la partícula no actúa ninguna fuerza (movimiento libre) y segundo, cuando la partícula se mueve bajo la acción de diversas fuerzas (movimiento dependiente). La diferencia entre estos dos casos consiste en que la característica más importante de la partícula en movimiento, su energía \mathcal{E} , no puede tomar valores cualesquiera cuando existen fuerzas que actúan sobre aquélla. Si la partícula, además de la energía cinética K , tiene energía potencial U , su energía total \mathcal{E} es una magnitud *cuantizada*. Una magnitud física se dice que está cuantizada si sólo puede tomar una serie determinada de valores discretos.

2. Primeramente vamos a examinar el caso en que una partícula de masa m se mueve con la velocidad constante v a lo largo de cierta dirección tomada como eje x y ninguna fuerza actúa sobre ella, es decir, su movimiento es libre. El impulso de la partícula $p = mv$ y su longitud de onda de De Broglie $\lambda = h/p$. Al movimiento de la partícula a lo largo del eje x corresponde una onda de De Broglie que se propaga en esta misma dirección y se caracteriza por el número de onda $k = 2\pi/\lambda$. En el capítulo 56 se demostró que la ecuación de una onda plana que se propaga a lo largo del eje x poseyendo una frecuencia determinada ω y un número de onda k , tiene la forma (56.8): $s = A \cos(\omega t - kx)$, en la que A es la amplitud de la onda.

En la mecánica cuántica se demuestra que la ecuación general de la onda de De Broglie plana es la expresión

$$\psi = A (\cos \alpha + i \sin \alpha), \quad (70.11)$$

donde

$$\alpha = \omega t - kx = \frac{\mathcal{E}}{\hbar} t - \frac{p}{\hbar} x. \quad (70.12)$$

Aquí \mathcal{E} y p son, respectivamente, la energía y el impulso de la partícula, e i , la unidad imaginaria (es decir, $i^2 = -1$).

La probabilidad de que la partícula se encuentre en un volumen ΔV se determina por la fórmula (70.1), en la que $|\psi|^2 = \psi\psi^*$ es el cuadrado del módulo de la función ψ , o sea, el producto de ψ por la función ψ^* conjugada compleja de la ψ (en otras palabras, que difiere de ψ por el signo de la

unidad imaginaria). Calculando el producto $\psi\psi^*$, obtenemos

$$\begin{aligned}\psi^2 &= \psi\psi^* = A (\cos \alpha + i \operatorname{sen} \alpha) \cdot A (\cos \alpha - i \operatorname{sen} \alpha) = \\ &= A^2 (\cos^2 \alpha - i \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha + i \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha) = \\ &= A^2.\end{aligned}$$

Así, pues, tenemos una constante, independiente del tiempo de intensidad de la onda de De Broglie. De acuerdo con el sentido físico de las ondas de De Broglie (§ 69.3),

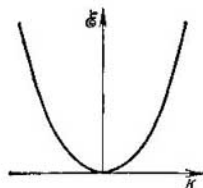


Fig. 70.1.

esto indica que existe una probabilidad igual y constante de que la partícula se encuentre en cualquier punto del eje x . Desde el punto de vista de las relaciones de indeterminación, el movimiento libre de una partícula de impulso p dado exactamente, significa que la posición de esta partícula sobre el eje x se hace indeterminada totalmente. Esto mismo nos dice la igual probabilidad de que la partícula se encuentre en todos los puntos del eje x . La partícula puede moverse con cualquier velocidad v , a lo que corresponde una energía $\mathcal{E} = mv^2/2$, que toma junto con la velocidad v cualesquiera valores posibles.

Expresemos la energía de la partícula por medio de la longitud de onda de De Broglie λ . Por la fórmula (69.2), $\lambda = h/mv$, de donde $v = h/m\lambda$. Sustituyendo este valor en la expresión de la energía, obtenemos

$$\mathcal{E} = \frac{mv^2}{2} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}. \quad (70.13)$$

Finalmente, teniendo en cuenta que $\lambda = 2\pi/k$, se puede expresar la energía \mathcal{E} mediante el número de onda k :

$$\mathcal{E} = \frac{k^2 h^2}{8\pi^2 m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}. \quad (70.14)$$

En la fig. 70.1 se muestra la parábola que expresa la dependencia de la energía \mathcal{E} de la partícula libre respecto de los números de ondas k de las ondas de De Broglie de la partícula, es decir, respecto de la velocidad $v = \hbar k/m$.

§ 70.4. Partícula en un pozo de potencial rectangular

1. Examinemos ahora el caso de una partícula microscópica cuyo movimiento a lo largo del eje x esté limitado del modo siguiente. Desde el origen de coordenadas $x = 0$ hasta el punto $x = L$ la partícula se mueve libremente. Pero no puede salir fuera de los límites de la región $(0, L)$. Esto significa que en los límites de esta región $(0, L)$, en los puntos $x = 0$ y $x = L$, la energía potencial U de la partícula se hace infinita. Podemos figurarnos, por ejemplo, que la partícula se mueve por el fondo de una caja plana de paredes infinitamente altas y perfectamente reflectoras. En este caso se dice que la partícula se encuentra dentro de un pozo de potencial infinitamente profundo y que su movimiento está limitado por cierta barrera de potencial.

Está claro que este tipo de barreras prácticamente no existe. Pero al estudiar la conductibilidad eléctrica de los metales utilizamos la imagen de que los electrones libres (de valencia) del metal se encuentran dentro de un pozo de potencial de fondo plano, siendo la altura de la barrera de potencial igual al trabajo de salida del electrón del metal (§ 44.9). Por lo tanto, el problema a que nos referimos es el modelo simplificado de un problema físico real muy importante.

2. En este problema nos encontramos con la limitación del movimiento de la partícula. Esta se halla dentro de una trampa rectangular, es decir, encerrada en ella. La forma de la trampa depende de la energía potencial de la partícula. En nuestro caso la energía potencial de la partícula depende de un modo muy simple de la coordenada x : si $x < 0$ ó $x > L$, $U = \infty$; si $0 \leq x \leq L$, $U = 0$.

Veamos cómo se comporta la onda de De Broglie asociada a la partícula que se mueve dentro de la trampa rectangular. En las paredes de la caja se refleja la onda y, como resultado de esto, dentro del pozo de potencial, al superponerse las ondas incidente y reflejada, deben originarse ondas de De Broglie estacionarias. Un hecho semejante tenemos cuando se estudian las ondas estacionarias en una cuerda sujeta por ambos extremos (§ 57.2); en este caso en la longitud de la cuerda debe haber un número entero n de semiondas (véase (57.7)):

$$n\lambda_n/2 = L, \text{ o } \lambda_n = 2L/n \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (70.15)$$

Por lo tanto, la longitud de una onda estacionaria no puede ser arbitraria. Esta longitud depende de los números enteros n y por eso se designa por λ_n . Existe cierto conjunto discreto de longitudes de onda que se pueden establecer en la cuerda sujeta.

Es evidente que estos razonamientos son también aplicables a la onda de De Broglie de la partícula que se mueve dentro de la trampa rectangular. En la longitud del pozo de potencial debe haber un número entero de semiondas de De Broglie. La fórmula (70.13) la escribimos ahora de una forma algo diferente:

$$\mathcal{E}_n = \frac{mv_n^2}{2} = \frac{h^2}{2m\lambda_n^2}. \quad (70.13')$$

El subíndice n de la velocidad v y de la energía \mathcal{E} indica que la velocidad y la energía de la partícula en la trampa de potencial rectangular no pueden tener valores arbitrarios. Junto con la longitud de onda λ , la velocidad y la energía serán magnitudes cuantizadas que sólo tomarán determinados valores discretos. Sustituyendo en (70.13') los valores de λ_n de (70.15), obtenemos:

$$\mathcal{E}_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2} \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (70.16)$$

La fórmula (70.16) muestra que la partícula encerrada en la trampa de potencial rectangular puede tener valores cuantizados de la energía directamente proporcionales a los cuadrados de los números enteros n .

3. Hasta ahora nos hemos referido a una partícula microscópica cualquiera que posea propiedades ondulatorias y se halle encerrada en una trampa. Supongamos ahora para concretar que en la trampa de potencial se encuentra un electrón. Los valores cuantizados de \mathcal{E}_n se llaman *niveles de energía* y los números n que determinan los niveles de energía del electrón se denominan *números cuánticos*. De este modo, dentro del pozo de potencial el electrón puede hallarse en un nivel de energía determinado. A veces se dice que se encontrará en un estado cuántico estacionario n determinado. Con esto se subraya que el estado del electrón con energía \mathcal{E}_n no depende del tiempo y que el electrón, en ausencia de influencias externas, puede encontrarse en este estado tanto tiempo como se quiera.

Es muy importante que el electrón no pueda tener una energía que no coincida con la de uno de los niveles. Sólo son posibles aquellas energías del electrón en la caja de potencial rectangular que coinciden con los niveles de energía determinados por la fórmula (70.16).

4. Vamos a estudiar la influencia de las dimensiones lineales de la trampa sobre la cuantización de la energía. Demostraremos, en primer lugar, que la cuantización de la energía se hace importante únicamente en el caso en que las dimensiones lineales de la caja de potencial son conmensurables con las dimensiones del átomo $L = 1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$. Para esto calculamos la diferencia de energía $\Delta \mathcal{E}$ del electrón cuando se encuentra en dos niveles de energía contiguos \mathcal{E}_{n+1} y \mathcal{E}_n . Por la fórmula (70.16) tenemos que

$$\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E}_{n+1} - \mathcal{E}_n = \frac{\hbar^2}{8mL^2} [(n+1)^2 - n^2] = (2n+1) \frac{\hbar^2}{8mL^2}. \quad (70.16')$$

Sustituimos en la fórmula (70.16') los valores numéricos $\hbar = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ y $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ para el electrón que se halla en una caja de potencial de dimensiones lineales $L = 10^{-9} \text{ m}$, conmensurables con las dimensiones del átomo. Obtenemos

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{E} &= (2n+1) \frac{(6,62 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-18}} = (2n+1) \cdot 6,0 \cdot 10^{-20} \text{ J} = \\ &= (2n+1) \cdot 0,38 \text{ eV}. \end{aligned}$$

La «distancia» entre los niveles de energía contiguos, al crecer n , aumenta proporcionalmente a la serie de los números impares $(2n+1)$.

Para una caja de dimensiones macroscópicas $L = 10^{-2} \text{ m}$ obtenemos de un modo análogo los resultados siguientes:

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{E} &= (2n+1) \frac{(6,62 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-4}} = (2n+1) \cdot 6,0 \cdot 10^{-34} \text{ J} = \\ &= (2n+1) \cdot 3,8 \cdot 10^{-16} \text{ eV}. \end{aligned}$$

Los niveles de energía están en este caso tan juntos que se pueden considerar prácticamente continuos. Estos niveles forman una densa sucesión de *niveles cuasicontínuos*. La cuantización de la energía del electrón en una trampa de dimensiones macroscópicas da unos resultados que difieren insignificamente de los de la física clásica, es decir, la

energía del electrón, en este caso, puede variar de un modo continuo. Cuando $L \rightarrow \infty$, la sucesión de los niveles se hace rigurosamente continua, puesto que $\Delta\mathcal{E} \rightarrow 0$.

5. En el § 14.3, al estudiar el papel de las relaciones de indeterminación para definir el movimiento, vimos que cuando el movimiento de la partícula es macroscópico, pueden no tomarse en consideración las limitaciones que introducen las relaciones de indeterminación en la posibilidad de describir el movimiento con ayuda del concepto de trayectoria. Y al contrario, cuando el electrón se mueve en un átomo, donde está encerrado en una trampa de dimensiones lineales del orden de las dimensiones del átomo, el concepto de trayectoria de la partícula carece de fundamento.

Ahora vemos que en el caso de una trampa de dimensiones macroscópicas la energía del electrón también se comporta de un modo clásico: puede tomar valores continuos arbitrarios. Un resultado totalmente distinto tenemos en el caso en que el electrón está encerrado en una trampa de dimensiones atómicas. Aquí no sólo pierde su sentido el concepto de trayectoria del electrón, sino que su característica más importante, la energía, resulta cuantizada. Ésta sólo puede variar «a saltos», de manera que el electrón salta de un estado de energía a otro. Esta deducción es fundamental en la mecánica cuántica y no depende de la forma concreta del pozo de potencial (trampa) en que se encuentra el electrón u otra micropartícula.

6. Veamos cómo depende la cuantización de la energía de la magnitud del número cuántico n . Para esto nos valdremos de la fórmula (70.16') de la diferencia $\Delta\mathcal{E}$ y formaremos la relación $\Delta\mathcal{E}/\mathcal{E}_n$. Se obtiene

$$\frac{\Delta\mathcal{E}}{\mathcal{E}_n} = \frac{2n+1}{n^2}. \quad (70.17)$$

Si los valores del número cuántico n son grandes, tenemos que $2n + 1 \approx 2n$ y la relación (70.17) da

$$\frac{\Delta\mathcal{E}}{\mathcal{E}_n} = \frac{2}{n}. \quad (70.18)$$

Se ve que cuando $n \gg 1$ la relación $\Delta\mathcal{E}/\mathcal{E}_n \ll 1$ o $\Delta\mathcal{E} \ll \mathcal{E}_n$. Esto significa que cuando aumenta el número cuántico n la diferencia entre los niveles de energía más próximos crece más lentamente que la magnitud de la energía de cada uno de los niveles. En otras palabras, al crecer n

debe producirse un acercamiento relativo de los niveles de energía. Si los números cuánticos son grandes, la cuantización de la energía da resultados próximos a los que se obtienen en la consideración clásica, o sea, los niveles se hacen casi continuos. En esto encuentra su expresión el *principio de correspondencia* en su forma definitiva enunciada por N. Bohr en 1923: *para números cuánticos grandes, las deducciones y los resultados de la mecánica cuántica deben corresponderse con los resultados clásicos, es decir, los resultados cuánticos pasan a ser resultados clásicos.*

En una enunciación más general, el principio de correspondencia afirma que entre toda teoría física que sea generalización y desarrollo de la clásica y la teoría clásica inicial existe relación: en determinados casos límites la nueva teoría debe transformarse en la antigua. Así, por ejemplo, en los caps. 12—13 vimos que las fórmulas de cinemática y dinámica de la teoría especial de la relatividad se transforman en las fórmulas de la mecánica clásica de Newton para velocidades $v \ll c$ tales que $(v/c)^2 \ll 1$, y en los §§ 57.6 y 65.1 se comprobó que las deducciones de la óptica ondulatoria se transforman en los resultados de la óptica geométrica cuando se puede despreciar la longitud de la onda luminosa en comparación con cualesquiera de las distancias que figuran en el problema dado y considerar que $\lambda \rightarrow 0$. Entre la mecánica cuántica y la clásica la transición en el límite está relacionada con la posibilidad de despreciar la finitud de la magnitud h y de considerar $h \approx 0$.

§ 70.5. El oscilador lineal armónico en mecánica cuántica

1. Supongamos que una partícula de masa m se mueve a lo largo del eje x por la acción de una fuerza casi elástica $F = -kx$ proporcional a la desviación de la partícula de su posición de equilibrio. Aquí k es la rigidez del muelle de (§ 8.4). Esta partícula, llamada oscilador lineal armónico, es un modelo muy fructífero en la óptica y la física atómica. Así, al estudiar el fenómeno de la dispersión de la luz consideramos los electrones ópticos (de valencia) de los átomos que oscilan bajo la acción del campo eléctrico de la onda luminosa. En esencia consideramos que los átomos se comportan como osciladores armónicos. El modelo del átomo como oscilador armónico (oscilador atómico) también es

fructífero en otros problemas. La radiación del cuerpo negro la consideramos resultado de que los átomos-vibradores son fuentes de ondas electromagnéticas. Planck consideraba cada átomo-vibrador como un oscilador atómico armónico cuya energía sólo puede variar en porciones aisladas (§ 67.3). En la mecánica cuántica las ideas de Planck recibieron fundamento y desarrollo.

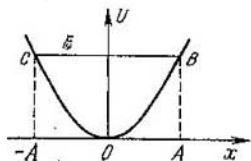


Fig. 70.2.

2. Recordaremos ante todo cómo se deben considerar las oscilaciones de un oscilador armónico en la física clásica. La fig. 70.2 representa la gráfica de la energía potencial U de un oscilador: $U = kx^2/2$. Esta misma gráfica indica el valor de la energía total \mathcal{E} de la partícula. A los puntos B y C de la gráfica $U(x)$ corresponden las desviaciones máximas de la partícula de su posición de equilibrio, en los cuales la velocidad de la partícula se anula y su energía total

$$\mathcal{E} = K + U(x) = \frac{mv^2}{2} + U(x) \quad (70.19)$$

se hace igual a la potencial:

$$\text{cuando } v = 0 \quad \mathcal{E} = U(x) = \frac{kA^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2}. \quad (70.20)$$

La amplitud A de las oscilaciones del oscilador viene determinada por su reserva de energía total \mathcal{E} :

$$A = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{k}} = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m\omega^2}} = \frac{1}{2\pi\nu} \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m}}. \quad (70.21)$$

Aquí se ha utilizado la relación $k = m\omega^2$ (§ 8.4).

Desde el punto de vista clásico es evidente que la partícula, al efectuar sus oscilaciones, no puede salir de los límites de la región $(-A, A)$. Su salida indicaría que la energía potencial U se había hecho mayor que la energía total \mathcal{E} de la partícula: $U > \mathcal{E}$, lo que corresponde a la conclusión absurda de que existe energía cinética negativa, es decir, velocidad imaginaria. Porque si $mv^2/2 < 0$, será v una magnitud imaginaria (!).

3. Examinemos ahora el oscilador armónico cuántico. El paso de la consideración clásica a la cuántica significa

que deberemos tener en cuenta las propiedades ondulatorias de la partícula encerrada en la trampa de potencial de forma parabólica (véase la fig. 70.3). En la mecánica cuántica las relaciones de indeterminación conducen a un resultado nuevo en principio: la energía total del oscilador armónico y la amplitud de sus oscilaciones no pueden ser nulas. En efecto, si la partícula está «encerrada» en la región $\Delta x \approx A$, de acuerdo con (70.4), $\Delta p_x \approx \hbar/A$ y el impulso p de la partícula no puede ser nulo. Como se demostró en el § 16.7,

$$p \geq \Delta p_x \approx \hbar/A.$$

Al mismo tiempo la energía \mathcal{E} satisface la relación

$$\mathcal{E} \geq K = \frac{p^2}{2m} \geq \frac{\hbar^2}{2mA^2}. \quad (70.22)$$

Comparando (70.22) con (70.20) y eliminando la amplitud A , tenemos

$$\mathcal{E}^2 \geq \hbar^2 \omega^2/4, \text{ ó } \mathcal{E} \geq \hbar \omega/2.$$

Por lo tanto existe un valor mínimo de la energía total del oscilador armónico

$$\mathcal{E}_0 = \hbar \omega/2 = h\nu/2 \quad (70.23)$$

y recibe el nombre de *energía del punto cero* del oscilador.

4. La energía del punto cero del oscilador está determinada únicamente por su frecuencia propia ν . Esta energía no se le puede quitar a la partícula por mucho que se enfríe; se conserva incluso a la temperatura del cero absoluto. La energía del punto cero corresponde a ciertas «oscilaciones del punto cero» del oscilador cuántico.

La existencia de la energía del punto cero se ha confirmado experimentalmente en el fenómeno de la difusión de la luz en los cristales a temperaturas ultrabajas. La difusión de la luz en los cristales se produce en las oscilaciones térmicas que efectúan los átomos, las moléculas y los iones que hay en los nudos de la red cristalina (§ 62.8). Desde el punto de vista clásico la intensidad de la luz difusa debe decrecer hasta cero al disminuir hasta cero la temperatura, ya que deben cesar las oscilaciones térmicas de los nudos de la red en que tiene lugar la difusión de la luz. Las experiencias han demostrado que, al disminuir la temperatura, la intensidad de la luz difundida en los cristales tiende a cier-

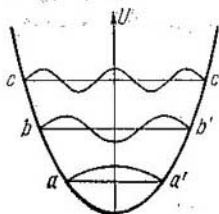


Fig. 70.3.

to valor límite que no decrece cuando el cristal se sigue enfriando. Los resultados de los experimentos han demostrado que cuando $T \rightarrow 0$ las partículas que hay en los nudos de la red conservan ciertas «oscilaciones del punto cero» en las cuales se produce la difusión de la luz. A las «oscilaciones del punto cero» corresponde la energía del punto cero de los osciladores.

La existencia de la energía del punto cero es un indicio característico de todo sistema de partículas examinado en la mecánica cuántica. A temperaturas próximas al cero absoluto toda substancia se halla en estado cristalino y sus átomos (moléculas o iones) se comportan como ciertos osciladores oscilantes.

Una excepción es el helio, que es líquido cuántico hasta llegar al cero absoluto si la presión no excede 2,53 MPa. Esto se explica, primero, porque la frecuencia de las oscilaciones de los átomos de helio es suficientemente grande, debido a que su masa es pequeña ($\nu \sim \sqrt{1/m}$, véase el § 49.2). Por eso la energía del punto cero del helio $h\nu/2$ tiene un valor relativamente grande. Por otra parte, las fuerzas de interacción entre los átomos del helio son pequeñas, porque sus capas electrónicas con dos electrones están totalmente «ocupadas» (§ 73.2). Como resultado, los átomos de helio, cuando la temperatura $T \rightarrow 0$, se hallan en intenso movimiento y el helio, a presiones relativamente bajas, permanece también en estado líquido cuando $T \rightarrow 0$. Como la causa de esto es un efecto cuántico (la existencia de la energía del punto cero), el helio líquido se dice que es un *líquido cuántico*.

5. Hallemos ahora todos los valores posibles de la energía total del oscilador armónico cuántico. El movimiento de la partícula en este caso está limitado por la curva de potencial parabólica $U = \frac{m\omega^2}{2}x^2$ (fig. 70.3). Lo mismo que en el caso de la partícula «encerrada» en la caja rectangular, la existencia de la trampa de potencial parabólica conduce a un conjunto discreto de energías de la partícula. Los valores cuantizados de la energía del oscilador se determinan por el hecho de que en la longitud eficaz $2A_{\text{ef}} = aa', bb', \dots$ cabe un número impar de semiondas de De Broglie.

Introducimos la longitud eficaz de la onda de De Broglie:

$$\lambda_{\text{ef}} = \frac{h}{p_{\text{ef}}} = \frac{2\pi\hbar}{p_{\text{ef}}}, \quad (70.24)$$

en la que p_{ef} es el impulso eficaz, ligado a la energía como si no existiera la trampa de potencial y el movimiento de la partícula fuera completamente libre:

$$\mathcal{E} = \frac{p_{ef}^2}{2m} = \frac{4\pi^2\hbar^2}{2m\lambda_{ef}^2}. \quad (70.25)$$

En la fig. 70.3 se ve que en la amplitud eficaz A_{ef} cabe un número impar de cuartos de longitudes eficaces de la onda de De Broglie:

$$A_{ef} = (2n + 1) \lambda_{ef}/4. \quad (70.26)$$

Sustituyendo (70.26) en (70.20) se obtiene

$$\mathcal{E} = (2n + 1)^2 m\omega^2\lambda_{ef}/32. \quad (70.27)$$

Y multiplicando (70.25) por (70.27) eliminamos λ_{ef} y halla-

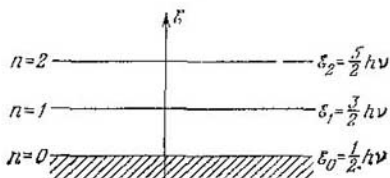


Fig. 70.4.

mos los niveles de energía discretos del oscilador lineal armónico:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}^2 &= (2n + 1)^2 \cdot \frac{\pi^2 \hbar^2 \omega^2}{16}, \quad \text{ó} \quad \mathcal{E} = (2n + 1) \hbar \omega \frac{\pi}{4} = \\ &= \frac{\pi}{2} \left(n + \frac{1}{2} \right) h\nu. \end{aligned}$$

En la mecánica cuántica, con un enfoque riguroso basado en resolver la ecuación de Schrödinger, se obtiene la siguiente expresión para las energías posibles del oscilador:

$$\mathcal{E}_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) h\nu, \quad \text{donde } n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (70.28)$$

Por la fórmula (70.28) se ve que los niveles de energía del oscilador armónico son un sistema de valores de la energía equidistantes entre sí (fig. 70.4). El cálculo aproximado que

acabamos de hacer nos ha conducido a la dependencia correcta de la energía del oscilador lineal armónico respecto de su frecuencia ν y a la característica correcta de la dependencia de \mathcal{E}_n respecto de n .

6. La solución mecanocuántica rigurosa del problema del oscilador armónico lleva también a una diferencia esencial respecto al examen clásico. Resulta que la partícula se puede encontrar fuera de los límites de la región permisible $|x| \leq A$, es decir, más allá de los puntos C y B de la fig. 70.2. En el p. 2 se explicó que esto significa la estancia de la partícula allí donde su energía total \mathcal{E} es menor que la energía potencial. Sin embargo, en virtud de las propiedades ondulatorias de la partícula y del principio de indeterminación, resulta posible el que la partícula se encuentre fuera de los límites de la región permisible desde el punto de vista clásico. En el párrafo siguiente examinaremos con más detalle la causa de que esto ocurra.

§ 70.6. Paso de la partícula a través de una barrera de potencial

1. En los problemas sobre la partícula en un pozo de potencial rectangular y del oscilador lineal armónico supusimos que en los límites de la «trampa de potencial» se produce una interrupción de la onda de De Broglie asociada a la partícula en movimiento. En realidad se produce un fenómeno más complejo. En los límites de la «trampa de potencial» la onda de De Broglie debe comportarse de un modo análogo a una onda electromagnética en el límite entre dos medios con índices de refracción distintos (§ 63.1). Como sabemos, en dicho límite esta onda se refleja parcialmente y en parte pasa a través de él. Incluso en el caso de la reflexión total se observa una penetración parcial de la luz en el segundo medio (§ 65.2). La onda de De Broglie también experimenta en el límite de la trampa de potencial no sólo la reflexión. Parcialmente pasa a la región que se encuentra más allá de los límites de la barrera de potencial. En otras palabras, existe una determinada probabilidad de encontrar la partícula en la región que está prohibida clásicamente.

2. Una partícula que se subordine a las leyes de la física clásica sólo puede salir de los límites de una «caja» de potencial si su energía total es mayor que la «profundidad» de la «caja» de potencial. Desde el punto de vista clásico, la par-

tícula que se encuentra dentro de una «caja» de potencial está «encerrada» en ella. Las paredes de la «caja» de potencial son para ella barreras de potencial que la partícula no puede saltar. Para que una partícula pueda salir de una «caja» de potencial o penetrar en ella, según la física clásica hay que comunicarle una energía igual o mayor que la diferencia entre la altura de la barrera y la energía propia de la partícula.

3. La mecánica cuántica conduce a un resultado esencialmente nuevo sobre la posibilidad de que las partículas pasen (*se infiltren*) a través de las barreras de potencial. Este fenómeno se conoce con el nombre de *efecto túnel*.

Para describir el efecto túnel se introduce el concepto de *transparencia* D de la barrera de potencial. Por analogía con la óptica, el coeficiente de transparencia de una barrera de potencial para las ondas de De Broglie se puede introducir del modo siguiente:

$$D = I_{\text{trans}}/I_{\text{inc}}, \quad (70.29)$$

donde I_{inc} es la intensidad de la onda de De Broglie que incide sobre la barrera de potencial, e I_{trans} es la intensidad de la onda transmitida a través de la barrera. La magnitud D se puede considerar como la probabilidad de que la onda de De Broglie pasa a través de la barrera de potencial o, lo que es lo mismo, como la probabilidad de que la partícula se infiltre a través de dicha barrera. Por analogía con la óptica se puede introducir también el coeficiente o factor de reflexión R de la partícula en la barrera:

$$R = 1 - D.$$

Los cálculos que se hacen en la mecánica cuántica indican que la transparencia de la barrera depende de su forma y altura. En el caso de una barrera de potencial rectangular de altura U_0 y anchura L (fig. 70.5), la transparencia D se expresa por la fórmula

$$D = D_0 e^{-a} = D_0 \exp \left\{ -\frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} \right\}. \quad (70.30)$$

Aquí D_0 es un coeficiente constante que se aproxima a la unidad; m , la masa de la partícula, y \mathcal{E} , su energía total. El

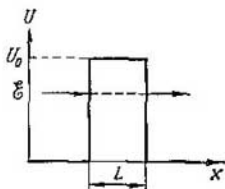


Fig. 70.5.

efecto túnel es un fenómeno cuántico y se puede manifestar en aquellos casos en que la transparencia de la barrera no es demasiado pequeña.

Calculemos la magnitud del parámetro a de la fórmula (70.30) para una barrera rectangular:

$$a = \frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}. \quad (70.31)$$

Con el parámetro a está relacionada la profundidad eficaz Δx a que puede infiltrarse la partícula, en la región prohibida clásicamente, dentro de la barrera de potencial:

$$\Delta x \approx \frac{\hbar}{2m(U_0 - \mathcal{E})}. \quad (70.32)$$

Así, para el electrón, cuando $U_0 - \mathcal{E} \approx 1$ eV, por su orden de magnitud

$$\Delta x \approx \frac{10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 10^{-30} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} \approx 2 \cdot 10^{-10} \text{ m.}$$

En el mundo atómico $2L \approx 0,1$ nm, el parámetro $a \approx 2L/\Delta x \approx 2$ y la transparencia de la barrera $D \approx e^{-2} \approx 13\%$. Pero si $x \gg \Delta x$, la transparencia de la barrera D se hace muy pequeña y la probabilidad de que la partícula se encuentre a estas distancias dentro de la barrera es insignificante. En el campo macroscópico, por ejemplo, cuando $L = 10^{-2}$ m y $U_0 - \mathcal{E} \approx 10$ eV, es $a \approx 10^8$ y la transparencia de la barrera, insignificante: $D = e^{-10^8}$. Al aumentar la masa de la partícula y la diferencia $U_0 - \mathcal{E}$, la transparencia de la barrera disminuye rápidamente.

El efecto túnel es un fenómeno puramente cuántico. Si en el espíritu del principio de correspondencia (p. 6 del § 70.4) intentamos pasar a la descripción clásica suponiendo que $\hbar \rightarrow 0$, se obtiene que $D \rightarrow 0$ y es absurdo hablar de transparencia de la barrera.

4. El efecto túnel se ha confirmado experimentalmente en el fenómeno de la *emisión en frío* (*emisión de campo*) de los electrones de los metales por la acción de campos eléctricos. Las experiencias han demostrado que en una serie de casos el arranque de los electrones de los metales se efectúa con intensidades del campo eléctrico centenares de veces menores que las que serían necesarias para que los electrones abandonasen el metal realizando el trabajo de salida. Esto se explica en la mecánica cuántica por el efecto túnel. La acción

dél campo eléctrico de intensidad E hace que la barrera de potencial para los electrones en el límite metal-vacío se estreche, es decir, que su anchura L disminuya. Un electrón que posee la energía \mathcal{E} , menor en valor absoluto que la altura de la barrera U_0 , puede salir del metal atravesando la barrera con ayuda del efecto túnel. Por eso la intensidad del campo necesaria para que se produzca la emisión en frío es menor, comparada con la que se deduce de los cálculos que no tienen en cuenta el paso de los electrones a través de la barrera de potencial.

El campo eléctrico, en virtud del efecto túnel, arranca electrones de los átomos o moléculas aislados. Este fenómeno, llamado *autoionización*, también se efectúa con intensidades del campo menores que las que se infieren de la física clásica. Valoraciones correctas de la intensidad del campo, que están de acuerdo con los datos experimentales, se obtienen en la mecánica cuántica tomando en consideración el paso de los electrones a través de la barrera de potencial. El efecto túnel desempeña el papel principal en el fenómeno de la desintegración α (§ 81.9).

5. La mecánica cuántica conduce a la posibilidad de que la partícula se encuentre en la región prohibida clásicamente, o sea donde su energía total \mathcal{E} es menor que la potencial: $\mathcal{E} < U$. En realidad esto no es una paradoja y los razonamientos dados en el p. 2 del § 70.5 acerca de la velocidad imaginaria no son ciertos.

En la mecánica cuántica surge una dificultad, inesperada desde el punto de vista de la física clásica, ligada con la representación de la energía total \mathcal{E} de la partícula en forma de suma de sus energías cinética $mv^2/2$ y potencial $U(x)$:

$$\mathcal{E} = \frac{mv^2}{2} + U(x) = \frac{p^2}{2m} + U(x).$$

En la física clásica esta representación no suscita dudas y presupone que *simultáneamente* se conocen con un grado de exactitud cualquiera tanto la energía cinética $p^2/2m$ como la potencial $U(x)$ de la partícula. En otras palabras, se considera que a la partícula se le atribuyen simultáneamente y con un grado de exactitud cualquiera, determinados valores de la coordenada x y del impulso p . Pero como sabemos por el § 70.2, las relaciones de indeterminación de Heisenberg excluyen esta posibilidad en la mecánica cuántica. Por eso la representación misma de la energía en forma de suma

de *partes exactamente determinadas* (energías cinética y potencial) resulta infundada. Esta es la causa de que la paradoja del efecto túnel,³ basada en la representación de \mathcal{E} en forma de la suma $(p^2/2m) + U(x)$, no exista en la mecánica cuántica. Si la posición de la partícula está exactamente determinada en la región Δx , es decir, la coordenada x y, por lo tanto, la energía potencial $U(x)$ se conocen con suficiente exactitud, al mismo tiempo se introducirá la indeterminación Δp en el valor del impulso; $\Delta p \approx \hbar/\Delta x$. Esto significa que la energía cinética de la partícula $p^2/2m$ varía de un modo indeterminado.

Si la partícula penetra dentro de la barrera de potencial una distancia $\Delta x \approx \hbar/\sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}$, su impulso varía en la magnitud $\Delta p \geq \mathcal{E}/\Delta x \approx \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}$. La variación de la energía de la partícula será

$$\Delta \mathcal{E} \approx \frac{(p + \Delta p)^2}{2m} - \frac{p^2}{2m} = \frac{2p \Delta p + \Delta p^2}{2m} \geq \frac{3\Delta p^2}{2m}.$$

Aquí se ha utilizado que $p \geq \Delta p$ (§ 16.7). Sustituyendo el valor $\Delta p > \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}$, obtenemos

$$\Delta \mathcal{E} > U_0 - \mathcal{E}.$$

Así, la variación de la energía de la partícula debida al intento de localizarla dentro de la barrera (o sea, de dar su coordenada), es mayor que la diferencia entre la altura de la barrera U_0 y la energía total inicial \mathcal{E} de la partícula. En otros términos, $\Delta \mathcal{E}$ es mayor que la energía que le falta a la partícula que se halla dentro del pozo de potencial para poder salir de él «clásicamente» pasando *por encima de la barrera*.

Capítulo 71

SISTEMAS HIDROGENOIDES SEGÚN BOHR

§ 71.1. Modelo nuclear del átomo de Rutherford

1. Ernest Rutherford y sus colaboradores estudiaron en 1911 el paso de las partículas α a través de láminas metálicas delgadas de oro y platino. Ellos establecieron que las partículas α emitidas por el radio pasan a través de panes

de oro muy delgados. Los rayos alfa se producen en la desintegración de los átomos de algunos elementos pesados. Estos rayos son partículas con carga positiva igual a $2e$, siendo e una carga numéricamente igual a la del electrón. La masa de la partícula α es aproximadamente cuatro veces mayor que la del átomo de hidrógeno (§ 81.1). Las partículas alfa que emiten los átomos de los elementos radiactivos tienen una gran energía. Por ejemplo, el uranio emite partículas cuya

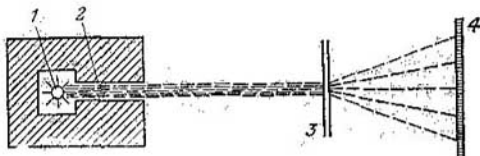


Fig. 71.1.

energía es de 4,05 MeV. Rutherford y sus colaboradores estudiaron la dispersión de estas partículas «disparándolas» sobre un pan de oro. El esquema de estos experimentos se muestra en la fig. 71.1.

Las partículas alfa las emitía una fuente 1 situada dentro de la cavidad de un bloque de plomo. Este bloque tenía un canal 2, de modo que todas las partículas, excepto las que salían por el canal, eran absorbidas por el plomo. Un estrecho haz de rayos α incidía sobre el pan de oro 3 perpendicularmente a su superficie. Las partículas α , transmitidas a través del pan y dispersas por él, producían destellos (centelleo) en la pantalla fluorescente 4. Las condiciones del experimento aseguraban un vacío suficiente en el espacio entre el pan y la pantalla, para evitar que las partículas α sufrieran una dispersión adicional en el aire. La estructura del dispositivo permitía observar las partículas α dispersas bajo ángulos de hasta 150° .

2. Las experiencias demostraron que en la inmensa mayoría de los casos las partículas α , después de pasar a través del pan, conservaban la dirección de su movimiento primitivo o se desviaban en ángulos muy pequeños. Pero algunas partículas α se desviaban en grandes ángulos, del orden de $135-150^\circ$. Explicar estas desviaciones tan bruscas por la acumulación de pequeñas desviaciones durante el recorrido

de partes exactamente determinadas (energías cinética y potencial) resulta infundada. Esta es la causa de que la paradoja del efecto túnel,¹ basada en la representación de \mathcal{E} en forma de la suma $(p^2/2m) + U(x)$, no exista en la mecánica cuántica. Si la posición de la partícula está exactamente determinada en la región Δx , es decir, la coordenada x y, por lo tanto, la energía potencial $U(x)$ se conocen con suficiente exactitud, al mismo tiempo se introducirá la indeterminación Δp en el valor del impulso; $\Delta p \approx \hbar/\Delta x$. Esto significa que la energía cinética de la partícula $p^2/2m$ varía de un modo indeterminado.

Si la partícula penetra dentro de la barrera de potencial una distancia $\Delta x \approx \hbar/\sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}$, su impulso varía en la magnitud $\Delta p \geq \hbar/\Delta x \approx \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}$. La variación de la energía de la partícula será

$$\Delta \mathcal{E} \approx \frac{(p + \Delta p)^2}{2m} - \frac{p^2}{2m} = \frac{2p\Delta p + \Delta p^2}{2m} \geq \frac{3\Delta p^2}{2m}.$$

Aquí se ha utilizado que $p \geq \Delta p$ (§ 16.7). Sustituyendo el valor $\Delta p > \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}$, obtenemos

$$\Delta \mathcal{E} > U_0 - \mathcal{E}.$$

Así, la variación de la energía de la partícula debida al intento de localizarla dentro de la barrera (o sea, de dar su coordenada), es mayor que la diferencia entre la altura de la barrera U_0 y la energía total inicial \mathcal{E} de la partícula. En otros términos, $\Delta \mathcal{E}$ es mayor que la energía que le falta a la partícula que se halla dentro del pozo de potencial para poder salir de él «clásicamente» pasando por encima de la barrera.

Capítulo 71

SISTEMAS HIDROGENOIDES SEGUN BOHR

§ 71.1. Modelo nuclear del átomo de Rutherford

1. Ernest Rutherford y sus colaboradores estudiaron en 1911 el paso de las partículas α a través de láminas metálicas delgadas de oro y platino. Ellos establecieron que las partículas α emitidas por el radio pasan a través de panes

de oro muy delgados. Los rayos alfa se producen en la desintegración de los átomos de algunos elementos pesados. Estos rayos son partículas con carga positiva igual a $2e$, siendo e una carga numéricamente igual a la del electrón. La masa de la partícula α es aproximadamente cuatro veces mayor que la del átomo de hidrógeno (§ 81.1). Las partículas alfa que emiten los átomos de los elementos radiactivos tienen una gran energía. Por ejemplo, el uranio emite partículas cuya

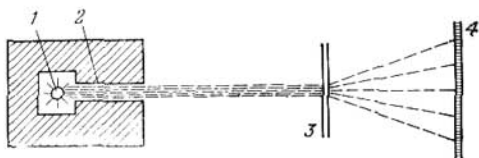


Fig. 71.1.

energía es de 4,05 MeV. Rutherford y sus colaboradores estudiaron la dispersión de estas partículas «disparándolas» sobre un pan de oro. El esquema de estos experimentos se muestra en la fig. 71.1.

Las partículas alfa las emitía una fuente 1 situada dentro de la cavidad de un bloque de plomo. Este bloque tenía un canal 2, de modo que todas las partículas, excepto las que salían por el canal, eran absorbidas por el plomo. Un estrecho haz de rayos α incidía sobre el pan de oro 3 perpendicularmente a su superficie. Las partículas α , transmitidas a través del pan y dispersas por él, producían destellos (centelleo) en la pantalla fluorescente 4. Las condiciones del experimento aseguraban un vacío suficiente en el espacio entre el pan y la pantalla, para evitar que las partículas α sufrieran una dispersión adicional en el aire. La estructura del dispositivo permitía observar las partículas α dispersas bajo ángulos de hasta 150° .

2. Las experiencias demostraron que en la inmensa mayoría de los casos las partículas α , después de pasar a través del pan, conservaban la dirección de su movimiento primitivo o se desviaban en ángulos muy pequeños. Pero algunas partículas α se desviaban en grandes ángulos, del orden de $135-150^\circ$. Explicar estas desviaciones tan bruscas por la acumulación de pequeñas desviaciones durante el recorrido

de la partícula α por la hoja metálica resultó imposible. Para poder dar una explicación de los resultados de sus experimentos supuso Rutherford que toda la carga positiva del átomo está concentrada en su *núcleo*, región que ocupa un volumen muy pequeño si se compara con el de todo el átomo. El resto del átomo es una nube de electrones, con carga negativa, cuya carga total es igual a la carga positiva del núcleo. Así fue creado en 1911 el *modelo nuclear del átomo*, que ha desempeñado un gran papel en el desarrollo de la física moderna.

3. Los resultados de los experimentos de Rutherford se explicaron fácilmente sirviéndose del punto de vista del modelo nuclear del átomo. Cuando una partícula α pasa a través de la nube de electrones del átomo no debe experimentar una desviación apreciable de su trayectoria. Los electrones tienen una masa muy pequeña, en comparación con la de las partículas α , y su carga negativa está repartida por todo el volumen de la capa electrónica. Por eso las partículas α que se encuentran a su paso con los electrones de los átomos de oro atraviesan el pan sin dispersarse prácticamente. Únicamente aquellas partículas α que pasan cerca del núcleo experimentan bruscas desviaciones. A distancias pequeñas las fuerzas de repulsión entre las partículas α , con carga positiva, y el núcleo, de gran masa, deben ser muy considerables, lo que hace que dichas partículas se desvíen mucho de su trayectoria inicial. Pero la probabilidad de que las partículas α incidan sobre el pequeño volumen del núcleo no es grande. Por eso el número de partículas α que experimentan desviaciones en ángulos grandes debe ser muy pequeño.

4. Rutherford estudió teóricamente el problema del movimiento de una partícula α en el campo eléctrico coulombiano del núcleo concentrado en un volumen pequeño. Entre una partícula α , cuya carga es $2e$, y el núcleo, cuya carga es q , actúa una fuerza coulombiana de repulsión

$$F = \frac{2eq}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (71.1)$$

donde r es la distancia entre la partícula α y el núcleo; ϵ_0 , la constante eléctrica en el SI, y e , la carga eléctrica elemental. Se puede demostrar que bajo la acción de las fuerzas de repulsión (71.1), una partícula α que se aproxime al núcleo se desviará de él describiendo una rama de hipérbola. Esto se

muestra en la fig. 71.2. Al núcleo, que se encuentra en el punto A , a cierta distancia l («parámetro de choque») de la recta que seguiría la partícula α si no hubiera repulsión, se aproxima dicha partícula. Bajo la acción de la fuerza (71.1) la partícula α es dispersada formando un ángulo θ y se mueve describiendo una hipérbola. En la fig. 71.2 se han representado dos trayectorias hiperbólicas de partículas α de la misma energía para valores diferentes del parámetro de choque l .

Rutherford consiguió deducir una fórmula que relacionaba el número de partículas α , dispersadas bajo un ángulo

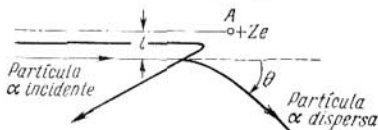


Fig. 71.2.

determinado θ , con las energías de estas partículas y el número N de cargas positivas del núcleo. La fórmula de Rutherford podía comprobarse experimentalmente utilizando partículas α de energía dada. Haciendo estos experimentos con hojas de oro y plata y contando el número de partículas α incidentes en la pantalla bajo ángulos determinados, Geiger y Marsden, colaboradores de Rutherford, confirmaron en 1913 la teoría de este último. Al mismo tiempo consiguieron demostrar que q/e es igual aproximadamente a la mitad del número de masa. Algo después, J. Chadwick, en experimentos más perfectos con hojas de cobre, plata y oro, demostró que q/e se aproxima mucho al número atómico Z , de orden en el sistema periódico de Mendeléiev: $q = Ze$. De este modo la idea de Rutherford sobre el modelo del átomo logró una brillante confirmación experimental y dio la posibilidad de establecer el sentido físico del número de orden en el sistema periódico de los elementos (§ 73.2).

5. Los conocimientos acerca de la carga del núcleo Ze permitieron determinar las dimensiones de la región ocupada por él, es decir, el límite superior del «radio» del núcleo. La palabra «radio» no se ha puesto entre comillas casualmente. El choque de las partículas α con el núcleo no puede consi-

derarse como la colisión de dos esferas elásticas (§ 17.3). Si se considera que tanto el núcleo como la partícula α tienen forma esférica, la suma de sus radios resulta ser menor que la distancia mínima d a que se pueden aproximar en presencia de las fuerzas de repulsión. Supongamos que entre la partícula α y el núcleo se produce un choque central. De la ley de conservación de la energía se sigue que a la distancia d de máxima aproximación al núcleo, la energía cinética de la partícula α pasa a ser totalmente energía potencial de su interacción electrostática y la partícula se para:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{(2e)(Z)}{4\pi\epsilon_0 d}. \quad (71.2)$$

Aquí v es la velocidad inicial de la partícula α lejos del núcleo. Para la partícula α que emite uno de los átomos radiactivos, llamado radio C, $v = 1,9 \cdot 10^7$ m/s. Para el oro ($Z = 79$), por la fórmula (71.2) se puede determinar d :

$$d = (2e)(Ze)/(2\pi\epsilon_0 mv^2) \approx 3,4 \cdot 10^{-14} \text{ m.}$$

Las dimensiones lineales del núcleo del átomo de oro son menores que esta magnitud. Si se considera que el electrón es una bolita con carga (§ 72.5), su «radio clásico» debe ser de este mismo orden de magnitud. Esta circunstancia, junto con otros motivos a que nos referiremos en el cap. 80, condujo a la conclusión de que en el núcleo no podía haber electrones.

§ 71.2. Dificultades para explicar clásicamente el modelo nuclear del átomo

1. El modelo nuclear del átomo fue propuesto como resultado de los experimentos de dispersión de las partículas α por hojas metálicas y de los cálculos teóricos efectuados por Rutherford. Según este modelo, en el centro del átomo, o sea, en su núcleo, cuyas dimensiones lineales son de 10^{-15} — 10^{-14} m, está concentrada toda la carga positiva del átomo y prácticamente toda su masa. Alrededor del núcleo, en una región de $\sim 10^{-10}$ m, describiendo órbitas, se mueven los electrones, cuya masa constituye una parte muy pequeña de la masa del núcleo. Recordaremos que la masa del electrón es 1836,5 veces menor que la masa del protón, que es el núcleo del átomo de hidrógeno. El modelo nuclear del átomo recuerda exteriormente el sistema Solar: en el centro

del sistema se encuentra el «sol», es decir, el núcleo, y alrededor de él se mueven los «planetas», electrones, por sus órbitas. Por eso a este modelo del átomo se le suele dar el nombre de planetario.

2. Los electrones del átomo no pueden estar en reposo en el modelo nuclear. Si no se movieran, como resultado de las fuerzas de Coulomb de atracción hacia el núcleo, caerían inmediatamente en él. Sin embargo es peculiar del átomo su extraordinaria *estabilidad*. De esto son prueba, en particular, los espectros ópticos de los átomos, que se distinguen por tener para todos los átomos de un elemento químico dada una posición determinada de las rayas espectrales. La estabilidad del átomo es incomprensible si el modelo nuclear se explica basándose en las leyes clásicas de la mecánica, electricidad y óptica.

Examinemos, por ejemplo, el modelo nuclear del átomo más simple, el de hidrógeno, que consta de un electrón y el núcleo, protón*). Para simplificar consideraremos que el electrón se mueve alrededor del núcleo siguiendo una órbita circular. Advertimos, ante todo, que al utilizar el término «órbita» debe recordarse que las propiedades ondulatorias del electrón y las relaciones de indeterminación conducen a que, para el electrón en el átomo, la idea de órbita, lo mismo que la de trayectoria del movimiento, no resisten crítica alguna. Esta cuestión fue tratada detalladamente en el (§ 14.3). En la mecánica cuántica la idea clásica de órbita se sustituye por la de lugar geométrico de los puntos en que puede encontrarse más probablemente el electrón en el átomo (§ 72.3). En adelante, cuando utilicemos el término «órbita» del electrón en el átomo tendremos en cuenta este sentido suyo.

3. La velocidad del electrón en el átomo de hidrógeno por una órbita circular de radio $r \approx 10^{-10}$ m se puede calcular teniendo en cuenta que la fuerza centrípeta que mantiene el electrón en la órbita es la fuerza coulombiana de atracción hacia el núcleo:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

De esta ecuación, sustituyendo en ella los valores numéricos de la masa m del electrón, de su carga e y de la constante

*) Los resultados que se obtienen son válidos, en lo fundamental, para cualquier átomo.

eléctrica ϵ_0 , obtenemos que $v \approx 10^6$ m/s. La aceleración centrípeta del electrón $a = v^2/r$ tendrá entonces un orden de magnitud de 10^{22} m/s².

4. Como se ve, la velocidad del electrón en el átomo de hidrógeno es muy grande y la aceleración es tal, que este electrón debe comportarse como un vibrador con gran frecuencia de oscilación. Como sabemos, este vibrador debe radiar ondas electromagnéticas (§ 59.5). La radiación debe ser continua y está ligada a una *constante* pérdida de energía del electrón.

Esta conclusión se deduce inevitablemente de aplicar al electrón, en el modelo nuclear, las leyes clásicas. Pero de esto se sigue también que el átomo no puede ser estable, puesto que el electrón, al perder continuamente energía, no se puede mantener en la órbita circular. Tendrá que ir aproximándose al núcleo, siguiendo una espiral, y al cabo de un tiempo $\tau \approx 10^{-10}$ s caerá en él. Por otra parte, la frecuencia con que el electrón se mueve alrededor del núcleo debe variar continuamente. Y de esto resulta que también deberá variar continuamente la frecuencia de las ondas electromagnéticas que emite el electrón. En otras palabras, el átomo de hidrógeno debería dar una radiación cuyo espectro de frecuencias fuera continuo. Este átomo no podría tener espectro de rayas.

5. La aplicación al modelo nuclear del átomo de Rutherford de las leyes clásicas de la mecánica, electricidad y óptica condujo a una contradicción total con los hechos experimentales. De la teoría resultaba que: a) el átomo debería ser inestable, a causa de que el electrón pierde constantemente energía en radiar ondas electromagnéticas; b) no deberían existir rayas espectrales; el espectro debería ser continuo.

En realidad los resultados eran:

- a) que el átomo es extraordinariamente estable;
- b) que el átomo radia ondas electromagnéticas solamente en determinadas condiciones;
- c) que el átomo emite una luz cuyo espectro es de rayas y está relacionado con la estructura y las propiedades de la capa electrónica.

La total disconformidad entre las conclusiones basadas en la interpretación clásica del modelo nuclear del átomo y los hechos experimentales hizo dudar de la posibilidad de aplicar a los electrones de los átomos las leyes de la física clásica y llevó a la creación de la mecánica cuántica moderna.

§ 71.3. Espectro de rayas del átomo de hidrógeno

1. Los gases que despiden luz dan espectros de rayas de emisión formados por rayas espectrales aisladas. Cuando la luz pasa a través de los gases aparecen espectros de rayas de absorción. Cada átomo absorbe aquellas rayas espectrales que el mismo puede emitir. El primer espectro estudiado fue el del átomo de hidrógeno. J. Balmer estableció en 1885 que las longitudes de onda de las nueve rayas del espectro del hidrógeno conocidas hasta entonces se podían calcular por la fórmula

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4}, \text{ en la que } \lambda = 364,613 \text{ nm}, n = 3, 4, \dots, 11, \quad (71.3)$$

2. J. Ridberg propuso escribir la fórmula (71.3) de la forma siguiente:

$$\nu^* = \frac{1}{\lambda} R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, \dots, 11. \quad (71.4)$$

Aquí $R = 10\,973\,731 \text{ m}^{-1}$ es la *constante de Ridberg*. La magnitud recíproca de la longitud de onda $\nu^* = 1/\lambda$ se llama *número de onda* e indica cuántas longitudes de onda caben en la unidad de longitud*). La fórmula de Balmer—Ridberg señaló por primera vez el papel especial de los números enteros en las leyes espectrales y tuvo una enorme importancia en el desarrollo del conocimiento de la estructura de los átomos.

3. En la actualidad se conoce un gran número de rayas espectrales del hidrógeno cuyas longitudes satisfacen con alto grado de exactitud la fórmula de Balmer—Ridberg. Por (71.4) se ve que las rayas espectrales que difieren por tener distintos valores de n forman un grupo o serie denominada *serie de Balmer*. Al aumentar n las rayas espectrales de la serie se van aproximando entre sí. El límite de la serie de Balmer viene determinado por la longitud de onda $\lambda_{11\text{m}}$ con la cual $n \rightarrow \infty$: $\lambda_{11\text{m}} = 4/R = 364,5068 \text{ nm}$.

Además de las rayas de la serie de Balmer, situadas en la parte visible del espectro, se ha descubierto que el hidrógeno

) Anteriormente (§ 56.2) se ha utilizado otra definición del número de onda: $k = 2\pi/\lambda$. La magnitud k indica cuántas longitudes de onda caben en la longitud $2\pi \text{ m}$ (o cm). En óptica se utiliza más la magnitud ν^ . Es evidente que $k = 2\pi\nu^*$.

tiene otras series de rayas espectrales, que se encuentran en las partes invisibles del espectro. En su parte infrarroja se descubrió un grupo de rayas espectrales llamado *serie de Pashen*. Los números de onda de las rayas espectrales de esta serie se redujeron a la fórmula

$$\nu^* = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ en la que } n = 4, 5, 6, \dots$$

En la región infrarroja remota se descubrieron otras tres series de rayas espectrales del hidrógeno:

la *serie de Brackett*:

$$\nu^* = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 5, 6, 7, \dots$$

la *serie de Pfund*:

$$\nu^* = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 6, 7, 8, \dots$$

y la *serie de Humphreys*:

$$\nu^* = R \left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 7, 8, 9, \dots$$

A la otra parte de la región visible, en la región ultravioleta remota del espectro, se encontró la *serie de Lyman*:

$$\nu^* = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

Cada una de estas series se caracteriza porque las rayas espectrales se van condensando a medida que aumentan los números n y su frecuencia límite o longitud de onda. La fig. 71.3 representa las series del espectro del hidrógeno. En la escala de la derecha se indican los números de onda en cm^{-1} . El sentido de la escala de la izquierda se explicará más adelante (§ 71.4).

4. Todas las frecuencias (o números de onda) de todas las rayas espectrales del hidrógeno se pueden expresar por medio de una fórmula única:

$$\nu^* = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (71.5)$$

en la que m y n son números enteros. Para una serie dada $n = m + 1, m + 2, \text{ etc.}$ Para la serie de Lyman, $m = 1$; para la de Balmer, $m = 2$; para la de Pashen, $m = 3$ y así sucesivamente. Al aumentar los números n , las frecuencias

de todas las series convergen en los límites correspondientes. Los números de onda límite de las series del espectro del hidrógeno son:

$$\nu_{lim}^* = R/m^2.$$

5. La fórmula (71.5) ha sido confirmada por la experiencia con gran exactitud espectroscópica. En ella se destaca

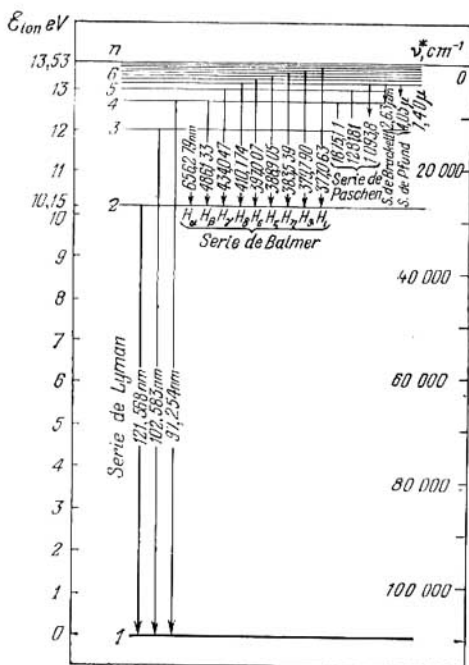


Fig. 71.3.

brillantemente el papel especial que desempeñan los números enteros en las leyes espectroscópicas, que sólo ha sido comprendido hasta el fin en la mecánica cuántica. En el cap. 70 vimos que en la mecánica cuántica se pone de mani-

fiesto el papel especial de los números enteros, o sea, de los números cuánticos n que determinan los valores discretos de la energía de los electrones en el «pozo» de potencial y en el oscilador. Adelantándonos a la exposición, diremos que los números m y n de la fórmula (71.5) también son números cuánticos, que determinan los niveles de energía del átomo de hidrógeno. Pero desde que se descubrieron las fórmulas de las series para el átomo de hidrógeno hasta que se consiguió resolver de un modo riguroso el problema de la energía del electrón en dicho átomo, dentro de la mecánica cuántica, la física recorrió un camino enorme, históricamente muy corto, pero lleno de dramatismo y de descubrimientos notables. Este camino, como toda la física de la primera mitad del siglo veinte, irá siempre ligado al nombre del gran físico Niels Bohr.

§ 71.4. Postulados de Bohr

1. Bohr creó en 1913 la primera teoría no clásica del átomo. De base de esta teoría sirvió la idea de unir en un todo único los tres resultados obtenidos en la física hasta aquel tiempo:

- a) las leyes empíricas del espectro de rayas del átomo de hidrógeno expresadas por la fórmula de Balmer—Ridberg;
- b) el modelo nuclear del átomo de Rutherford, que no admitía la interpretación clásica;
- c) el carácter cuántico de la radiación y absorción de la luz.

Para resolver este problema, Bohr, conservando el modo clásico de enfocar la descripción del comportamiento de los electrones en el átomo, propuso los denominados *tres postulados de Bohr*. Inmediatamente advertimos que el sentido físico de estos postulados no sólo no puede ser explicado en la física clásica, sino que, además, estaba en profunda contradicción con la descripción clásica del movimiento del electrón en el átomo. El verdadero sentido e importancia de los postulados de Bohr se puso de manifiesto más tarde, después de haber sido creada la mecánica cuántica.

Bohr desarrolló su teoría para el átomo de hidrógeno y los llamados *sistemas hidrogenoides*, que constan del núcleo, con carga Ze , y de un electrón, que se mueve alrededor del núcleo. Ejemplos de sistemas de este tipo son el helio simplemente ionizado (He^+), el litio doblemente ionizado (Li^{++}) y otros iones. A estos sistemas se les da también el nombre de *iones*

isoelectrónicos del hidrógeno. Para los sistemas hidrogenoides todas las fórmulas de las series, y en particular la (71.5), en vez de R utilizan el producto RZ^2 .

2. *El primer postulado de Bohr* se llama *postulado de los estados estacionarios* y se enuncia así: *en el átomo existen ciertos estados estacionarios que no varían con el tiempo en ausencia de acciones externas. En estos estados el átomo no radia ondas electromagnéticas.* A los estados estacionarios de los átomos corresponden órbitas estacionarias por las cuales se mueven los electrones. A pesar de que el movimiento de los electrones es acelerado, éstos no emiten ondas electromagnéticas. Esta afirmación del primer postulado de Bohr contiene la negación de las conclusiones de la electrodinámica clásica sobre la radiación de energía por una carga en movimiento acelerado (§ 59.4).

El segundo postulado de Bohr es la llamada *regla de cuantización de las órbitas* y afirma que *en un estado estacionario del átomo, al moverse el electrón por una órbita circular, su momento de impulso (momento cinético) debe tener valores discretos, es decir, cuantizados:*

$$L_n = mvr = n\hbar, \text{ donde } n = 1, 2, 3, \dots \quad (71.6)$$

Aquí m es la masa del electrón; v , su velocidad; r , el radio de la órbita circular y $\hbar = h/2\pi$. El segundo postulado de Bohr se interpreta fácilmente en la mecánica cuántica. Análogamente a como tenemos en los problemas acerca del pozo de potencial (§ 70.4) y del oscilador armónico (§ 70.5), en la longitud de la órbita circular $2\pi r$ debe haber un número entero de longitudes de onda de De Broglie λ :

$$2\pi r = n\lambda.$$

Aplicamos la fórmula (69.2), que determina la longitud de la onda de De Broglie, y obtenemos que

$$2\pi r = n \frac{h}{mv}, \quad \text{ó} \quad mvr = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar,$$

lo que coincide con el segundo postulado de Bohr (71.6).

El tercer postulado de Bohr, o *regla de las frecuencias*, establece que *cuando un átomo pasa de un estado estacionario a otro, emite o absorbe un cuanto de energía.* La emisión se produce cuando el átomo pasa de un estado con más energía a un estado cuya energía es menor. A esto corresponde el salto del electrón de una órbita más alejada del núcleo a

otra más próxima a él. La absorción de energía por el átomo va acompañada del paso del átomo desde un estado de menor energía a un estado de energía mayor. A esto corresponde el salto del electrón desde una órbita próxima al núcleo a otra más alejada de él. La radiación o absorción de las ondas electromagnéticas por el átomo hace que su energía varíe de un modo proporcional a la frecuencia de estas ondas. Si $\Delta\mathcal{E}$ es la variación de la energía del átomo como resultado de la radiación o absorción de las ondas electromagnéticas, y \mathcal{E}_n y \mathcal{E}_m , las energías del átomo en los estados estacionarios n y m , la regla de las frecuencias se puede escribir

$$\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_n - \mathcal{E}_m = h\nu. \quad (71.7)$$

Cuando $\mathcal{E}_n > \mathcal{E}_m$ se produce la emisión de un fotón, y cuando $\mathcal{E}_n < \mathcal{E}_m$, su absorción. Del tercer postulado de Bohr se sigue que los átomos sólo absorben aquellas rayas espectrales (frecuencias) que ellos mismos pueden emitir. Desde los tiempos de Kirchhoff este hecho se conoce en óptica con el nombre de conversión de las rayas espectrales.

3. Los postulados primero y tercero de Bohr, cuya fundamentación mecanocuántica se estudiará más adelante, dieron la posibilidad de ligar entre sí los tres resultados que se indicaron en el p. 1. Hacia 1913 estos postulados habían sido ya confirmados plenamente por la experiencia. El segundo postulado de Bohr fue una conjetura genial suya que después se vería confirmada experimental y teóricamente.

Comparemos entre sí las fórmulas (71.5) y (71.7). Esta comparación da un resultado muy importante. La energía \mathcal{E}_n del átomo de hidrógeno en un determinado estado estacionario tiene la forma

$$\mathcal{E}_n = -\frac{Rch}{n^2}, \text{ donde } n = 1, 2, 3, \dots \quad (71.8)$$

De este modo los números enteros que figuran en la fórmula de las series (71.5) determinan los valores discretos, cuantizados, de la energía del átomo de hidrógeno en los correspondientes estados. *Los niveles de energía del átomo de hidrógeno son inversamente proporcionales a los cuadrados de los números enteros**). El número entero n que determina el ni-

*) Se supone que el núcleo del átomo está en reposo y la energía del sistema hidrogenoide es igual a la energía del electrón en movimiento. La toma en consideración del movimiento del núcleo conlleva variaciones insignificantes de los resultados.

vel de energía del átomo de hidrógeno se llama *número cuántico principal*. El estado de energía correspondiente al valor de $n = 1$ recibe el nombre de *estado fundamental* o *normal* (no excitado). Todos los estados con $n > 1$ se dice que son *excitados*.

El signo menos de la fórmula (71.8) (valores negativos de los niveles de energía) significa que el electrón experimenta una fuerza de atracción hacia el núcleo, la fuerza de atracción coulombiana (§ 18.6) que lo une a él. El valor absoluto de la magnitud \mathcal{E}_n en la fórmula (71.8) es la energía de *enlace del electrón en el átomo* que se encuentra en el estado n . Por energía de enlace del electrón en el átomo se debe entender la magnitud del trabajo que hay que realizar para arrancar el electrón del átomo, es decir, para ionizar el átomo. A veces se utiliza el término «energía de ionización del átomo en el estado dado». Es evidente que la energía de ionización en un estado dado es igual en magnitud absoluta a la energía de enlace del electrón en el átomo que se encuentra en este estado. Por ejemplo, en el estado fundamental (para $n = 1$) la energía de ionización \mathcal{E}_{ion} del átomo de hidrógeno es de 13,53 eV. La energía del electrón en el estado fundamental es $\mathcal{E}_1 = -13,53$ eV. En la fig. 71.3 (pág. 319) a la izquierda, se indican los valores de los niveles de energía del átomo de hidrógeno en electrón voltios. La aproximación de los niveles al aumentar el número cuántico principal n se debe a que, cuando $n \rightarrow \infty$, la energía $\mathcal{E}_n \rightarrow 0$. El valor $\mathcal{E}_\infty = 0$ corresponde a la ionización del átomo. En la fig. 71.3 se indican con flechas las transiciones correspondientes a la radiación de las diversas series de rayas espectrales

§ 71.5. Cuantización de la energía y cálculo de la constante de Ridberg en la teoría de Bohr

1. Los postulados propuestos por Bohr le permitieron a él mismo calcular teóricamente el espectro del hidrógeno y de los iones con un solo electrón moviéndose alrededor del núcleo. El problema consistía en deducir teóricamente la fórmula (71.8) y calcular teóricamente la constante de Ridberg, medida experimentalmente con gran exactitud. Bohr consideró que en el átomo de hidrógeno el electrón se mueve por una órbita circular de radio r . En esta trayectoria se mantiene en virtud de la fuerza de atracción coulombiana

del electrón hacia el núcleo, que desempeña el papel de fuerza centrípeta (§ 7.1):

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{(Ze) \cdot e}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (71.9)$$

o, como $v = \omega r$, siendo ω la velocidad angular del electrón,

$$r^3 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m\omega^2}. \quad (71.9')$$

Elevando al cuadrado los dos miembros de la relación (71.6) y sustituyendo en ella v por ωr , tenemos que

$$m^2\omega^2 r^4 = n^2\hbar^2.$$

Dividiendo entre sí miembro a miembro las dos últimas fórmulas resulta

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{mZe^2}. \quad (71.10)$$

Los radios de las órbitas del electrón en el átomo de hidrógeno ($Z = 1$) son directamente proporcionales a los cuadrados del número cuántico principal. En particular, el radio de la primera órbita, para $n = 1$, llamado *primer radio de Bohr*, es:

$$r_1 = a_0 = \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{me^2} = 0,528 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,0528 \text{ nm}. \quad (71.10')$$

El primer radio de Bohr se toma como unidad de longitud en la física atómica.

La energía del electrón en el átomo de hidrógeno (o en el ion correspondiente) se compone de la energía cinética K y la energía potencial U de la atracción del electrón hacia el núcleo:

$$\mathcal{E} = K + U = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (71.11)$$

Aquí hemos utilizado la fórmula (71.9) y también lo que la energía potencial de la atracción del electrón hacia el núcleo es negativa y tiene la forma

$$U = -Ze^2/(4\pi\epsilon_0 r).$$

En la fig. 71.4 se representa la gráfica de la función $U(r)$ para el electrón en el campo de un núcleo de carga Ze . El núcleo se halla en el origen de coordenadas.

Sustituyendo en (71.11) r por su valor según la expresión (71.10), se obtiene

$$\mathcal{E}_n = -\frac{Z^2 m e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (71.12)$$

Comparando las fórmulas (71.8) y (71.12) y suponiendo que para el hidrógeno $Z = 1$, obtenemos la expresión de la constante de Ridberg:

$$R = m e^4 / (8 h^3 \epsilon_0^2 c). \quad (71.13)$$

Así, la expresión de la energía de un ion hidrogenoide en un estado estacionario determinado tendrá la forma (compárese con (71.8))

$$\mathcal{E}_n = -Z^2 R c h / n^2 \text{ en la que } n = 1, 2, 3, \dots \quad (71.14)$$

y los números de onda de las rayas espectrales vendrán expresados por la fórmula (compárese con (71.5))

$$\nu^* = \frac{1}{\lambda} = Z^2 R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (71.15)$$

Es fácil darse cuenta de que, excepto en la aplicación de los postulados de Bohr, la deducción de la fórmula (71.12) tiene carácter puramente clásico. Toda la descripción del comportamiento del electrón en el átomo se hace como si se tratara de una partícula clásica ordinaria. En esto se manifiesta la inconsecuencia de la teoría de Bohr.

2. La constante de Ridberg se puede calcular aplicando el principio de correspondencia de Bohr enunciado en el § 70.4. Por (71.9') hallamos el radio clásico de la órbita del electrón en el átomo de hidrógeno ($Z = 1$):

$$r = (e^2 / 4\pi\epsilon_0 m)^{1/3} \omega^{-2/3},$$

y sustituimos su valor en la expresión (71.11) de la energía del electrón:

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{2} \frac{(e^2)^{2/3} m^{1/3} \omega^{2/3}}{(4\pi\epsilon_0)^{2/3}}. \quad (71.11')$$

Examinemos, por otra parte, la transición del electrón entre dos niveles de energía contiguos n y $n - 1$, siendo $n \gg 1$. Según el principio de correspondencia, cuando los números cuánticos son grandes, los resultados del examen mecanocuántico deben coincidir con los resultados del examen clásico. En particular, la expresión de la energía del

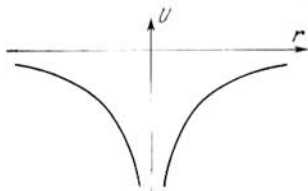


Fig. 71.4.

electrón debe tener una forma análoga a la (71.11'). Cerciorémonos de esto. Por la fórmula (71.5) hallamos la frecuencia de la transición entre los niveles contiguos:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = Rc \left[\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right] = Rc \frac{2n-1}{n^2(n-1)^2} \approx \frac{2Rc}{n^3},$$

ya que $n \gg 1$ y la unidad se puede omitir tanto en el numerador como en el denominador. De este modo,

$$n^3 = \frac{2Rc}{\nu} = \frac{4\pi Rc}{\omega} \quad \text{y} \quad n = (4\pi Rc)^{1/3} \omega^{-1/3}.$$

Ahora aplicamos la fórmula (71.8) de la energía del electrón y en ella sustituimos n por la expresión que acabamos de hallar:

$$\mathcal{E}_n = -\frac{Rch}{n^2} = -(Rc)^{2/3} \frac{h}{(4\pi)^{2/3}} \omega^{2/3}. \quad (71.11'')$$

Según el principio de correspondencia las expresiones clásica y cuántica de la energía (71.11') y (71.11'') deben coincidir. Igualándolas y elevándolas al cubo obtenemos para la constante de Ridberg la fórmula

$$R = me^4 / (8h^3 \epsilon_0^2 c).$$

Este resultado, como era de esperar, coincide con la fórmula (71.13).

§ 71.6. Experiencias de Franck y Hertz

1. Los postulados primero y tercero de Bohr fueron confirmados experimentalmente en las experiencias realizadas por J. Franck y G. Hertz en 1913. En estas experiencias se estudió el paso a través de los gases de un haz de electrones acelerados en un campo eléctrico. Las primeras experiencias consistieron en hacer pasar los electrones a través de vapor de mercurio. La fig. 71.5 representa el esquema de estos experimentos. En un recipiente de vidrio, en que estaba el vapor de mercurio a una presión de cerca de 13,3 Pa,

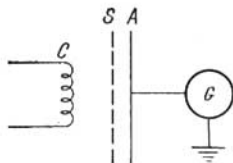


fig. 71.5.

se encontraban también el cátodo K , que emitía los electrones, el ánodo A , conectado al galvanómetro G , y el electrodo de rejilla S . Entre el cátodo y la rejilla se creaba un campo eléctrico que aceleraba los electrones hasta la energía $e\varphi_1$, siendo φ_1 la diferencia de potencial entre el cátodo y la rejilla, y e , la carga del electrón. Entre la rejilla y el ánodo se creaba un campo retardador débil cuya diferencia de potencial φ_2 no superaba 0,5 V.

2. Al pasar los electrones a través del vapor de mercurio se producen colisiones entre ellos y los átomos de mercurio. Los choques de los electrones con los átomos pueden ser de dos tipos: primero, *choques elásticos*, como resultado de los cuales no varía la velocidad ni la energía de los electrones, sólo cambian las direcciones de sus velocidades; segundo, *choques inelásticos*, en los cuales los electrones pierden su energía y la transmiten a los átomos de mercurio.

Las colisiones elásticas de los electrones con los átomos de mercurio no pueden impedir que aquéllos lleguen al ánodo. El campo eléctrico acelerador entre K y S , a medida que aumenta la diferencia de potencial φ_1 , debe hacer que aumente la corriente anódica en el tubo y los choques elásticos no pueden alterar esta regularidad. Las colisiones inelásticas sí pueden ser causa de la ausencia total de corriente anódica. En efecto, si los electrones al chocar inelásticamente con los átomos de mercurio pierden su energía hasta tal punto que no pueden vencer el débil campo retardador que hay entre la rejilla S y el ánodo A , la corriente anódica debe disminuir prácticamente hasta cero.

Según el primer postulado de Bohr el átomo de mercurio no puede adquirir del electrón una porción de energía cualquiera. El átomo sólo puede asimilar la energía necesaria para pasar a uno de los estados de energía excitados. El estado excitado más próximo al fundamental, no excitado, del átomo de mercurio es el que por la escala de energías dista de éste $4,86$ eV. Hasta que los electrones acelerados por el campo no adquieren la energía $e\varphi_1 = 4,86$ eV, sólo experimentan choques elásticos con los átomos, no pierden su energía, llegan al ánodo y la corriente anódica aumenta. En cuanto la energía del electrón alcanza el valor de $4,86$ eV, se puede producir el choque inelástico del electrón con el átomo de mercurio, cuyo resultado es que el electrón cede su energía al átomo. Toda la energía del electrón se invierte en la transición del átomo de mercurio desde su estado de energía normal al excitado. Es evidente que este electrón no puede vencer el débil campo retardador entre S y A y no cae en el ánodo.

De este modo, cuando la diferencia de potencial entre el cátodo y la rejilla es igual a $4,86$ eV se produce una caída brusca de la corriente anódica. Cuando la diferencia de potencial es igual a $2 \cdot 4,86$, $3 \cdot 4,86$ V etc., si los electrones pueden sufrir dos, tres o más choques inelásticos con los áto-

mos de mercurio y perder así toda su energía, debe ocurrir lo mismo. La dependencia característica de la corriente anódica respecto de la diferencia de potencial entre el cátodo y la rejilla obtenida en los experimentos de Franck—Hertz se da en la fig. 71.6. Para $\varphi_1 = 4,86$ V; $9,72$ V y $14,58$ V, se produce una caída brusca de la corriente anódica que confirma que el primer postulado de Bohr es correcto.

3. En los experimentos de Franck y Hertz también se confirmó el tercer postulado de Bohr (regla de las frecuencias).

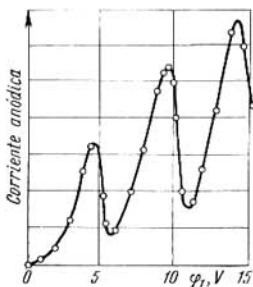


Fig. 71.6.

El vapor de mercurio que había en el tubo con que se hicieron los experimentos resultó ser fuente de radiaciones ultravioleta de longitud de onda $253,7$ nm. Esta radiación se debe a que los átomos de mercurio excitados por el choque con un electrón se encuentran en el nivel de energía excitado durante un intervalo de tiempo muy corto, del orden de 10^{-8} s, y después retornan al nivel de energía fundamental *). De acuerdo con el tercer postulado de Bohr,

en el instante de la transición al estado normal, el átomo emite un cuanto de energía en forma de fotón con energía $\Delta\mathcal{E} = h\nu$. Conociendo la magnitud $\Delta\mathcal{E} = 4,86$ eV $= 4,86 \cdot eJ$, donde $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C es la carga del electrón, se puede calcular la longitud de onda de la luz emitida:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{\Delta\mathcal{E}} = 2537 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 253,7 \text{ nm}.$$

Este resultado está completamente de acuerdo con el experimento: la longitud de onda principalmente emitida por el vapor de mercurio era precisamente esta.

4. Además de dar la interpretación teórica de los espectros de rayas de los sistemas hidrogenoides, la teoría de Bohr permitió explicar la naturaleza física de los denomina-

*) De hecho, cuando el vapor de mercurio se excita, sus electrones de valencia (uno o ambos) saltan del nivel de energía normal a los niveles excitados. La radiación corresponde al salto inverso de los electrones.

dos rayos X característicos (§ 73.4) y una serie de otros fenómenos cuya exposición rebasa los límites de esta obra. La teoría de Bohr ha desempeñado un papel enorme en la creación de la física atómica. Durante su período de desarrollo (1913—1925) se hicieron importantes descubrimientos, parte de los cuales se estudian en este libro. Especialmente grande es el papel desempeñado por la teoría de Bohr en el desarrollo de la espectroscopia atómica y, en parte, de la molecular, es decir, del estudio de los espectros de los átomos y de las moléculas. Con ayuda de la teoría de Bohr una cantidad enorme de material experimental sobre los espectros de los átomos y moléculas pudo ser sistematizado y reducido a leyes semiempíricas.

Pero junto a sus considerables éxitos, pronto se demostró que la teoría de Bohr adolecía de serios defectos. El fundamental de ellos era su contradicción interna. Esta teoría era la unión de la física clásica con unos postulados cuánticos que la contradecían. El fracaso más serio de la teoría de Bohr fue que, basándose en ella, resultó ser absolutamente imposible crear la teoría del átomo de helio y en general de cualesquiera sistemas formados por el núcleo y más de un electrón. El desarrollo ulterior de la física demostró que la teoría de Bohr, que explicando correctamente unos hechos era incapaz de interpretar una serie de otros, constituyó una etapa transitoria en el proceso de creación de una teoría consecuente de los fenómenos atómicos y nucleares. Esta teoría consecuente es la mecánica cuántica, algunos de los fundamentos de la cual se han estudiado en el cap. 70 y volveremos a estudiarlos en los siguientes de este libro.

Capítulo 72

SISTEMAS HIDROGENOIDES EN LA MECÁNICA CUÁNTICA

§ 72.1. Cuantización de la energía del electrón del átomo de hidrógeno

1. Los resultados que se obtuvieron en el capítulo anterior para el átomo de hidrógeno por medio de los postulados de Bohr, se pueden conseguir en la mecánica cuántica sin

aplicar dichos postulados. El nivel de este libro no permite estudiar cómo se resuelve en la mecánica cuántica el problema del movimiento del electrón en el campo coulombiano del núcleo de carga e . Para esto hay que resolver la ecuación de Schrödinger para el electrón que posee la energía potencial $U = -e \cdot e' / (4\pi\epsilon_0 r)$, en la que r es la distancia entre el electrón y el núcleo (fig. 72.1). El resultado más importante de la solución consiste en que si el electrón se encuentra en el átomo de hidrógeno «ligado», y su energía

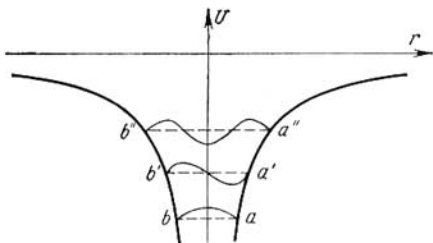


Fig. 72.1.

total \mathcal{E} es negativa (véase (71.11)), el movimiento del electrón debe ser periódico, y la energía \mathcal{E} del electrón sólo puede tomar los valores discretos expresados por la fórmula (71.12) para $Z = 1$:

$$\mathcal{E}_n = -\frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2} \frac{1}{n^2},$$

donde n es el número cuántico principal, que toma los valores de los números enteros: $n = 1, 2, 3$, etc.

2. Vamos a intentar obtener la fórmula (71.12) por un método análogo al que se utilizó en el § 70.5 para el oscilador armónico. Partiremos de que en la longitud eficaz de la región permisible por la «trampa de potencial» (segmentos ab , $a'b'$, $a''b''$, etc. de la fig. 72.1) debe haber un número entero de semiondas de De Broglie (§ 70.5). Como la longitud eficaz l depende de la energía \mathcal{E} , la forma de la curva de potencial determina la cuantización de la energía. De la igualdad de la energía potencial del electrón a su energía total en las «paredes» de la caja de potencial (trampa de potencial), o sea, en los puntos a , a' ,

a'' , b , b' , b'' , etc. de la fig. 72.1, tenemos que

$$\mathcal{E}_n = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 l_n}, \quad \text{ó} \quad l_n = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \mathcal{E}_n}. \quad (72.1)$$

La longitud eficaz de la onda de De Broglie λ_{ef} la introducimos análogamente a como se hizo en la fórmula (70.13'):

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{h^2}{2m\lambda_{ef}^2}. \quad (72.2)$$

Para determinar λ_e tenemos la relación

$$\frac{h^2}{2m\lambda_{ef}^2} = \mathcal{E} - \bar{U}. \quad (72.3)$$

λ_{ef} se determina partiendo de la condición

$$2l_n = n\lambda_{ef}/2, \quad \text{en la que } n = 1, 2, \dots \quad (72.4)$$

El problema se reduce a hallar \bar{U} , lo que no puede hacerse por métodos elementales. Si suponemos para simplificar que el electrón se puede encontrar con igual probabilidad en cualquier punto dentro de la «trampa de potencial», es relativamente fácil calcular (pero no por vía elemental) que $\bar{U} = (3/2)\mathcal{E}_n$.

Supongamos que la carga del electrón está distribuida uniformemente dentro de la «trampa de potencial». La carga infinitesimal que hay dentro de una capa esférica de radio r y espesor dr será

$$dq = \frac{-enV}{(4/3)\pi l_n^3} = \frac{-e \cdot 4\pi r^2 dr}{(4/3)\pi l_n^3} = \frac{-3er^2 dr}{l_n^3}.$$

La energía potencial de esta capa en el campo del núcleo, cuya carga es e ,

$$dU = dq \cdot \varphi = -\frac{3er^2 dr}{l_n^3} \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{3e^2 r dr}{4\pi\epsilon_0 l_n^3}.$$

Y el valor medio de la energía potencial

$$\begin{aligned} \bar{U} &= \int_0^{l_n} dU = -\frac{3e^2}{4\pi\epsilon_0 l_n^3} \int_0^{l_n} r dr = -\frac{3e^2}{4\pi\epsilon_0 l_n^3} \frac{l_n^2}{3} = \\ &= -\frac{3}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 l_n^3} = \frac{3}{2} \mathcal{E}_n. \end{aligned}$$

Ahora la fórmula (72.3) da

$$\frac{h^2}{2m\lambda_{ef}^2} = -\frac{1}{2} \mathcal{E}_n. \quad (72.3')$$

Por otra parte, de (72.1) y (72.4) se sigue que

$$\lambda_{ef} = \frac{4l_n}{n} = - \frac{4e^2}{n \cdot 4\pi\epsilon_0 \mathcal{E}_n}.$$

Y sustituyendo este valor en (72.3'), después de simplificar, obtenemos

$$\mathcal{E}_n = - \frac{me^4}{\pi^2 \hbar^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (72.5)$$

Comparemos esta fórmula con la expresión (71.12) de los niveles de energía del electrón en el átomo de hidrógeno, que se obtiene resolviendo la ecuación de Schrödinger. Como puede verse, la dependencia de la energía respecto del número cuántico principal y de las constantes universales m , e , \hbar , se ha obtenido correctamente. La única diferencia de la fórmula exacta consiste en que en vez del 8, en el denominador figura $\pi^2 \approx 9,98$. Está claro que estos razonamientos no deben considerarse deducción de la fórmula de la energía del átomo de hidrógeno. Su propósito es ilustrar la dependencia de la energía \mathcal{E}_n respecto de la forma de la curva de potencial y mostrar que el electrón, que posee propiedades ondulatorias y que se mueve en el campo coulombiano del núcleo del átomo de hidrógeno, tiene valores cuantizados de la energía \mathcal{E} inversamente proporcionales al cuadrado del número cuántico principal.

§ 72.2. Cuantización del momento de impulso

1. En la mecánica cuántica consigue su ulterior fundamentación y desarrollo el segundo postulado de Bohr, el cual adquiere un sentido y significación nuevos. Resulta que el momento de impulso L del electrón en un átomo cualquiera, y no sólo en el de hidrógeno, puede tomar únicamente valores cuantizados:

$$L_l = \sqrt{l(l+1)} \hbar, \quad (72.6)$$

donde l es el llamado *número cuántico orbital*, que para un número cuántico principal dado n puede tomar los valores

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1). \quad (72.7)$$

Comparando la fórmula (72.6) con el segundo postulado de Bohr (71.6) es fácil darse cuenta de que el resultado de la mecánica cuántica difiere del postulado de Bohr en la de-

pendencia de L_l de los números cuánticos. En vez de número cuántico n que figura en la regla de cuantización de las órbitas circulares (71.6), entra la expresión $\sqrt{l(l+1)}$, en la que l es el número cuántico orbital. Es cierto que cuando los valores de l son grandes ($l \gg 1$), $l+1 \approx l$ y la fórmula (72.6) da $L_l = l\hbar$, lo que recuerda el postulado de Bohr: $L = n\hbar$. Sin embargo, tiene mucha importancia que el número cuántico orbital pueda tomar los valores de los números enteros desde cero hasta $(n-1)$. En la mecánica cuántica son posibles en un átomo cualquiera los estados en que el electrón tiene momento de impulso L_l igual a cero. En la teoría de Bohr a estos estados corresponde la denominada «órbita pendular», que pasa a través del núcleo del átomo, es decir, los estados con $l=0$ son imposibles según la teoría de Bohr. Los experimentos han demostrado que los estados del electrón en que éste no tiene momento de impulso relacionado con el movimiento del electrón por la órbita, existen en realidad.

2. Los distintos valores del número cuántico orbital del electrón sirven en la física atómica de base para sistematizar los estados electrónicos en los átomos y moléculas. Se han adoptado las designaciones siguientes:

si $l=0$, se dice que el electrón está en el estado s ;

si $l=1$, el electrón está en el estado p ;

los estados con $l=2, 3$, etc. se llaman, respectivamente, estados d, f , etc. siguiendo el orden de las letras en el alfabeto latino.

§ 72.3. Sentido físico de las órbitas de Bohr

1. En el § 14.3 se demostró que para el electrón que se encuentra en un átomo las relaciones de indeterminación de Heisenberg conducen a que no pueda hablarse de trayectoria por la cual se mueve el electrón. Ahora se nos plantea la pregunta: ¿qué sentido físico tiene la órbita de Bohr en la mecánica cuántica? Examinemos esta cuestión más detalladamente basándonos en el ejemplo del estado s del electrón en el átomo de hidrógeno cuando $n=1$, o sea, en su estado fundamental, no excitado. Los cálculos basados en la ecuación de Schrödinger demuestran que la probabilidad de que el electrón se encuentre en un punto determinado dentro del átomo depende en este caso solamente de la distancia r del electrón al núcleo. Esto significa que en todos los pun-

tos situados en una esfera de radio r con centro en el núcleo del átomo existe la misma probabilidad de que se encuentre el electrón. En otras palabras, la distribución de la probabilidad de encontrar el electrón en el átomo tiene carácter de simetría esférica.

2. Esto no significa, sin embargo, que exista la misma probabilidad de que el electrón se encuentre a cualquier

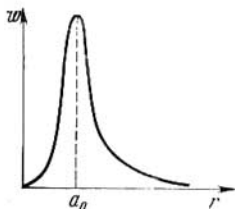


Fig. 72.2.

distancia del núcleo. Los cálculos demuestran que en la mecánica cuántica la probabilidad $w(r)$ de que el electrón se encuentre a una distancia dada del núcleo tiene la forma de la curva que reproduce la fig. 72.2. La probabilidad $w(r)$ tiene un máximo a la distancia r del núcleo que coincide con el primer radio de Bohr a_0 (véase (71.10')). Por lo tanto, *las órbitas de Bohr del electrón en el átomo son los lugares*

geométricos de los puntos en los cuales es mayor la probabilidad de que se encuentre el electrón. Este sentido físico de las órbitas de los electrones en los átomos lo tendremos siempre en cuenta en adelante al utilizar el término «órbita» refiriéndonos a la trayectoria del electrón en el átomo.

§ 72.4. Cuantización espacial

1. En el § 42.2 se estudió la relación entre el momento de impulso (o angular) L del electrón, debido a su movimiento por la órbita, y el momento magnético p_m del electrón. El momento orbital de impulso del electrón y su momento magnético son proporcionales el uno al otro y están orientados perpendicularmente al plano de la órbita del electrón y dirigidos en sentidos opuestos (§ 40.6). Los vectores p_m y L_l están ligados entre sí por la relación

$$\mathbf{p}_m = - (e/2m_e L_l), \quad (72.8)$$

en la que e es la carga del electrón y m_e su masa *). La magni-

*) En este párrafo y en los siguientes de este capítulo, la masa en reposo del electrón se designa por m_e a causa de que con la letra m es necesario designar otra magnitud física.

tud

$$g_l = e/2m_e \quad (72.9)$$

es la *relación o cociente giromagnético orbital*.

2. En la mecánica cuántica no se puede indicar la orientación de los vectores \mathbf{p}_m y \mathbf{L}_l con respecto al plano de la órbita del electrón. Esto está relacionado con el sentido físico que tiene la órbita en dicha mecánica. Para indicar la

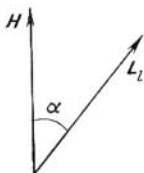


Fig. 72.3.

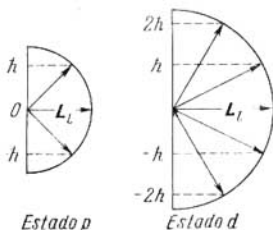


Fig. 72.4.

orientación de estos vectores basta elegir cierta dirección en el espacio de tal modo, que el ángulo α entre esta dirección y el vector \mathbf{L}_l determine la posición de \mathbf{L}_l en el espacio. Esta dirección puede ser la de la intensidad \mathbf{H} del campo magnético externo en que se halla el átomo y sus electrones (fig. 72.3). En ausencia de campo magnético exterior se puede tomar como dirección, con respecto a la cual se determina la orientación de \mathbf{L}_l , la dirección del campo magnético interno creado por el núcleo del átomo y todos los demás electrones excepto el que se considera.

3. La orientación de los vectores de los momentos magnéticos de los átomos y las moléculas en el campo magnético exterior tiene esencial importancia para las propiedades magnéticas de la substancia. En la física clásica se consideraba que el vector \mathbf{p}_m (o \mathbf{L}_l) puede estar orientado en el campo magnético exterior de un modo totalmente *arbitrario*. En esto se basa la teoría clásica del paramagnetismo que se estudió en el § 42.5.

4. La suposición de que los vectores \mathbf{L}_l (y \mathbf{p}_m) podían tener una orientación arbitraria en el campo magnético exterior resultó ser *equivocada*. En la mecánica cuántica se demuestra que existe la *cuantización espacial*: el vector momento

de impulso del electrón sólo tiene aquellas orientaciones en el espacio con las cuales la proyección L_{1z} del vector L_1 sobre la dirección z del campo magnético exterior toma los valores cuantizados de los números enteros múltiplos de \hbar :

$$L_{1z} = m\hbar, \quad (72.10)$$

donde m es el denominado número cuántico magnético, que puede tomar los siguientes valores:

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, 3, \dots, \pm l: \quad (72.11)$$

aquí l es el número cuántico orbital.

Por (72.11) se ve que el número cuántico magnético puede tomar $(2l + 1)$ valores posibles. Por consiguiente, el vector L_1 puede tener en el espacio $(2l + 1)$ orientaciones, de acuerdo con el número de sus posibles proyecciones sobre la dirección del campo magnético exterior. En la fig. 72.4 se muestran las orientaciones posibles de los vectores L_1 para el electrón que se encuentra en los estados p y d , es decir, para $l = 1$ y $l = 2$.

§ 72.5. Más sobre el espín del electrón

1. La experiencia de Stern y Gerlach, descrita en el § 42.10, confirmó la cuantización espacial. Los resultados de esta experiencia indicaron unívocamente que el momento magnético medido en este experimento adquiere en el campo magnético exterior dos orientaciones. Si la cuantización espacial no se produjera y la orientación de los momentos magnéticos p_m pudiera ser arbitraria, en vez de las dos franjas nítidas, en la placa fotográfica se obtendría una distribución continua de las incidencias de los átomos sobre los distintos puntos de la misma.

2. Stern y Gerlach hicieron los experimentos primeramente con plata y otros átomos del primer grupo del sistema periódico de Mendeléiev (§ 73.2). Estos átomos tienen un electrón de valencia periférico. En el estado fundamental, no excitado, este electrón se encuentra en el estado s , es decir, tiene número cuántico orbital nulo. Por consiguiente, el electrón de valencia de los átomos de este grupo de elementos y los átomos en conjunto, no tienen momento de impulso orbital ($L_0 = 0$ *). Los experimentos de Stern

*) Los momentos orbitales de los impulsos de todos los electrones situados en las capas internas de los átomos (§ 73.2) se compensan entre sí.

y Gerlach con estos átomos *no permitieron descubrir* la cuantización espacial del momento de impulso orbital. Sin embargo, en los experimentos, como ya se dijo en el § 42.10, se ponía de manifiesto unívocamente una cuantización espacial. En la interpretación de los resultados de estos experimentos surge una seria dificultad. Esta dificultad, como otras muchas de que hablaremos más adelante, fue superada cuando, en 1925, Goudsmit y Uhlenbeck introdujeron la idea de que el electrón tenía su *propio momento mecánico de impulso* L_s , denominado *espín del electrón*. Al momento mecánico de impulso propio corresponde el momento magnético propio p_{ms} . De las experiencias de Stern y Gerlach se deducía que la proyección del momento magnético propio del electrón sobre la dirección del campo exterior era numéricamente igual al magnetón de Bhor (§ 42.10):

$$p_{msz} = \mu_B = e\hbar/2m_e. \quad (72.12)$$

3. Los experimentos de Stern y Gerlach con los átomos del primer grupo de elementos del sistema periódico tuvieron una explicación fácil después de haber sido introducido el espín. En dichos experimentos se observó la cuantización espacial del *momento de impulso del espín* L_s . De un modo semejante al momento de impulso orbital L_l , el momento de espín (o, simplemente, espín) L_s y su proyección L_{sz} sobre el eje cuya dirección coincide con la del campo magnético exterior, debe estar *cuantizada*. En la mecánica cuántica se demuestra que el espín del electrón debe estar cuantizado de acuerdo con la ley

$$L_s = \sqrt{s(s+1)} \hbar. \quad (72.13)$$

La fórmula (72.13) es análoga a la (72.6), pero en vez de l en ella figura el número cuántico s , llamado *número cuántico de espín*. La analogía entre los momentos de impulso orbital y de espín no termina en esto. La proyección L_{sz} del espín resulta que debe estar cuantizada de tal modo que el vector L_s pueda tomar $(2s + 1)$ orientaciones. Ahora tenemos en cuenta que en las experiencias de Stern y Gerlach sólo se observaron *dos* orientaciones del espín, de manera que $2s + 1 = 2$, es decir, $s = 1/2$. El número cuántico de espín sólo tiene un valor y en esto difiere de los números cuánticos principal (n), orbital (l) y magnético (m) introducidos antes. Además, el número s no es entero. Por la fórmula

(72.13) se puede hallar el valor numérico del espín del electrón:

$$L_s = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right)} \hbar = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar. \quad (72.13')$$

4. Si por analogía con la cuantización espacial del momento orbital del impulso L_l se escribe la fórmula de la cuantización espacial del espín L_s , tenemos que

$$L_{sz} = m_s \hbar,$$

donde el *número cuántico magnético de espín* m_s puede tener solamente dos valores: $m_s = \pm 1/2$, de acuerdo con que la proyección del espín sobre la dirección del campo magnético puede tomar dos valores:

$$L_{sz} = \pm \frac{1}{2} \hbar. \quad (72.13'')$$

Suele decirse que el espín del electrón es igual a $\pm \hbar/2$ y puede estar orientado a lo largo de la dirección de la intensidad del campo magnético o en sentido contrario. En realidad, al decir esto, se tiene en cuenta no el espín mismo, determinado por la fórmula (72.13'), sino su proyección L_{sz} . En adelante tendremos que hablar frecuentemente del espín del electrón y utilizaremos la terminología generalmente adoptada, teniendo en cuenta su cierta inexactitud.

La fórmula (72.12) también se interpreta a veces de manera que el momento magnético de espín del electrón es igual al magnetón de Bohr. Esto también es inexacto, porque lo que se tiene en cuenta en este caso es la magnitud absoluta de la proyección del momento magnético de espín sobre la dirección del campo magnético.

5. Utilizando los resultados del experimento de Stern y Gerlach, expresados por la fórmula (72.12) y de la cuantización espacial, escritos abreviadamente en la fórmula (72.13''), calculamos la relación entre p_{msz} y L_{sz} :

$$\frac{p_{msz}}{L_{sz}} = \frac{e}{m_e} = g_s. \quad (72.14)$$

La razón de la proyección de los vectores es igual a la razón de los valores numéricos de los vectores mismos p_{ms} y L_s :

$$\frac{p_{ms}}{L_s} = \frac{e}{m_e} = g_s. \quad (72.14')$$

La expresión $g_s = e/m_e$ recibe el nombre de *relación* o *coeficiente giromagnético de espín*. La comparación de (72.14') con (72.9) muestra que la relación giromagnética de espín es dos veces mayor que la relación giromagnética orbital. En los experimentos realizados por Einstein y de Haas se midió la relación giromagnética de espín para los ferromagnéticos (§ 42.9). Esto dio la posibilidad de comprender la naturaleza espínica del campo magnético intrínseco de los ferromagnéticos y de crear la teoría mecanocuántica moderna del ferromagnetismo.

6. Para dar una idea intuitiva del espín del electrón se suele decir que los momentos intrínsecos del electrón (mecánico L_s y magnético p_s) se deben a la rotación del electrón alrededor de su eje. A veces incluso se subraya que esta rotación profundiza la analogía de la estructura del átomo con la del sistema solar, en el que los planetas no sólo giran alrededor del Sol, sino también sobre sus propios ejes. Esta representación del espín como rotación propia conlleva serias dificultades.

Figurémonos que el electrón es una bolita de radio r con la carga superficial e (en el § 83.8 se tratará más detalladamente de la estructura de las partículas elementales). El radio r se puede calcular fácilmente partiendo de la condición de que la energía potencial de la bolita cargada $e^2/(4\pi\epsilon_0 r)$ es su energía relativista en reposo $m_e c^2$ (§§ 18.8 y 16.1):

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = m_e c^2, \text{ de donde } r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} = 2,8 \cdot 10^{-15} \text{ m,}$$

si todas las constantes se sustituyen por sus valores numéricos.

Supongamos ahora que el electrón, es decir, la bolita con este «radio clásico», gira alrededor de su eje y posee el momento de impulso L_s igual a $\hbar/2$. Hallemos la velocidad lineal v con la cual deberán moverse en estas condiciones los puntos que se encuentran en la circunferencia de la sección diametral de la bolita. Tenemos la siguiente condición:

$$L = (1/2)\hbar = J\omega,$$

en la que $J\omega$ es el momento de impulso del electrón-bolita, y $J = (2/5)m_e r^2$, su momento de inercia. Sustituyendo $\omega = v/r$, hallamos que $v = 5\hbar/(4m_e r)$. Poniendo en esta fórmula los valores de \hbar , m_e y r , resulta que $v > c$. Este

resultado contradice evidentemente el postulado fundamental de la teoría de la relatividad, que afirma la imposibilidad de la existencia de velocidades mayores que c (§ 12.5).

Así, pues, el modelo representativo del espín («huso»), a pesar de ser tan intuitivo, no es satisfactorio y no conviene acostumbrarse a él. El espín de una partícula, en particular del electrón, es una propiedad peculiar de ella, lo mismo que su masa en reposo y su carga eléctrica.

§ 72.6. Estructura fina de las rayas espectrales

1. El *desdoblamiento fino de las rayas espectrales* se explica por el espín del electrón. Los átomos radiantes dan espectros formados por rayas espectrales separadas. Un ejemplo de espectro de rayas es el del átomo de hidrógeno que se estudió detenidamente en el § 71.3. Un estudio más minucioso de las rayas espectrales de los átomos ha mostrado que se manifiesta una estructura fina de dichas rayas. Se sabe, por ejemplo, que el átomo de sodio da en el espectro una raya amarilla brillante. Con el empleo de aparatos espectrales modernos se ha demostrado que esta raya D del sodio es en realidad *doble* y consta de dos rayas espectrales cuyas longitudes de onda son 589,00 y 589,59 nm. El desdoblamiento de la raya D es de, aproximadamente, 0,6 nm y se descubre fácilmente.

2. El desdoblamiento de las rayas espectrales se explica porque se produce el *desdoblamiento de los niveles de energía* del electrón en los estados excitados. La estructura fina de las rayas espectrales, es decir, su desdoblamiento, se debe a la estructura fina o desdoblamiento de los niveles de energía excitados del electrón en el átomo.

Veamos, en el ejemplo de un átomo con un solo electrón óptico, periférico *), cómo el espín del electrón influye en su energía. En virtud del momento magnético de espín p_{ms} el electrón se comporta como un «dipolo magnético» situado en el campo magnético creado por el movimiento del mismo electrón por la órbita. El comportamiento de este dipolo en el campo magnético se estudió en el § 41.10. Sabemos que en un campo exterior adquiere el dipolo una

*) Los espectros electrónicos de los átomos se explican por la variación del estado de los electrones de valencia o periféricos. Los electrones que se encuentran en las capas internas de los átomos (§ 73.2) no influyen en dichos espectros.

energía adicional. La interacción del momento magnético de espín con el momento magnético orbital se llama en la física atómica *interacción espín-órbita*. En virtud de esta interacción varía la energía del electrón y se produce el desdoblamiento de sus niveles de energía excitados.

En dependencia de que el espín esté orientado a lo largo o en sentido contrario del campo magnético creado por el movimiento orbital del electrón, la energía adicional que

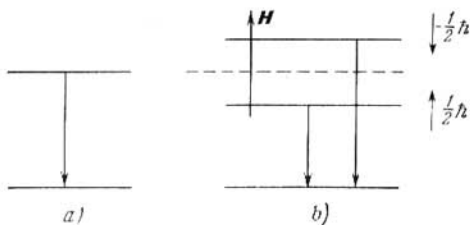


Fig. 72.5.

éste adquiere a expensas del espín puede ser mayor o menor que la energía que tenía el electrón a expensas del movimiento orbital puro.

En la fig. 72.5, *a* se muestra la disposición de los niveles de energía principal y excitado de un electrón sin tener en cuenta su espín. En la fig. 72.5, *b* se ve que como resultado de la interacción espín-órbita se produce el desdoblamiento en dos del nivel de energía del electrón. Uno de ellos, con energía menor, corresponde al espín orientado a lo largo del campo. Otro, con energía mayor, corresponde al espín orientado en sentido opuesto al del campo. Los niveles de energía desdoblados se denominan *dobletes*.

Al paso del electrón desde el nivel de energía doblete o desdoblado al estado fundamental le corresponde una raya espectral desdoblada en dos componentes.

3. Para terminar vamos a llamar la atención sobre un resultado muy importante: tomando en consideración el espín del electrón, el estado del electrón en el átomo se caracteriza por un conjunto de cuatro números cuánticos: principal n , orbital l , magnético m y magnético de espín m_s (o, simplemente, número de espín s).

§ 72.7. Sentido mecanocuántico de los postulados de Bohr

1. En el § 71.4 estudiamos, basándonos en los postulados de Bohr la emisión de las rayas espectrales por un átomo en estado excitado y la absorción de la luz que incide sobre el átomo. *La mecánica cuántica ha explicado, en completo acuerdo con la experiencia, los procesos de emisión y absorción de la luz y ha revelado el sentido de los postulados de Bohr. Aquí vamos a examinar solamente algunos de los resultados obtenidos en la mecánica cuántica. Su deducción queda muy lejos de los límites de este libro.*

2. Consideremos el electrón que en un átomo de hidrógeno (o en un ion con un solo electrón) *) se encuentra en cierto estado de energía. Sea n el número cuántico principal que caracteriza este estado y determina la energía del electrón \mathcal{E}_n . Como se sabe (§ 70.1), en la mecánica cuántica el estado del electrón se define unívocamente dando su función de onda. Sea $\psi_n(x, y, z, t)$ la función de onda del electrón en el estado de energía \mathcal{E}_n . Por el sentido que tiene la función de onda, la probabilidad de que el electrón se encuentre en cierto volumen ΔV del átomo se expresa como $|\psi_n|^2 \Delta V$. Un resultado extraordinariamente importante obtenido en la mecánica cuántica consiste en que si el electrón se halla en el estado de energía caracterizado por el número cuántico n , *la probabilidad de que se encuentre en un punto del átomo no depende del tiempo, es decir, no varía en el transcurso del tiempo.* Desde el punto de vista clásico, en este estado el electrón no puede oscilar en el átomo ni emitir energía. Su energía \mathcal{E}_n no variará. El estado del electrón caracterizado por una energía determinada \mathcal{E}_n se llama *estacionario*, es decir, que no varía con el tiempo. Esto es precisamente el primer postulado de Bohr sobre la existencia de estados estacionarios del átomo, en los cuales éste no emite luz.

3. Como se indicó antes (§ 71.4), el segundo postulado de Bohr también logró una fundamentación mecanocuántica sencilla. Así mismo la mecánica cuántica explicó el tercer postulado de Bohr (regla de las frecuencias). Si por la in-

*) La limitación a un sistema hidrogenoide no menoscaba la generalidad de los resultados obtenidos en la mecánica cuántica y sólo se hace para simplificar la comparación con la teoría de Bohr, que sólo es válida para los sistemas hidrogenoides.

fluencia de acciones exteriores varía el estado estacionario del átomo y el electrón pasa del estado n al estado m , la probabilidad de que el electrón se encuentre en cierto volumen ΔV dentro del átomo no puede determinarse como $|\psi_n|^2 \Delta V$. Si tiene lugar una transición cuántica entre los estados n y m , el electrón parece que se encuentra parte del tiempo en el estado n y parte del tiempo en el estado m . Por analogía con lo dicho en el p. 2 de este párrafo, la probabilidad de que el electrón se encuentre en el volumen ΔV se determinará en este caso por la expresión $\psi_n \psi_m \Delta V$. En la mecánica cuántica se *demuestra* que en estas condiciones el electrón en el átomo tiene un momento dipolar eléctrico que varía periódicamente en el transcurso del tiempo, y esto, como se indicó en el § 59.5 va acompañado de la radiación de una onda electromagnética. La frecuencia ω con que varía el momento dipolar *coincide* con la frecuencia radiada al pasar el electrón del estado n al estado m y es:

$$\omega = (\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_m)/\hbar,$$

lo que está de acuerdo con el tercer postulado de Bohr.

De este modo, los tres postulados de Bohr han sido fundamentadas teóricamente por la mecánica cuántica. Este importante resultado muestra que la teoría de Bohr sólo fue una etapa determinada en la senda de la creación de la teoría moderna de los átomos, moléculas y sus agrupaciones. La importancia de la teoría de Bohr ha sido enorme, pero debe comprenderse claramente que la teoría consecuente de la estructura y de las propiedades del micromundo es la mecánica cuántica moderna. Esperamos que lo que sigue de este libro convencerá de esto al lector.

§ 72.8. Emisión espontánea de luz

1. Todo estado estacionario del átomo, según la mecánica cuántica, debe conservarse tanto tiempo como se quiera, si no existen causas exteriores que provoquen una variación de su energía. La experiencia demuestra, sin embargo, que el átomo que se encuentra en un estado de energía excitado pasa *de por sí* al estado normal, no excitado, emitiendo luz. Esta emisión, que se produce en ausencia de causas exteriores que varíen la energía del átomo, se llama *emisión espontánea*. Para poder explicar las transiciones espontáneas del átomo desde los estados de energía superior

a los inferiores fue necesario que prosiguiera el desarrollo de la mecánica cuántica. La explicación de este fenómeno la dio la *electrodinámica cuántica*, en la cual se estudia desde un punto de vista general la cuantización del campo electromagnético y las leyes de su aparición y desaparición. Aquí es imposible dar a conocer, ni siquiera en sus rasgos más generales, la teoría consecuente de la emisión y absorción de la luz, que por primera vez desarrolló P. Dirac en 1927.

2. En 1916, mucho antes de la creación de la mecánica y la electrodinámica cuánticas, Einstein creó una teoría de la radiación basada en la aplicación de las leyes de conservación a las interacciones de los átomos y las moléculas con el campo electromagnético. Examinemos algunas cuestiones de la teoría de la emisión espontánea de Einstein.

Si el átomo en un instante t se halla en el estado de energía n y posee la energía \mathcal{E}_n , como resultado de ciertas influencias, cuyo mecanismo no se puede estudiar elementalmente, el átomo puede pasar espontáneamente a cierto estado en el cual tiene una energía menor \mathcal{E}_m . Por lo general pasa al estado normal, no excitado, en el cual el átomo tiene su energía mínima. El paso espontáneo del estado n al estado m puede ocurrir con cierta probabilidad, ya que el átomo puede permanecer más tiempo en el estado n . Einstein introdujo la probabilidad A_{nm} de que en el transcurso de un segundo el átomo pase espontáneamente del estado n al estado m . La magnitud A_{nm} se llama *coeficiente de Einstein para la emisión espontánea*. Si en un instante t se encuentran N_n átomos en el nivel de energía n , el número dN_n de átomos que pasan en un intervalo infinitesimal de tiempo dt al nivel m será proporcional a la probabilidad A_{nm} , al número de átomos N_n que hay en el nivel n y al intervalo de tiempo dt :

$$-dN_n = A_{nm}N_n dt. \quad (72.15)$$

El signo menos en la parte izquierda de (72.15) indica que el número de átomos que hay en el nivel n disminuye como resultado de su paso al nivel m . Separando en (72.15) las variables: $dN_n/N_n = -A_{nm}dt$ e integrando, tenemos

$$\int_{N_{n0}}^{N_n} \frac{dN_n}{N_n} = -A_{nm} \int_0^t dt, \quad \text{ó} \quad \ln \frac{N_n}{N_{n0}} = -A_{nm}t$$

(N_{n0} es el número inicial de átomos que había en el nivel n en el instante inicial $t = 0$). Elevando a potencia esta expresión, se obtiene la ley de la disminución con el tiempo del número de átomos que hay en el nivel excitado n :

$$N_n = N_{n0} \exp(-A_{nm}t). \quad (72.16)$$

Cada transición del estado n al estado m va acompañada de la emisión de un cuanto de luz (fotón) de energía $\hbar\omega_{nm}$, en la que ω_{nm} es la frecuencia angular de la raya espectral correspondiente a la transición $n \rightarrow m$. De acuerdo con el tercer postulado de Bohr (regla de las frecuencias)

$$\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_m = \hbar\omega_{nm}.$$

3. Además de la probabilidad de las transiciones espontáneas, es característica de la emisión espontánea *la vida media* τ_n del átomo en el estado excitado, es decir, el tiempo medio que permanece el átomo en el nivel de energía excitado. Se llama así el tiempo durante el cual el número de átomos N_{n0} , que había inicialmente en el estado excitado n , disminuye e veces:

$$N_n = N_{n0}/e.$$

De (72.16) se sigue, cuando $t = \tau_n$, que $N_{n0}/e = N_{n0} \exp(-A_{nm}\tau_n)$. Simplificando por N_{n0} , obtenemos que $e^{-1} = \exp(-A_{nm}\tau_n)$, y en definitiva $A_{nm}\tau_n = 1$, es decir,

$$\tau_n = 1/A_{nm}. \quad (72.17)$$

Así, pues, la probabilidad de las transiciones espontáneas o coeficiente de Einstein para la emisión espontánea es *la magnitud inversa a la vida media del átomo en el estado excitado*.

4. La vida media del átomo en el estado excitado se puede medir experimentalmente. Para esto se utiliza la relación (72.16), que también se puede escribir así:

$$N_n = N_{n0}e^{-t/\tau_n} \quad (72.17')$$

En uno de los experimentos hechos por Wien se estudió la luminosidad de un haz de iones de hidrógeno excitados que se movían en un espacio en el cual se había practicado un alto vacío. Las condiciones del experimento excluían la posibilidad de las colisiones entre las partículas y el intercambio de energía entre ellas.

Los iones excitados se «desexcitaban», es decir, pasaban al estado normal, no excitado, sólo a expensas de que el período de vida de las partículas en el estado excitado era τ_n . En estos experimentos se midió, en una raya espectral aislada, la disminución de su intensidad a lo largo del movimiento del haz de partículas que, con la velocidad v , recorrían el espacio x , de modo que $t = x/v$. La magnitud τ_n se determinaba partiendo de la fórmula (72.17') Logaritmando (72.17') es fácil obtener

$$\tau_n = t \ln (N_{n0}/N_n) = t \ln (J_0/J) *).$$

Para la raya del hidrógeno H_α ($\lambda = 656,2$ nm) τ_n se obtuvo igual a $1,5 \cdot 10^{-8}$ s, y para la raya del mercurio ($\lambda = 253,7$ nm), $\tau_n = 9,8 \cdot 10^{-9}$ s.

5. El orden de magnitud de $\tau_n \approx 10^{-8}$ s es característico del período de vida de los átomos en un estado excitado. En cuanto transcurre este tiempo los átomos pasan espontáneamente, por lo general, al estado de energía normal. La vida finita τ_n del átomo en el estado excitado es causa de que su energía \mathcal{E}_n en dicho estado sólo se pueda determinar con la incertidumbre $\Delta\mathcal{E}_n$ que se deduce de las relaciones de indeterminación de Heisenberg (70.9):

$$\Delta\mathcal{E}_n \geq \hbar/\tau_n.$$

La magnitud $\Delta\mathcal{E}_n = \Gamma_n$ recibe el nombre de *anchura natural del nivel de energía* \mathcal{E}_n .

Todos los niveles excitados tienen anchura natural distinta de cero, debido a que la magnitud τ_n es finita ($\tau_n \approx \approx 10^{-8}$ s). Solamente el nivel de energía correspondiente al estado normal, no excitado, del átomo es infinitamente estrecho, ya que en él puede permanecer el átomo tanto tiempo como se quiera en ausencia de influencias externas. Si τ_n tiende a infinito, $\Delta\mathcal{E}_n$ tiende a cero. Las magnitudes $\Delta\mathcal{E}_n$ y τ_n determinan la denominada *anchura natural de la raya espectral* $\Delta\omega_{nm}$ que se produce al pasar el átomo del nivel n al nivel m (§ 61.4). Según la regla de las frecuencias de Bohr

$$\Delta\omega_{nm} = \frac{\Delta\mathcal{E}_n}{\hbar} \geq \frac{1}{\tau_n}. \quad (72.18)$$

*) Se puede demostrar que la relación de los números N_{n0}/N_n es igual a la relación de las intensidades J_0/J .

La relación (72.18) indica que *es imposible la existencia de rayas espectrales infinitamente estrechas*. A la magnitud $\Delta\omega_{nm} \approx 10^8 \text{s}^{-1}$ corresponde en la escala de longitudes de onda un intervalo $\Delta\lambda \approx 10^{-5} \text{ nm}$.

En la óptica (§ 61.4) se demostró que la discontinuidad de un tren de ondas debida a la finitud de la duración del estado excitado conlleva la heterocromaticidad de *cualquier* radiación. Como hemos visto en este párrafo, la teoría de la emisión de Einstein conduce a los mismos resultados. La teoría mecanocuántica consecuente de la radiación de la luz también llega a las mismas conclusiones.

§ 72.9. Concepto de radiación inducida de la luz

1. Si sobre una substancia actúa un campo electromagnético, según Einstein, entre los átomos (o moléculas) de la substancia y el campo se produce una interacción subordinada a las leyes de conservación de la energía y el impulso. Como sabemos (§ 63.5), un dipolo eléctrico que se encuentre en el campo electromagnético de una onda luminosa que incida sobre él, realiza oscilaciones forzadas. En dependencia de la relación entre las fases de las oscilaciones propias del dipolo y las oscilaciones de la intensidad del campo eléctrico de la onda, el dipolo puede absorber o ceder energía al campo en forma de *emisión forzada (inducida)*. En el segundo caso se produce la llamada *absorción negativa de la luz*, a diferencia de la absorción positiva ordinaria. Einstein demostró que un átomo que se encuentra en el campo electromagnético de una onda luminosa posee propiedades análogas a las de un dipolo eléctrico: en presencia del campo debe producirse una emisión forzada del átomo. En el léxico de la mecánica cuántica esto significa que el átomo que se encuentra en cierto nivel de energía excitado n , puede, *bajo la acción del campo*, pasar con cierta probabilidad a un estado de energía inferior m . El campo electromagnético actúa como si «tirara» al átomo del nivel excitado abajo.

Según Einstein, el átomo excitado que se encuentra en el nivel n puede pasar al nivel inferior m emitiendo un cuanto $h\nu$ ya sea espontáneamente o forzado por la acción de un campo.

2. El fenómeno de la emisión inducida predicho por Einstein en 1916, fue descubierto experimentalmente por V. A. Fabrikant en 1939. Éste comprobó que, en la parte

visible del espectro, en el vapor de mercurio excitado por una descarga eléctrica, se produce la absorción negativa. La luz se intensifica al pasar a través del vapor de mercurio en condiciones especiales, cuando en los niveles superiores excitados se encuentran más átomos de mercurio que en los inferiores menos excitados. Al mismo tiempo, en 1939—1940, Fabrikant enunció por primera vez el principio de la intensificación de la luz al pasar a través de una substancia en la cual es posible su absorción negativa. En el § 79.4 veremos que el fenómeno de la emisión inducida halló su confirmación experimental y desarrollo en las fuentes y amplificadores cuánticos de la luz, esencialmente nuevos, creados durante los últimos decenios.

3. Además de las transiciones de los átomos desde el nivel superior n al inferior m , son posibles los procesos de transición inversa. El átomo que se encuentra en el nivel m , como resultado de la absorción de un fotón de energía $\hbar\omega = \mathcal{E}_n - \mathcal{E}_m$ puede pasar a un estado de energía más elevado, es decir, al nivel n .

Supongamos que la substancia y el campo electromagnético se encuentran en estado de equilibrio a cierta temperatura T . Esto quiere decir que todas las características de la substancia, y en particular los parámetros de estado p , v y T (véase el cap. 26), no varían y que las características del campo también permanecen constantes. Para que este equilibrio sea posible es necesario que exista equilibrio entre los procesos de emisión y absorción de luz, o sea, que el número de actos de emisión de luz sea igual al número de actos de absorción. Este equilibrio se establece en una cavidad cerrada cuyas paredes se mantienen a temperatura constante (§ 67.1). Los átomos de las paredes de la cavidad emiten y absorben luz de tal modo que se cumple la condición de equilibrio. Einstein demostró que la condición de equilibrio y la ley de conservación de la energía para la emisión y absorción de las ondas electromagnéticas por los átomos de la pared en el caso del cuerpo negro, conducen a la fórmula de Planck (67.5).

4. La idea de la deducción de esta fórmula consiste en lo siguiente. Supongamos que el cuerpo negro es un sistema de dos niveles de energía \mathcal{E}_1 y $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$; el número de átomos que hay en cada uno de estos niveles es, respectivamente, N_1 y N_2 . Admitimos que el sistema se halla en equilibrio termodinámico.

La emisión de energía se produce a expensas de dos procesos: las transiciones espontáneas e inducidas de los átomos del nivel de

energía superior al inferior. El número de átomos que participan en la emisión espontánea durante el tiempo dt es proporcional al número de átomos que hay en el nivel superior (véase 72.15):

$$-dN_{\text{esp}}^{\text{em}} = AN_2 dt$$

El número de átomos que participan en la emisión inducida es proporcional al número de átomos que hay en el nivel superior y a la concentración de fotones que hay en la cavidad del radiador negro:

$$-dN_{\text{ind}}^{\text{em}} = BN_2 n_f dt.$$

La absorción de energía se produce en las transiciones de los átomos del nivel de energía inferior al superior. El número de átomos que absorben energía es proporcional al número de átomos que hay en el nivel inferior y a la concentración de fotones:

$$-dN^{\text{abs}} = BN_1 n_f dt.$$

La condición de equilibrio termodinámico consiste en que estén en equilibrio las energías de los procesos de emisión y absorción, para lo cual es necesario que se cumpla la igualdad

$$dN^{\text{abs}} = dN_{\text{ind}}^{\text{em}} + dN_{\text{esp}}^{\text{em}}, \quad \text{o} \quad BN_1 n_f = BN_2 n_f + AN_2.$$

Teniendo en cuenta la distribución de Boltzmann de los átomos entre los niveles de energía $N_1 = N_0 e^{-\mathcal{E}_1/hT}$ y $N_2 = N_0 e^{-\mathcal{E}_2/hT}$ (§ 26.11), obtenemos

$$BN_0 n_f e^{-\mathcal{E}_1/hT} = BN_0 n_f e^{-\mathcal{E}_2/hT} + AN_0 e^{-\mathcal{E}_2/hT},$$

de donde puede hallarse la concentración de fotones:

$$n_f = \frac{A}{B} \frac{1}{e^{(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)/hT} - 1} = \frac{A}{B} \frac{1}{e^{h\nu/hT} - 1}. \quad (72.19)$$

La densidad de la energía del campo electromagnético de la emisión es igual al producto de la concentración de fotones por la energía del fotón:

$$\bar{w} = n_f h\nu = \frac{A}{B} \frac{h\nu}{e^{h\nu/hT} - 1}. \quad (72.20)$$

El poder emisor del cuerpo negro es proporcional a la densidad de la energía del campo electromagnético de la emisión en la cavidad, lo que está de acuerdo con la fórmula de Planck. Einstein demostró que el coeficiente de proporcionalidad coincide exactamente con el factor que antecede al quebrado en la expresión (67.5).

ÁTOMOS CON DOS O MÁS ELECTRONES

§ 73.1. Principio de Pauli

1. En el párrafo anterior se ha demostrado que, como resultado de las transiciones espontáneas e inducidas con radiación, los átomos de la substancia pasan al estado normal o a otro estado de energía menos excitado. Para los átomos con un solo electrón esto significa que, en estos átomos, el electrón tiende siempre a pasar al estado normal, no excitado, en el cual tendrá la energía mínima. Es evidente que estas conclusiones también deben conservarse en el caso de átomos con dos o más electrones. Como resultado de las transiciones cuánticas todos los electrones del átomo deberán tender a pasar al estado de energía más estable, es decir, a ocupar el más bajo de todos los niveles de energía posibles. Al parecer, todos los electrones del átomo deberían «reunirse» en el nivel de energía más bajo.

2. En 1925 estableció W. Pauli la ley mecanocuántica llamada *principio de exclusión* o *principio de Pauli*. Este principio prohíbe la «acumulación» de electrones en el nivel de energía más bajo. El enunciado más sencillo y moderno del principio de Pauli es el siguiente: *en todo sistema que contenga dos o más electrones, en un estado estacionario determinado por el conjunto de los cuatro números cuánticos: principal n , orbital l , magnético m y de espín m_s , no puede haber nada más que un electrón.*

El fundamento del principio de Pauli está relacionado con un postulado importante de la mecánica cuántica acerca de la indistinguibilidad de las partículas idénticas en el micromundo. Por ejemplo, los electrones de los átomos, moléculas o cristales de los sólidos no se pueden distinguir unos de otros: tienen la misma carga, la misma masa y el mismo valor absoluto del espín. El cambio de sitio de dos electrones entre sí en un átomo no puede variar el estado de éste. La indistinguibilidad de las partículas idénticas conduce a importantes conclusiones, una de las cuales es el principio de Pauli. Nosotros no podemos estudiar aquí el problema de la relación de la indistinguibilidad de las partículas idénticas con el principio de Pauli. Pero tendremos que volver

a referirnos a que los electrones de los átomos y otros sistemas son indistinguibles (§ 74.3). Como se demuestra en la mecánica cuántica, al principio de Pauli se subordinan, además de los electrones, otras partículas cuyo espín es igual a $\hbar/2$.

3. Para el sistema de electrones de un átomo, el principio de Pauli se puede escribir como sigue:

$$Z_1(n, l, m, m_s) = 0 \text{ ó } 1, \quad (73.1)$$

donde $Z_1(n, l, m, m_s)$ es el número de electrones que hay en el estado definido por el conjunto de los cuatro números cuánticos n, l, m y m_s .

Vamos a aplicar el principio de Pauli para hallar el número máximo de electrones del átomo que tienen, respectivamente, valores dados de tres números cuánticos (n, l, m) , de dos números cuánticos (n, l) y, finalmente, de sólo el número cuántico principal n .

4. Hallamos el número máximo $Z_2(n, l, m)$ de electrones que hay en los estados determinados por el conjunto de los tres números cuánticos n, l y m . En estos estados los electrones sólo pueden diferir en la orientación de sus espines. Como el número cuántico m_s únicamente puede tomar dos valores, $1/2$ y $-1/2$ (§ 72.5), se puede escribir inmediatamente:

$$Z_2(n, l, m) = 2. \quad (73.2)$$

Calculemos ahora el número máximo de electrones $Z_3(n, l)$ que se pueden encontrar en los estados determinados por los dos números cuánticos: principal n y orbital l , o sea, que difieren en el posible conjunto de valores del número cuántico m . Como se sabe (§ 72.4), el número cuántico magnético puede tomar $(2l + 1)$ valores. Por lo tanto, el número máximo $Z_3(n, l)$ de electrones se expresa así,

$$Z_3(n, l) = 2(2l + 1). \quad (73.3)$$

Los valores de $Z_3(n, l)$, para distintos valores de l , se dan en la tabla 73.1.

Finalmente, calculemos, aplicando el principio de Pauli, el número máximo $Z(n)$ de electrones que se encuentran en los estados que se determinan dando el número cuántico principal n . Como se sabe (§ 72.2), el número cuántico orbital l , cuando se da n , varía desde 0 hasta $n - 1$. Por eso

Tabla 73.1

Valor del número cuántico orbital l	0	1	2	3	4
Símbolo del estado correspondiente de los electrones	s	p	d	f	g
Número máximo de electrones	2	6	10	14	18

obtenemos el número $Z(n)$ sumando la expresión (73.3) respecto de l desde 0 hasta $n - 1$:

$$\begin{aligned}
 Z(n) &= \sum_{l=0}^{l=n-1} Z_3(n, l) = \sum_{l=0}^{l=n-1} 2(2l+1) = \\
 &= [2(n-1) + 2]n = 2n^2. \qquad (73.4)
 \end{aligned}$$

Proponemos al lector que haga por su cuenta esta suma y obtenga este resultado, teniendo en cuenta que es la suma de los términos de una progresión aritmética cuya razón es 4.

5. Los electrones del átomo que ocupan el conjunto de estados que tienen el mismo valor del número cuántico principal n forman una *capa electrónica*. En dependencia del valor de n se distinguen las capas electrónicas siguientes: capa K , para $n = 1$; L , para $n = 2$; M , para $n = 3$; N , para $n = 4$; O , para $n = 5$ y así sucesivamente. De la fórmula (73.4) se sigue que el número máximo de electrones que puede haber en las capas es: en la capa K , 2 electrones; en las capas L , M , N y O , respectivamente, 8, 18, 32 y 50 electrones.

En cada capa los electrones se distribuyen en *subgrupos* o *subcapas*. La subcapa corresponde a un valor determinado del número cuántico orbital l . En la tabla 73.2 se dan los números máximos de electrones que hay en cada capa dada y que poseen los valores indicados del número cuántico orbital, es decir, que se encuentran en las distintas subcapas.

El principio de Pauli ha desempeñado un papel destacado en el desarrollo de la física atómica y nuclear moderna. Así, por ejemplo, sin él hubiera sido imposible crear la teoría de los sólidos moderna (véanse los caps. 75—77). El principio de Pauli ha dado la posibilidad de fundamentar el sistema periódico de los elementos químicos de Mendeléiev.

Tabla 73.2

n	Capa electrónica	Cantidad de electrones en los estados					Número máximo de electrones
		s (l = 0)	p (l = 1)	d (l = 2)	f (l = 3)	g (l = 4)	
1	K	2	—	—	—	—	2
2	L	2	6	—	—	—	8
3	M	2	6	10	—	—	18
4	N	2	6	10	14	—	32
5	O	2	6	10	14	18	50

§ 73.2. Sistema periódico de los elementos de Mendeléiev

1. En 1869 descubrió D. I. Mendeléiev la ley periódica de la variación de las propiedades químicas y físicas de los elementos en dependencia de su masa atómica. Si todos los *elementos químicos se disponen según el orden creciente* de sus masas atómicas, se pone de manifiesto la semejanza de sus propiedades físico-químicas. Dentro de los intervalos llamados *períodos*, los elementos situados en una serie vertical —*grupo* de elementos— revelan que sus propiedades físicas y químicas se repiten. En la época de Mendeléiev se conocían 64 elementos químicos. Disponiéndolos en una tabla que reflejaba las variaciones periódicas de sus propiedades químicas, Mendeléiev tuvo que apartarse en varios casos del principio que relaciona dicha periodicidad con el aumento de la masa atómica.

2. Al hacer esto resultó que una parte de las casillas del sistema periódico se quedaron libres, ya que los elementos correspondientes a ellas aún no habían sido descubiertos. Mendeléiev, basándose en su sistema, predijo la existencia de una serie de elementos químicos nuevos (galio, escandio, germanio y otros) y describió sus propiedades químicas.

Más tarde fueron descubiertos todos estos elementos y las predicciones de Mendeléiev se vieron confirmadas plenamente. Mendeléiev consiguió también precisar los valores de las masas atómicas y las propiedades químicas de algunos elementos. Así, las masas atómicas del berilio, titanio, cesio y uranio calculadas basándose en la ley de Mendeléiev resultaron ser correctas, y los datos que sobre ellas se te-

nían antes, erróneos. Esto constituyó un triunfo del sistema periódico de Mendeléiev. Como una de las leyes más importantes de las ciencias naturales, la ley periódica de Mendeléiev sirve de base a la química moderna y a la física atómica y nuclear.

3. El sentido físico del número de orden Z del elemento en el sistema periódico fue esclarecido por el modelo nuclear del átomo de Rutherford (§ 71.1). El número de orden Z coincide con el de protones (cargas positivas elementales) que hay en el núcleo (§ 80.3). Su número aumenta regularmente en una unidad al pasar del elemento químico precedente al que le sigue.

4. Las propiedades químicas de los elementos, sus propiedades ópticas y algunas otras propiedades físicas se explican por el comportamiento de los electrones periféricos, llamados también de *valencia* u *ópticos*. La periodicidad de las propiedades químicas de los elementos se debe a la periodicidad en la disposición de los electrones de valencia de los átomos de los distintos elementos.

5. La explicación de la estructura del sistema periódico de los elementos y la interpretación teórica de la ley periódica de Mendeléiev fue dada por la teoría cuántica de Bohr en 1922, antes de que existiera la mecánica cuántica. La teoría consecuente del sistema periódico se basa en los siguientes postulados:

a) el número total de electrones que hay en el átomo de un elemento químico dado es igual al número de orden Z de este elemento;

b) el estado de un electrón en el átomo se determina por el conjunto de sus cuatro números cuánticos: n , l , m y m_s ;

c) la distribución de los electrones del átomo entre los estados de energía debe satisfacer el principio del mínimo de energía potencial: al aumentar el número de electrones, cada nuevo electrón debe ocupar el estado que pueda, cuya energía sea menor;

d) la ocupación de los niveles de energía del átomo por los electrones debe producirse de acuerdo con el principio de Pauli *).

6. El orden de ocupación de los estados en las distintas capas y, dentro de los límites de cada capa, en las subcapas,

*) Bohr creó los fundamentos de la teoría del sistema periódico de Mendeléiev antes de que se conociera el principio de Pauli.

debe corresponder a la sucesiva disposición de los niveles de energía con distintos valores de los números cuánticos n y l . Primero se llenan los estados que tienen la energía menor posible, y después los estados cuya energía va siendo cada vez mayor. Para muchos átomos este orden corresponde a que primero se llenan las capas de n menor, y luego debe ser ocupada por los electrones la capa siguiente. Dentro de los límites de una capa se llenan primero los estados con $l = 0$ y después los de l mayores, hasta llegar a $l = n - 1$. El sistema de los elementos construido sobre estas bases debe tener la estructura y el número de elementos en cada período (longitud del período) que se indica en la tabla 73.2. El sistema periódico real de los elementos de Mendeléiev difiere del sistema ideal.

7. La diferencia entre la tabla 73.2 y la ocupación de los niveles en el sistema periódico real se debe a que cada electrón del átomo se encuentra en el campo eléctrico del núcleo cargado positivamente, y en el campo de todos los demás electrones, que interaccionan con el núcleo y entre sí. El problema de encontrar el estado de energía del electrón que se mueve en un campo tan complejo no puede ser resuelto de un modo riguroso ni en la mecánica cuántica.

Para comprender la distribución de los electrones del átomo entre los niveles de energía, el átomo de cada elemento posterior nos lo podemos figurar como formado por el átomo del elemento anterior añadiéndole a su núcleo un protón (y el número necesario de neutrones, § 80.3) y un electrón a la periferia del átomo. Con esto, según Bohr, la distribución de los electrones entre los estados que existen en el átomo del elemento dado debe mantenerse también en el átomo del elemento que le sigue. Pero la interacción entre los electrones en el átomo hace que esto se infrinja. Como resultado de la interacción entre los electrones, para los números cuánticos principales n grandes, los estados con n mayor y l menor pueden tener menor energía, es decir, ser más convenientes desde el punto de vista energético, que los estados con n menor pero con l mayor. Esta es la causa de la desviación en la ocupación de los estados en el sistema periódico real de los elementos respecto de la ocupación correspondiente a la tabla 73.2.

8. Examinemos más detalladamente el orden de ocupación por los electrones de los estados en los átomos de los elementos químicos que se encuentran en el estado fundamental, no excitado. En la física

atómica el estado electrónico en el átomo se simboliza por nl , que indica el valor de los dos números cuánticos.

En el átomo de hidrógeno ($Z = 1$) el único electrón se encuentra en el estado $1s$, que se caracteriza por los números cuánticos $n = 1$, $l = 0$, $m = 0$. Las proyecciones de su espín sobre la dirección del campo exterior están determinadas por los números cuánticos de espín $m_s = \pm 1/2$. En el átomo de helio ($Z = 2$) su segundo electrón también puede estar en el estado $1s$, o sea, tener también los mismos números cuánticos: $n = 1$, $l = 0$, $m = 0$, pero el espín del segundo electrón debe estar orientado en sentido contrario al del primero (para uno de ellos $m_s = 1/2$ y para el otro $m_s = -1/2$ o al contrario). El grupo de estados con $n = 1$, $l = 0$, $m = 0$ y $m_s = \pm 1/2$ forma la capa K ocupada del átomo, correspondiente a la terminación del primer período del sistema periódico de Mendeléiev.

El elemento que sigue al helio, el litio ($Z = 3$), tiene tres electrones. Por el principio de Pauli, el tercer electrón del átomo de litio ya no puede instalarse en la capa K , que está completamente llena, y ocupa el estado más bajo en la capa con $n = 2$ (capa L). Este estado es el $2s$ (cuyos números cuánticos son $n = 2$, $l = 0$, $m = 0$). Con el litio comienza el segundo período del sistema periódico. El cuarto electrón del berilio ($Z = 4$) ocupa también el estado $2s$, pero el quinto electrón del boro ($Z = 5$) tiene que ocupar un estado de energía más alto, el $2p$ ($n = 2$, $l = 1$). Hasta llegar al neón ($Z = 10$), los electrones de todos los átomos se instalan en la subcapa con $l = 1$, siendo $n = 2$. El neón tiene 8 electrones de estos, o sea, el número máximo para este estado. La capa L del neón está completamente llena y en este elemento termina el segundo período del sistema periódico de Mendeléiev.

El undécimo electrón del sodio ($Z = 11$) se instala ya en la capa M ($n = 3$), ocupando el estado más bajo, $3s$. Esta capa se va completando sucesivamente hasta llegar al argón ($Z = 18$). En el argón todos los estados de la subcapa $3p$ están ocupados y con este elemento termina el tercer período del sistema periódico.

9. El décimonoveno electrón del potasio ($Z = 19$) debería ocupar el estado $3d$ en la capa M ($n = 3$, $l = 2$). Pero las propiedades químicas y ópticas del potasio son análogas a las del litio y el sodio, en los cuales el electrón de valencia se encuentra en el estado s . Por eso, en el potasio, el electrón décimonoveno, de valencia, debe encontrarse también en el estado s . Él ocupa este estado en la capa N siguiente ($n = 4$), es decir, el estado $4s$. A partir del potasio, comienza la ocupación de la capa N , sin estar llena la subcapa $3d$ de la capa M . La causa de que esto ocurra es que, a consecuencia de la interacción entre los electrones, la energía $\mathcal{E}_{4,0}$ del electrón en el estado $4s$ es menor que la energía $\mathcal{E}_{3,2}$ que este electrón tendría en el estado $3d$ *). Las propiedades químicas y ópticas del potasio ($Z = 19$) indican que su vigésimo electrón se instala en el estado $4s$ de la capa N . A partir del escandio ($Z = 21$) recomienza la ocupación normal de la subcapa

*) Aquí hemos aplicado un resultado importante de la mecánica cuántica acerca de que la energía del electrón en el átomo depende, en general, no sólo del número cuántico principal, sino también de su número cuántico orbital. Sólo en el caso del hidrógeno la energía depende únicamente del número cuántico principal (véase (71.12)).

3d, que termina en el cobre ($Z = 29$). Después, hasta el criptón ($Z = 36$), se continúa llenando la capa N normalmente. Con el criptón termina el cuarto período del sistema periódico.

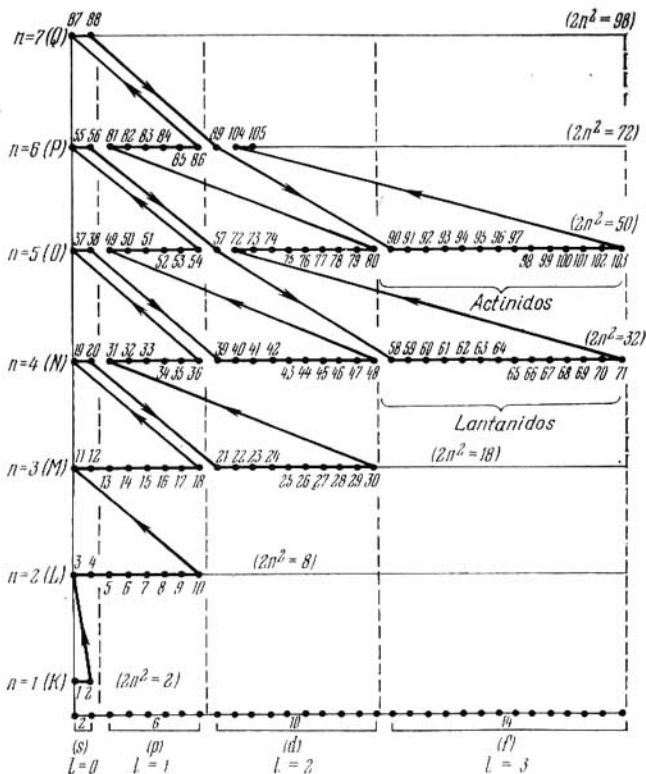


Fig. 73.1.

El elemento químico rubidio ($Z = 37$), que sigue al criptón, tiene propiedades análogas al sodio y potasio. Por eso, su trigésimo séptimo electrón, de valencia, no se instala en la capa N , que aún no está completamente llena, sino en la capa O ($n = 5$) siguiente, y ocupa el

estado 5s. En el átomo de estroncio ($Z = 38$), que tiene propiedad análoga al calcio, el electrón también ocupa el estado 5s. Desde el itrio ($Z = 39$) hasta el paladio ($Z = 46$) se va ocupando la subcapa 4d. En la plata ($Z = 47$) y el cadmio ($Z = 48$) se vuelven a seguir ocupando las subcapas de la capa electrónica N . A partir del indio ($Z = 49$) y hasta el xenón ($Z = 54$) se ocupa la subcapa 5p. En el xenón termina el quinto período del sistema periódico.

Comenzando por el cesio ($Z = 55$) empieza la ocupación de la capa P ($n = 6$).

10. Los elementos químicos desde el lantano ($Z = 57$) hasta el lutecio ($Z = 71$), que se reúnen en el grupo especial de las tierras raras, llamadas lantánidos, tienen propiedades químicas y una serie de propiedades físicas semejantes. Esto se debe a la peculiaridad del orden de ocupación de los estados por los electrones de los átomos de estos elementos. El lantano tiene completamente llenas las subcapas 5s, 5p y 6s y su quincuagésimo séptimo electrón se encuentra en el estado 5d, mientras que la profunda subcapa 4f no está llena de electrones. En los átomos de los elementos desde el cesio ($Z = 58$) hasta el lutecio ($Z = 71$) se va ocupando esta subcapa, mientras que la subcapa exterior 6s permanece invariable. Esto explica la identidad de las propiedades químicas de los lantánidos.

A partir del hafnio ($Z = 72$) se produce la ocupación de la subcapa 5d, que termina en el oro ($Z = 79$), que es monovalente. En el mercurio ($Z = 80$) termina la ocupación de la subcapa 6s y a partir del talio ($Z = 81$) hasta el radón ($Z = 86$), que es el último del sexto período del sistema periódico de los elementos, se va ocupando la subcapa 6p. En el francio ($Z = 87$) y el radio ($Z = 88$) se llena la subcapa 7s de la capa Q ($n = 7$).

11. Un grupo especial de elementos es el llamado de los actínidos. Este grupo de elementos comienza en el actinio ($Z = 89$) y se extiende hasta el elemento cuyo número atómico es $Z = 103$. Al grupo de los elementos actínidos pertenecen los elementos químicos transuránicos; neptunio ($Z = 93$), plutonio ($Z = 94$), americio ($Z = 95$), curio ($Z = 96$) y otros. En honor de Einstein y de Fermi dos elementos de este grupo recibieron los nombres de einstenio ($Z = 99$) y fermio ($Z = 100$). El elemento centésimo primero se llama mendelevio en honor del creador del sistema periódico D.I. Mendeléiev. Todos los actínidos se distinguen por que en ellos se va ocupando la capa 5f, mientras que sus electrones periféricos se hallan en un estado análogo a los estados de los electrones de los lantánidos.

El elemento número $Z = 104$ fue descubierto en 1964 en el Instituto Unificado de Investigaciones Nucleares de Dubná y llamado kurchatovio en honor del eminente físico soviético I.V. Kurchátov. Sus dos isótopos se designan así: ${}_{104}^{260}\text{Ku}$ y ${}_{104}^{264}\text{Ku}$.

La fig. 73.1 muestra esquemáticamente el orden de ocupación de los niveles de energía de los electrones en los átomos. Los elementos químicos se señalan con puntos, indicando sus números de orden.

12. En 1969 se celebró en todo el mundo el centenario de la creación del sistema periódico de Mendeléiev. Su explicación teórica ha sido uno de los grandes éxitos de la física moderna. Esta explicación sólo pudo darse basándose en la mecánica cuántica.

§ 73.3. Rayos X de deceleración

1. En las investigaciones de la estructura y propiedades de las capas electrónicas de los átomos complejos, en el estudio de la estructura de las moléculas y, en particular, en el de las redes cristalinas de los sólidos, han desempeñado un gran papel los rayos descubiertos por W. Roentgen en 1895 y llamados por él *rayos X*. Dichos rayos se producen al decelerar una sustancia los electrones rápidos, como resultado de la transformación de la energía cinética de éstos en energía de radiación electromagnética. Los rayos X son ondas electromagnéticas cuya longitud se encuentra en la gama de 0,001 a 80 nm. Recordaremos que las longitudes de onda de los rayos violetas más cortas que percibe el ojo humano son aproximadamente de 400 nm. Por lo tanto, los rayos X son ondas electromagnéticas muy cortas y, claro está, invisibles. La naturaleza ondulatoria electromagnética de los rayos X se demuestra plenamente en los experimentos de difracción de estos rayos que se estudiaron en el § 62.5.

2. Los rayos X se obtienen en unos dispositivos eléctricos de vacío denominados tubos de rayos X. Estos tubos tienen un cuerpo de vidrio o metal, en que se ha practicado el vacío y en el cual, a determinada distancia uno de otro, se encuentran un cátodo y un ánodo conectados a una red de alta tensión. El cátodo sirve de fuente de electrones y el ánodo (anticátodo), de fuente de rayos X*). Entre el cátodo y el ánodo se crea un campo eléctrico intenso que acelera los electrones hasta energías de 10^4 — 10^6 eV. En los aceleradores modernos (betatrones y sincrotrones) se producen rayos X al decelerar electrones cuyas energías son del orden de 10^2 MeV.

3. Para detectar los rayos X, invisibles, se aprovechan algunas de sus acciones. Los rayos X ejercen una acción fotoquímica intensa que hace ennegrecer las placas fotográficas. Tienen gran poder para ionizar los gases y provocan la luminiscencia fluorescente en los luminóforos (§ 79.2). Para medir la intensidad de los rayos X se utilizan principalmente sus acciones fotoquímicas e ionizantes. En cámaras de ionización especiales se mide la intensidad de los

*) Además de los tubos de rayos X electrónicos, existen tubos iónicos en los cuales los electrones se arrancan del cátodo bombardeándolo con los iones de un gas enrarecido acelerados por un campo eléctrico.

rayos X por la intensidad de la corriente de saturación que se produce como resultado de la ionización del gas que hay en la cámara (§ 48.2). La intensidad de esta corriente es proporcional a la de los rayos X. Los métodos para detectar las radiaciones ionizantes se estudian en la física nuclear (§ 81.8).

4. Las experiencias han demostrado que hay dos tipos de rayos X. El primero de ellos recibe el nombre de radiación X *blanca*. Esta radiación se caracteriza por tener espectro continuo, semejante al de la luz blanca, al que deben su nombre. Los rayos X blancos se producen por deceleración de los electrones cuando se mueven dentro de una sustancia. Por esta razón se llaman también rayos X de *deceleración* o *frenado*. Este tipo de rayos X lo emiten los mismos electrones que se mueven dentro de la sustancia. Como se sabe (§ 59.4), toda carga que se mueve acelerada o retardadamente emite ondas electromagnéticas de espectro continuo. El espectro continuo de rayos X

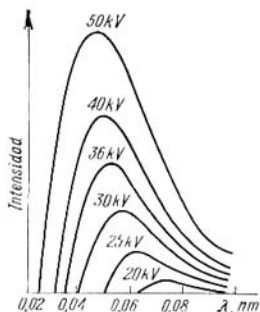


Fig. 73.2.

está limitado, por la parte de las longitudes de onda *pequeñas*, por una longitud de onda mínima $\lambda_{\text{mín}}$ denominada *límite del espectro continuo*. La fig. 73.2 representa los espectros continuos de rayos X del volframio con distintas diferencias de potencial entre los electrodos del tubo.

El límite $\lambda_{\text{mín}}$ no se puede explicar desde el punto de vista ondulatorio clásico sobre la naturaleza de los rayos X. El espectro continuo de la radiación X de frenado, según las representaciones ondulatorias no debe estar limitado. Las experiencias han demostrado, sin embargo, que la longitud de onda límite $\lambda_{\text{mín}}$ es inversamente proporcional a la energía cinética K de los electrones que producen los rayos X de deceleración. Desde el punto de vista cuántico la existencia de $\lambda_{\text{mín}}$ tiene una explicación sencilla. Es evidente que la energía máxima $h\nu_{\text{máx}}$ del cuanto X que surge a expensas de la energía del electrón, no puede ser mayor que

esta energía $K = e\varphi$, en la que φ es el potencial del campo acelerador:

$$K = h\nu_{\text{máx}}. \quad (73.5)$$

Pasando en (73.5) de la frecuencia a la longitud de onda, se obtiene

$$\lambda_{\text{mín}} = \frac{c}{\nu_{\text{máx}}} = \frac{ch}{K} = \frac{ch}{e\varphi}. \quad (73.6)$$

La fórmula (73.6) concuerda perfectamente con los datos experimentales; esta fórmula fue en su tiempo uno de los métodos más exactos para determinar experimentalmente la constante de Planck h .

La relación (73.5) coincide con la ecuación de Einstein (68.3') para el efecto fotoeléctrico (§ 68.3) si se desprecia en ella el trabajo de salida del electrón del metal. Si el efecto fotoeléctrico es producido por rayos X, en la ecuación (68.3') el trabajo de salida del electrón del metal A_0 es mucho menor que la energía del cuanto $h\nu$ y puede despreciarse. El efecto fotoeléctrico y el surgimiento de los rayos X de frenado son fenómenos mutuamente inversos: si la ecuación (73.5) se lee de derecha a izquierda, da la energía cinética de los electrones en el efecto fotoeléctrico; si se lee de izquierda a derecha, indica la existencia de la frecuencia (o longitud de onda) límite cuando la energía del electrón decelerado se transforma totalmente en energía de un cuanto X.

§ 73.4. Rayos X característicos

1. El segundo tipo de rayos X es el de los llamados *característicos*. Recibieron esta denominación porque caracterizan la substancia del anticátodo (ánodo) del tubo de rayos X. Los rayos X característicos tienen espectros de rayas. La peculiaridad de estos espectros consiste en que los átomos de cada elemento químico, independientemente de las composiciones químicas en que se encuentre, tienen espectro de rayas propio, perfectamente determinado, de rayos X característicos. Estos espectros de rayos X característicos de los átomos difieren esencialmente de los espectros electrónicos ópticos de los mismos átomos. Los espectros ópticos de los átomos dependen de si éstos están en estado libre o formando combinaciones químicas.

2. No es difícil comprender la causa de la variación de los espectros ópticos en combinaciones químicas diversas de

los átomos. Los espectros de rayas están determinados por el comportamiento de los electrones periféricos, de valencia. Cuando se forman los enlaces químicos, los estados de los electrones de valencia cambian y esto influye en el espectro óptico. El hecho de que los espectros de rayas de los rayos X sean una característica *individual* del átomo que no cambia al entrar éste en una combinación química, indica la naturaleza de los rayos X característicos. Es evidente que estos rayos se producen en los procesos que tienen lugar en las capas electrónicas profundas, ocupadas, de los átomos, que no varían cuando éstos entran en una combinación química.

3. En los espectros de rayas de los rayos X de los átomos de distintos elementos químicos se observan grupos de rayas (series de rayas espectrales) de un mismo tipo que sólo difieren entre sí en que en los elementos más pesados las series de rayas análogas se desplazan hacia la parte de las ondas más cortas. Según el orden creciente de las longitudes de onda, las series de los rayos X característicos se llaman, respectivamente, *K*, *L*, *M*, *N* y así sucesivamente. Estas denominaciones están relacionadas con el origen de las rayas de estas series. Como vimos en el § 73.2, en los átomos con número atómico *Z* grande las capas electrónicas internas *K*, *L*, *M*, etc. están totalmente llenas de electrones. Si de una de estas capas se arranca un electrón, al sitio desocupado pasa un electrón de otra capa más alejada del núcleo. Esta transición conlleva la radiación de un cuanto de rayos X.

Si, por ejemplo, bajo la acción de una radiación primaria dura, o por la incidencia de un electrón sobre el átomo, se desprende un electrón de su capa *K*, al sitio desocupado por él puede pasar un electrón de las capas *L*, *M*, *N* u otras. Al mismo tiempo serán emitidos cuantos de energía determinada y aparecerán las rayas de la serie *K* del espectro de rayos X. Para arrancar un electrón de la capa *K*, que es la más próxima al núcleo y en la que los electrones experimentan mayor atracción por él, se requiere gastar una energía de arranque denominada *límite de excitación* de la serie *K*. La energía del electrón o del cuanto primario incidente no debe ser menor que la magnitud de este trabajo. Por ejemplo, para el mercurio ($Z = 80$) el límite de excitación de la serie *K* es, aproximadamente, de 82 keV.

4. Al pasar un electrón de la capa *L* a la capa *K* emite un cuanto de la menor energía, a la que corresponde la raya K_{α} , cuya longitud de onda es la mayor de la serie *K* de la

radiación X característica del átomo dado. La raya K_β corresponde a la transición del electrón desde la capa M a la K ; la raya K_γ , a la transición desde la capa N a la K . El conjunto de rayas K_α , K_β , K_γ u otras, forma la serie K .

Las rayas de las series L , M , etc. de la radiación X característica son emitidas cuando queda libre o «vacante»

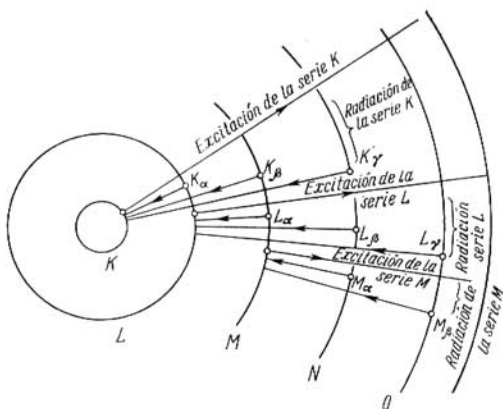


Fig. 73.3.

el sitio para un electrón en las capas L , M , N y sucesivas, respectivamente. Por ejemplo, si un electrón pasa a la capa L desde la M , se produce la raya L_α ; al pasar de la capa N , la raya L_β y así sucesivamente. Todas las transiciones que terminan en la capa L forman la serie L de los rayos X característicos. La fig. 73.3 representa esquemáticamente el surgimiento de las distintas series de los rayos X característicos.

5. En 1913 estableció H. Moseley una importante dependencia entre las longitudes de onda de las rayas de la radiación X característica y el número atómico de los átomos de los elementos químicos fuentes de los rayos X. La ley de Moseley se expresa por la fórmula siguiente:

$$\sqrt{\nu^*/R} = a(Z - \sigma), \quad (73.7)$$

en la que $v^* = 1/\lambda$ es el número de onda de la raya (§ 71.3); R , la constante de Rydberg en m^{-1} (o cm^{-1}) (§ 71.3), y a y σ son ciertas constantes que caracterizan la serie de rayas del espectro de rayos X característicos y la substancia del anticátodo (ánodo). En particular, para las longitudes de onda de la raya K_α obtuvo Moseley la relación siguiente:

$$\sqrt{v^*/R} = \sqrt{3/4}(Z-1). \quad (73.8)$$

Comparando (73.8) con (73.7) se ve que para estas rayas $a = \sqrt{3/4}$ y $\sigma = 1$. La fórmula (73.8) se puede escribir también de la forma que sigue:

$$\frac{v^*}{R} = \left(1 - \frac{1}{4}\right) (Z-1)^2 = (Z-1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)$$

o bien

$$v^* = R(Z-1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right). \quad (73.8')$$

La relación (73.8') recuerda la fórmula (71.15) de la longitud de onda (o del número de onda) de las rayas de la serie

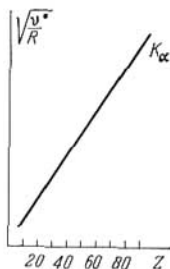


Fig. 73.4.

de Lyman del ion hidrogenoide. La diferencia entre ellas consiste en que la magnitud Z^2 que figura en las fórmulas de las series de los sistemas hidrogenoides está aquí disminuida en la magnitud $\sigma = 1$, llamada *constante de apantallamiento*. El sentido de esta constante se reduce a que en un átomo pesado, que tiene Z electrones, sobre el electrón que realiza la transición correspondiente a la raya K_α , no actúa toda la carga Ze del núcleo, sino la carga $(Z-1)e$, debilitada por el efecto de apantallamiento del electrón que permanece en la capa K .

En la fig. 73.4 se muestra el diagrama de Moseley que ilustra la dependencia lineal de $\sqrt{v^*/R}$ respecto del número atómico Z para la raya K_α . La aplicación de la ley de Moseley a los átomos de los elementos químicos del sistema periódico confirmó en su tiempo la regularidad del aumento de la carga del núcleo en una unidad al pasar de un elemento al siguiente. Esto tuvo gran importancia para demostrar

que el modelo nuclear del átomo era correcto y fundamentar la *teoría del sistema periódico*.

6. La pequeñez de la longitud de onda de los rayos X, tanto de deceleración como característicos, y su gran «dureza» condicionan su gran poder de penetración. Al pasar a través de una substancia, la intensidad de los rayos X disminuye como resultado de su dispersión debida principalmente al efecto Compton (§ 68.6). Con esto parte de la energía de los rayos X₁ duros se transmite a los electrones de la substancia y los rayos mismos experimentan la dispersión y se hacen más blandos, es decir, adquieren mayor longitud de onda. La absorción verdadera conlleva el paso de la energía de los cuantos X a energía interna de la substancia. Esta absorción depende mucho del número atómico de la substancia, siendo proporcional a Z^4 .

En virtud de que la absorción de los rayos X es distinta cuando pasan a través de obstáculos no homogéneos, estos rayos se aplican mucho en medicina, para hacer radiografías, y en diversas ramas de la ciencia y la técnica, para detectar defectos. Por ejemplo, cuando se hace la radiografía del cuerpo humano, la absorción por los huesos, cuyo componente fundamental es el fosfato de calcio, es 150 veces mayor que la de los tejidos blandos del cuerpo, en los cuales el agua es el absorbente fundamental. Por eso, en las radiografías se distingue muy bien la sombra de los huesos. La detección de defectos por medio de los rayos X se basa en la dependencia de la absorción de los rayos X respecto del número atómico Z en los sólidos ópticamente opacos. En dependencia del número atómico Z del material de las inclusiones perniciosas que haya en el cuerpo, al hacer la radiografía, los límites de los defectos se distinguen en la pantalla de modos distintos. Si los defectos tienen números atómicos Z menores que la substancia del cuerpo, la parte ocupada por ellos será más clara que el resto del campo visual. En el caso contrario la parte defectuosa resultará más oscura. Por el método de detección de defectos por rayos X no sólo se puede determinar el área que ocupa un defecto, sino también su espesor. Para esto se mide cuidadosamente el debilitamiento de los rayos X en la zona en que se halla el defecto y fuera de ella.

ESTRUCTURA DE LAS MOLÉCULAS Y SUS ESPECTROS

§ 74.1. Característica general de los enlaces químicos

1. Como se sabe, se llama molécula la partícula más pequeña de una sustancia homogénea que posee sus propiedades químicas fundamentales. Las moléculas están formadas por átomos iguales o distintos unidos entre sí por *enlaces químicos* interatómicos.

La estabilidad de las moléculas evidencia que los enlaces químicos están condicionados por las fuerzas de interacción que unen los átomos en las moléculas. La experiencia demuestra que para *descomponer* una molécula en los átomos que la forman hay que realizar un trabajo. Esto significa que la *formación* de las moléculas debe ir acompañada de desprendimiento de energía. Por ejemplo, dos átomos de hidrógeno (H) en estado libre poseen más energía que esos mismos átomos después de formar una molécula diatómica (H_2). La energía que se desprende al formarse la molécula sirve de medida del trabajo de las fuerzas de interacción que unen los átomos en la molécula.

2. Para comprender las causas por las cuales átomos eléctricamente neutros pueden formar una molécula estable, vamos a limitarnos al estudio de las moléculas diatómicas más simples, que constan de dos átomos iguales o distintos. Las fuerzas de interacción entre los átomos se producen entre los electrones periféricos, de valencia, de los átomos. Esto se pone de manifiesto en el cambio brusco que se observa en el espectro óptico de los átomos cuando entran en una combinación química. Recordaremos que los espectros de rayas de los átomos están determinados por el estado de sus electrones periféricos, de valencia. Y al contrario, los espectros de los rayos X característicos, que dependen de los electrones internos, profundos, de los átomos, no varían cuando éstos entran en una combinación química (§ 73.4). Por otra parte, en la formación de los enlaces químicos deben participar aquellos electrones cuyo estado es fácil cambiar gastando una energía relativamente pequeña. Estos

electrones son los periféricos, de valencia, de los átomos. Los potenciales de ionización de estos electrones son mucho menores que los de los electrones que se encuentran en las capas internas saturadas (§ 73.2).

3. Cualquiera que sea la naturaleza de las fuerzas que unen los átomos en la molécula, se pueden hacer ciertos razonamientos acerca de su carácter. Si los átomos se encuentran a gran distancia uno de otro, no interactúan. Cuando se van aproximando, al disminuir la distancia r entre sus núcleos, aumentan las fuerzas de *atracción mutua* que actúan entre los átomos. A pequeñas distancias r , comparables con las dimensiones de los átomos (y menores), se manifiestan las fuerzas de *repulsión mutua* que impiden que los electrones de un átomo penetren demasiado profundamente en las capas electrónicas del otro átomo.

Las fuerzas de atracción y repulsión dependen de distinto modo de la distancia r entre los átomos. En esto se parecen a las fuerzas de interacción entre las moléculas, que se estudiaron en el § 31.4. Las fuerzas de repulsión son de menor «alcance» que las de atracción y varían más rápidamente al variar r . Al aumentar la distancia r entre los átomos, las fuerzas de repulsión disminuyen más de prisa que las de atracción. La acción simultánea de las fuerzas de atracción y repulsión, dirigidas en sentidos opuestos, conduce a que a cierta distancia r_0 entre los átomos ambas fuerzas se equilibren y su suma geométrica se haga igual a cero. A esta distancia corresponde la energía potencial mínima $U(r)$ de la molécula.

La fig. 74.1 representa tres curvas: las proyecciones sobre la recta que une los dos átomos, de las fuerzas de atracción (F_2), de las de repulsión (F_1) y de la fuerza resultante (F) de interacción entre los átomos en la molécula diatómica, en función de la distancia r entre ellos. Las fuerzas de repulsión se consideran positivas (§ 31.4). En la fig. 74.2 se da la curva de función entre r y la energía potencial $U(r)$ de interacción de los átomos en la molécula diatómica.

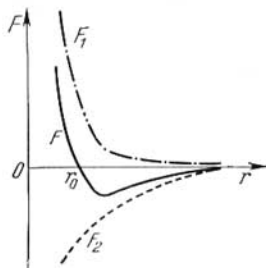


Fig. 74.1.

4. La distancia r_0 de equilibrio interatómico en la molécula se llama *longitud de enlace*. En la fig. 74.2, la magnitud D se denomina *energía de disociación* de la molécula o

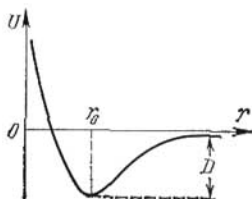


Fig. 74.2.

energía de enlace. Esta energía es igual al trabajo que hay que realizar para romper los enlaces químicos de los átomos en la molécula, descomponer la molécula en sus átomos (o iones, § 74.2) y alejar éstos uno del otro más allá de los límites de la acción de las fuerzas interatómicas. Es evidente que la energía de disociación es igual a la

energía que se desprende al formarse la molécula, pero tiene signo contrario: la energía de disociación es *negativa* y la que se desprende al formarse la molécula, *positiva*.

§ 74.2. Moléculas iónicas

1. La suposición más simple sobre la naturaleza del enlace químico que retiene los átomos en la molécula consiste en que entre los electrones periféricos de los átomos surgen fuerzas *eléctricas* que mantienen los átomos uno junto al otro. Pero esta molécula sólo será estable en el caso en que en los dos átomos que interaccionan aparezcan cargas eléctricas de *signos contrarios*. Entonces la atracción entre estas cargas asegura el enlace químico en la molécula estable.

Este tipo de enlace químico se efectúa en realidad en algunas moléculas. Ejemplos típicos de moléculas con este enlace son las moléculas de los haluros alcalinos: NaCl, RbBr, CsI y otros, que se forman por la unión de los átomos de los elementos de los grupos primero y séptimo del sistema periódico. En este caso los átomos que interaccionan se convierten en *iones*. Uno de los átomos captura uno o más electrones del otro, adquiere carga negativa y se transforma en ion negativo. El otro átomo cede el número correspondiente de electrones y se convierte en ion positivo. Entre los iones con cargas de signos distintos se produce la fuerza de atracción electrostática.

Este enlace se llama *iónico*. A veces se le da también el nombre de enlace heteropolar (del griego *έτερος*, desigual).

Las moléculas en que se efectúa este tipo de enlace se llaman *iónicas* o *heteropolares*.

2. Veamos más detalladamente cómo se forma la molécula de sal común (NaCl). El átomo de sodio, como todos los átomos de los metales del primer grupo, tiene un potencial de ionización relativamente pequeño. Para desprender del átomo de sodio su undécimo electrón, periférico, se necesita una energía de 5,1 eV. Por otra parte, el átomo de cloro Cl, que tiene siete electrones periféricos, de valencia, y otros átomos del séptimo grupo (metaloideos), se caracteriza por tener una gran *afinidad electrónica*. Por este término se entiende la cantidad de energía que *se desprende* cuando al átomo del metaloide se une un electrón. Por ejemplo, para el cloro esta magnitud es igual a 3,8 eV. El paso de un electrón del átomo de sodio al átomo de cloro hace que se formen los iones Na^+ y Cl^- . Cada uno de ellos tiene una capa exterior estable de ocho electrones (§ 73.2), característica de los gases «nobles» químicamente inertes. La atracción electrostática de los iones con cargas de signos contrarios Na^+ y Cl^- hace que éstos se acerquen.

A distancias muy pequeñas entre los iones Na^+ y Cl^- las fuerzas de atracción se truecan en fuerzas de repulsión que impiden una mayor aproximación de los iones. Estas fuerzas son debidas principalmente a la repulsión entre los núcleos de los átomos cuando las distancias entre ellos son pequeñas. En definitiva, los iones Na^+ y Cl^- se sitúan a la distancia de equilibrio r_0 entre sí, correspondiente al equilibrio de las fuerzas de atracción y repulsión. Así se forma la molécula estable de NaCl con enlace iónico.

3. En el ejemplo de la formación de la molécula NaCl se ve que la energía de ionización del sodio es 5,1 eV — 3,8 eV = 1,3 eV mayor que la afinidad electrónica del cloro. Esto significa que el paso de un electrón del átomo de sodio al átomo de cloro requiere el *gasto* de cierta cantidad de energía. Por otra parte, sabemos que al formarse la molécula se *desprende* energía. ¿De dónde se toma la energía que falta para que se forme el ion de sodio? Para responder a esta pregunta hay que tener en cuenta que al aproximarse los iones se *desprende* la energía de su interacción electrostática. La formación de los iones y su atracción se produce simultáneamente y sólo después de que los átomos se aproximan tanto, que a la vez que se forman los iones se desprende la cantidad de energía necesaria para esto.

Sabemos que la energía potencial electrostática $U(r)$ de la interacción de dos iones de carga única que se encuentran a la distancia r entre sí es $U(r) = e^2/4\pi\epsilon_0 r$, donde e es la carga del ion, que coincide con la del electrón, y ϵ_0 es la constante eléctrica en el SI. De esta fórmula se puede deducir fácilmente la distancia r a la cual la energía $U(r)$ completa la diferencia de 1,3 eV entre la energía de ionización y la afinidad electrónica:

$$r = e^2/4\pi\epsilon_0 U(r).$$

Sustituyendo todas las magnitudes por sus valores numéricos se obtiene $r = 11 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 1,1 \text{ nm}$. De aquí se sigue que el paso de un electrón del átomo de sodio al átomo de cloro sólo puede comenzar cuando sea $r \leq 1,1 \text{ nm}$. No obstante, los datos del análisis estructural por rayos X demuestran que la distancia de equilibrio r_0 en la molécula NaCl es igual a 0,14 nm. A esta distancia la energía electrostática $U(r_0)$ es igual a 10,2 eV y supera en 8,9 eV la energía necesaria para que los iones Na^+ y Cl^- formen una molécula. Si los cálculos se refieren a un kilomol, dan la energía de 49 200 J, que se desprende al formarse un kilomol de NaCl. La experiencia confirma esta magnitud. Resulta algo excesiva porque al hacer el cálculo no se tuvo en cuenta que las fuerzas de repulsión hacen que disminuya la energía que se desprende al formarse las moléculas iónicas.

§ 74.3. Moléculas con enlace químico covalente

1. El enlace iónico es imposible cuando se forman moléculas de átomos *iguales*, por ejemplo, la molécula H_2 . Efectivamente, en este caso es imposible que se formen iones con cargas de signos contrarios. Sin embargo, entre átomos eléctricamente neutros también puede efectuarse un tipo especial de enlace químico. Este tipo de enlace se llama *covalente* u *homopolar* (del griego $\delta\mu\acute{o}\varsigma$, igual). Además de las moléculas diatómicas H_2 , O_2 , N_2 , el enlace covalente se observa en otras muchas, como las de fluoruro de hidrógeno (HF), óxido nítrico (NO), amoníaco (NH_3), metano (CH_4) y otras.

2. En la física clásica sólo se conocía un tipo de fuerzas de acción entre las partículas o cuerpos eléctricamente neutros: las fuerzas gravitatorias estudiadas en el § 9.2. Pero estas fuerzas son demasiado débiles para que con ellas

se pueda explicar la formación de moléculas homopolares estables. Además, el enlace covalente tiene la propiedad de la saturación, que se expresa en que los átomos tienen una valencia determinada. Un átomo de hidrógeno puede enlazar con otro solo átomo de hidrógeno, y un átomo de carbono puede enlazar con cuatro átomos de hidrógeno, pero no con más. Las fuerzas de gravitación, lo mismo que las eléctricas y magnéticas, no tienen la propiedad de la saturación. Estas fuerzas permiten que un cuerpo central atraiga un número ilimitado de otros cuerpos. Por lo tanto, con las fuerzas gravitatorias es imposible explicar el enlace químico homopolar de los átomos neutros.

3. La naturaleza del enlace homopolar sólo se consiguió establecer basándose en la mecánica cuántica. El concepto de sentido físico del enlace homopolar vamos a explicarlo valiéndonos del ejemplo de la molécula más simple de este tipo, la H_2 , formada por dos núcleos (protones) y dos electrones. Los datos espectroscópicos experimentales han demostrado que en la molécula H_2 la distancia r_0 de equilibrio entre los núcleos es de 0,074 nm. La energía de enlace D (§ 74.1) de la molécula de hidrógeno es de 4,718 eV ó 432,25 J/kmol. La teoría debía obtener estos datos, y los obtuvo.

4. De base para la explicación mecanocuántica del enlace homopolar sirven las propiedades específicamente cuánticas, no clásicas, de los electrones de valencia de los átomos cuya interacción conduce a la formación de la molécula. Ante todo se tiene en cuenta la naturaleza ondulatoria del electrón. Ella conlleva la existencia de una determinada distribución de la probabilidad de que el electrón se encuentre en las proximidades del núcleo.

En el caso más simple, estado s del electrón (§ 72.3), la distribución de la probabilidad tiene carácter de simetría esférica: la «nube electrónica» es una esfera de cierto radio. Se toma también en consideración la *indistinguibilidad de principio de las partículas idénticas*, en particular de los electrones. En efecto, los dos electrones de la molécula de hidrógeno, que se mueven cada uno alrededor de «su» núcleo, no se diferencian en nada esencial el uno del otro: las cargas y las masas en reposo de ambos, así como sus espines $\hbar/2$, son iguales. De aquí se sigue que si estos electrones cambian de sitio entre sí, de manera que el electrón 1, antes perteneciente al núcleo a , pase al sitio del electrón 2,

perteneciente al núcleo b , y el electrón 2 realice el paso inverso, el estado de la molécula H_2 no variará en absoluto (fig. 74.3).

Está claro que este intercambio puede ocurrir solamente si los núcleos de ambos átomos de hidrógeno de la molécula H_2 están suficientemente próximos. En estas condiciones las «nubes electrónicas» de los dos átomos se superponen. El principio de Pauli permite la existencia de dos electrones

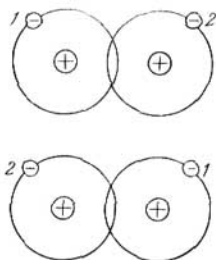


Fig. 74.3.

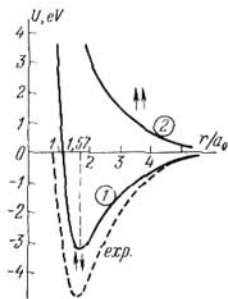


Fig. 74.4.

en un estado si sus espines tienen sentidos opuestos. La fusión de las regiones en que pueden hallarse ambos electrones en la molécula de hidrógeno significa que entre ellos surge una *interacción de intercambio* (mecanocuántica) especial. Esta se reduce a que cada uno de los electrones de la molécula de hidrógeno puede pertenecer alternativamente a uno u otro núcleo, es decir, los electrones intercambian sus sitios continuamente. Puede servir de cierta ilustración de lo que ocurre con los electrones en la molécula de hidrógeno el intercambio de pelotas iguales entre dos personas que estén cerca una de otra. Está claro que si estas personas no están especialmente entrenadas, el intercambio de las pelotas sólo marchará bien cuando la distancia entre aquéllas sea pequeña.

5. Los cálculos mecanocuánticos han demostrado que si la orientación de los espines de los dos electrones es antiparalela, la energía de interacción de los átomos tiene un mínimo que asegura la formación de la molécula de hidrógeno

estable. Si los espines de los electrones son paralelos, la energía de interacción es positiva y los átomos se repelen.

En la fig. 74.4 se representan las curvas de la energía $U(r)$ de interacción de los átomos de hidrógeno cuando los espines de los electrones son antiparalelos (curva 1) y cuando son paralelos (curva 2). El mínimo de la energía en la curva 1 corresponde a la distancia mínima entre los núcleos de los átomos $r_0 = 0,083$ nm. La energía de disociación de la molécula H_2 (energía de enlace D) calculada por W. Heitler y F. London resultó ser igual a 3,2 eV. Esta cantidad concordaba peor con el valor experimental (4,72 eV) que la longitud de enlace que hallada experimentalmente era igual a 0,074 nm. En los cálculos mecanocuánticos realizados posteriormente se ha conseguido una concordancia mejor con la experiencia.

El hecho de que la molécula H_2 formada sea estable únicamente cuando los espines de los electrones de los átomos son antiparalelos significa que si chocan dos átomos de hidrógeno cuyos electrones tengan espines *paralelos* entre sí, los átomos se repelerán y la molécula no se formará.

La experiencia demuestra que la molécula H_2 es diamagnética (§ 42.4). Esto se explica porque si la molécula carece de momento magnético orbital (§ 42.2) y tiene los espines compensados, el momento magnético resultante de la molécula es nulo y ésta revela propiedades diamagnéticas.

§ 74.4. Noción de los espectros moleculares

1. Los espectros de las moléculas, por su aspecto exterior difieren mucho de los espectros de los átomos estudiados en el § 71.3. Los espectros moleculares son un conjunto de *bandas* más o menos anchas formadas por rayas espectrales muy próximas entre sí. Por su aspecto característico, los espectros moleculares se llaman *espectros de bandas*. Las bandas de los espectros moleculares se observan en las gamas de frecuencias infrarroja, visible y ultravioleta de las ondas electromagnéticas. Las bandas que en los espectros de las moléculas están próximas, forman *grupos de bandas*. En las moléculas diatómicas más simples se observan por lo general varios grupos de bandas. En la fig. 74.5 se reproduce como ejemplo la fotografía de una parte del espectro de la molécula de yodo. A medida que se complica la estructura de las moléculas, los espectros van siendo más complejos.

En las partes visible y ultravioleta del espectro de las moléculas multiatómicas de estructura compleja se observan anchas bandas continuas de absorción y emisión.

8. Cada raya del espectro molecular, lo mismo que las de los átomos, se produce al variar la energía de la molécula. La energía total de la molécula consta de cinco partes que, en primera aproximación, se pueden considerar independientes una de otra. Estas partes son: la energía del movimiento de traslación del centro de inercia de la molécula $\mathcal{E}_{\text{trasl}}$; la energía del movimiento de rotación de la molécula, como un todo, alrededor de ciertos ejes \mathcal{E}_{rot} ; la

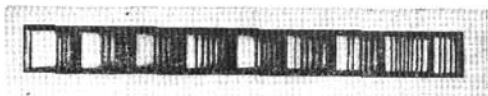


Fig. 74.5.

energía del movimiento de los electrones en los átomos \mathcal{E}_{el} ; la energía del movimiento de vibración de los núcleos de los átomos que componen la molécula \mathcal{E}_{vib} , y finalmente, la energía de dichos núcleos $\mathcal{E}_{\text{núcl}}$. Según esto se puede escribir:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{trasl}} + \mathcal{E}_{\text{rot}} + \mathcal{E}_{\text{el}} + \mathcal{E}_{\text{vib}} + \mathcal{E}_{\text{núcl}}. \quad (74.1)$$

La energía $\mathcal{E}_{\text{trasl}}$ del movimiento de traslación de la molécula puede variar de un modo continuo cuando varían las condiciones de dicho movimiento. La energía $\mathcal{E}_{\text{trasl}}$ no está cuantizada, como no la está la energía del movimiento de traslación de los átomos aislados. No existen niveles de energía discretos del movimiento de traslación de la molécula. Por consiguiente, la variación de $\mathcal{E}_{\text{trasl}}$ no puede hacer que aparezca una raya en el espectro de la molécula.

Si se desprecian los fenómenos ópticos debidos a las partículas nucleares (nucleones), en la expresión (74.1) puede no tenerse en cuenta $\mathcal{E}_{\text{núcl}}$. La energía \mathcal{E}' de la molécula que determina sus propiedades ópticas consiste en la suma de tres sumandos:

$$\mathcal{E}' = \mathcal{E}_{\text{el}} + \mathcal{E}_{\text{vib}} + \mathcal{E}_{\text{rot}}. \quad (74.2)$$

Cada uno de estos sumandos varía de un modo discreto. Estas tres partes de la energía de la molécula toman única-

mente determinados valores. Las variaciones de las partes correspondientes de la energía de la molécula $\Delta\mathcal{E}_{el}$, $\Delta\mathcal{E}_{vib}$, $\Delta\mathcal{E}_{rot}$ también tienen valores discretos. Por eso la energía \mathcal{E}' de la molécula varía discretamente en la magnitud $\Delta\mathcal{E}'$:

$$\Delta\mathcal{E}' = \Delta\mathcal{E}_{el} + \Delta\mathcal{E}_{vib} + \Delta\mathcal{E}_{rot}. \quad (74.3)$$

Según la regla de las frecuencias de Bohr (tercer postulado de Bohr) la frecuencia ν del cuanto que emite la molécula al variar su estado de energía es:

$$\nu = \frac{\Delta\mathcal{E}'}{h} = \frac{\Delta\mathcal{E}_{el}}{h} + \frac{\Delta\mathcal{E}_{vib}}{h} + \frac{\Delta\mathcal{E}_{rot}}{h}. \quad (74.4)$$

La experiencia y las investigaciones teóricas han demostrado que los sumandos de la fórmula (74.3) tienen distinta magnitud:

$$\Delta\mathcal{E}_{rot} \ll \Delta\mathcal{E}_{vib} \ll \Delta\mathcal{E}_{el}. \quad (74.5)$$

3. La desigualdad (74.5) explica la existencia de las frecuencias de los espectros moleculares en las distintas gamas de ondas electromagnéticas y la formación de las bandas de rayas espectrales.

Veamos, por ejemplo, cómo se produce el espectro molecular de absorción. Vamos a suponer que sobre una sustancia formada por moléculas incide una onda electromagnética de pequeña frecuencia ν . Esto quiere decir que la energía de un cuanto $h\nu$ de esta radiación es pequeña. Hasta que la energía del cuanto $h\nu$ no sea igual a la menor diferencia posible entre los dos niveles de energía más próximos de la molécula, la absorción de la luz no se produce y las rayas de absorción no aparecen. La absorción comienza cuando la longitud de la onda incidente se hace igual a 0,1—1 nm, es decir, en la región infrarroja remota del espectro. Con estas frecuencias los cuantos de energía corresponden a la variación $\Delta\mathcal{E}_{rot}$ de la energía de *rotación* de la molécula. La absorción del cuanto por la molécula hace que esta pase de un nivel de energía rotacional a otro más alto y ocasiona la aparición de una raya del *espectro de rotación* de absorción*). A medida que disminuye la longitud de onda, en esta región pueden surgir otras rayas nuevas del espectro de rotación de absor-

*) El paso de la molécula desde el nivel de energía rotacional superior al inferior hace que surja una raya del espectro de rotación de emisión.

ción. El conjunto de todas estas rayas da idea de la distribución de los estados de energía rotacionales de la molécula.

4. La absorción por la substancia de ondas electromagnéticas en la región infrarroja con longitudes de onda de 1—10 μm provoca transiciones entre los niveles de energía vibracionales de la molécula y conlleva la aparición del espectro de vibración de ésta.

Pero cuando varían los niveles de energía vibracionales de la molécula, *simultáneamente* varían también sus estados de energía rotacionales. Las transiciones entre dos niveles

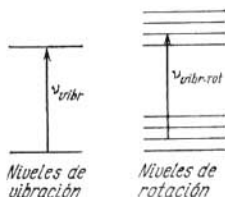


Fig. 74.6.

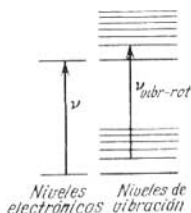


Fig. 74.7.

de energía vibracionales van acompañadas de la variación de los estados de energía rotacionales y se produce un *espectro de vibración-rotación* de la molécula. Esto se muestra esquemáticamente en la fig. 74.6. Cada transición de la molécula entre dos niveles de vibración, que da una raya de frecuencia ν_{vibr} , va seguida de las transiciones entre los niveles de rotación que siempre la acompañan. Como resultado, el espectro con las frecuencias $\nu_{vibr-rot}$ correspondientes a las transiciones entre los niveles de vibración, consta de grupos de rayas muy próximas, formados por las distintas transiciones rotacionales acompañantes. Todas estas rayas se juntan en una *banda*. Cada banda corresponde a una transición de vibración determinada.

5. La absorción de ondas electromagnéticas de la gama visible y ultravioleta origina las transiciones de la molécula entre distintos niveles de energía *electrónicos*, es decir, la aparición del *espectro electrónico* de la molécula. A cada nivel de energía electrónico le corresponde una distribución espacial determinada de los electrones pertenecientes a los átomos que forman la molécula o una determinada *configura-*

ción de los electrones con energía discreta. A cada configuración de los electrones, a cada nivel de energía electrónico de la molécula, corresponden diferentes vibraciones posibles de los núcleos de los átomos en la molécula, es decir, un conjunto de niveles de energía vibracionales. La transición entre dos niveles electrónicos va seguida de muchas transiciones entre niveles de vibración que las acompañan. Así se produce el *espectro electrónico-vibracional* de la molécula, que consta de grupos de rayas próximas que forman una banda electrónica-vibracional. Esto se muestra en la fig. 74.7. Además, debe tenerse en cuenta que a cada estado energético de vibración se superpone el sistema de niveles de rotación que se indicó en la figura anterior. Todo el espectro electrónico-vibracional en la región visible y próxima a ella es un sistema de varios grupos de bandas que frecuentemente se solapan una a otra y forman una banda ancha.

Capítulo 75

CONDUCTIBILIDAD ELÉCTRICA DE LOS METALES EN LA TEORÍA MODERNA

§ 75.1. Defectos de la teoría clásica de la conductibilidad eléctrica de los metales

1. La teoría electrónica clásica de la conductibilidad de los metales, expuesta en el § 44.4, estaba muy simplificada. En ella se suponía que los electrones del metal se comportan como partículas de un «gas electrónico clásico» peculiar. En la teoría inicial, desarrollada por P. Drude, se suponía incluso que todos los electrones tienen la misma velocidad media \bar{v} de movimiento térmico caótico.

Más tarde H. Lorentz, uno de los fundadores de la teoría electrónica clásica, aplicó consecuentemente a los electrones del metal la estadística de Maxwell—Boltzmann. Según esta estadística, en ausencia de campo eléctrico, los electrones del metal que efectúan la conducción tienen las velocidades distribuidas de acuerdo con la ley de Maxwell (§ 25.2).

2. Bajo la acción de una f.e.m. aplicada al metal, aparece en él un campo eléctrico que infringe la distribución de

Maxwell de los electrones por velocidades. Al movimiento *térmico caótico de los electrones se superpone su movimiento ordenado* debido al campo eléctrico. Entonces la velocidad media del movimiento ordenado de los electrones es proporcional a la intensidad del campo eléctrico. Lorentz obtuvo la ley de Ohm en una forma análoga a (44.13). En particular, la expresión para la conductibilidad resultó ser aproximadamente igual a la fórmula (44.15):

$$\gamma = \frac{2}{3} \frac{ne^2 \bar{\lambda}}{m} \left(\frac{1}{u} \right). \quad (75.1)$$

Aquí, lo mismo que en el § 44.4, n es la concentración de electrones libres; $\bar{\lambda}$, el recorrido libre medio del electrón; e y m , la carga y la masa del electrón, y $\overline{1/u}$, el valor medio de la magnitud recíproca de la velocidad del movimiento térmico de los electrones, calculado por medio de la ley de Maxwell de la distribución de los electrones por velocidades. Como se ve, la diferencia entre las fórmulas (75.1) y (44.15) es insignificante; la fórmula (75.1) contiene la misma dependencia de γ respecto de las características físicas de los electrones del metal que la fórmula (44.15). Lorentz obtuvo también la ley de Wiedemann—Franz, en cuya expresión, a diferencia de la fórmula (45.16), en vez del factor $3k^2/e^2$ aparece el $2k^2/e^2$:

$$\frac{K}{\gamma} = 2 \frac{k^2}{e^2} T. \quad (75.2)$$

Aquí K es el coeficiente de conductibilidad térmica del gas electrónico; k , la constante de Boltzmann, y T , la temperatura absoluta del metal. Por los datos de la tabla 45.2 (t. I, pág. 594) puede advertirse que la ley de Wiedemann—Franz de la forma (75.2) concuerda peor con los datos experimentales que el resultado de Drude (45.16), ya que la relación $K/\gamma T$ se hace menor que en la teoría de este último.

La teoría electrónica clásica precisada de Lorentz, lo mismo que la más simple de Drude, no pudo explicar toda una serie de fenómenos que se observan en la práctica. De estas dificultades se habló ya en los §§ 44.5 y 45.2. Como las dificultades encontradas por la teoría clásica de la conductibilidad de los metales tienen importancia esencial, vamos a detenernos en ellas más detalladamente.

3. Se ha establecido experimentalmente que en un amplio intervalo de temperaturas la conductividad de los metales

es inversamente proporcional a la temperatura absoluta ($\gamma \sim 1/T$). La fórmula (44.15) de la teoría de Drude y la (75.1) de la teoría de Lorentz deberían explicar esta dependencia. En la física molecular se demuestra que la velocidad media del movimiento térmico de las partículas depende de la temperatura según la ley $\bar{u} \sim \sqrt{T}$. Para explicar la dependencia experimental de γ respecto de T de la forma $\gamma \sim 1/T$ por la fórmula (44.15) ó (75.1), se puede suponer que el producto $n\bar{\lambda}$ es inversamente proporcional a \sqrt{T} (o sea, $n\bar{\lambda} \sim 1/\sqrt{T}$). Utilizando la expresión para $\bar{\lambda}$ de la teoría cinética de los gases (§ 25.3), es imposible explicar esta dependencia. Por lo tanto, la teoría electrónica clásica no explicó la dependencia de la conductividad (o de la resistividad) respecto de la temperatura.

4. Partiendo de los valores de la conductividad γ (o de $\rho = 1/\gamma$) que se observan en la práctica, se pueden calcular los valores del recorrido libre medio $\bar{\lambda}$ que corresponden a los datos experimentales. Esto es fácil de hacer por la fórmula (44.15) ó (75.1). Previamente hay que calcular \bar{u} por las fórmulas de la teoría cinética de los gases, y la concentración de electrones hallarla, por ejemplo, mediante el efecto Hall (§ 44.2). De esto resulta que $\bar{\lambda}$ a la temperatura ambiente ($T \approx 300$ K) tiene un valor del orden de $10^{-9} - 10^{-8}$ m, es decir, decenas y centenares de veces mayores que el período de la red del metal. Pero en la teoría de Drude se consideró que el electrón tiene un recorrido libre medio comparable con la distancia entre los iones de la red cristalina de los metales.

5. En el § 45.2 se indicó que, de acuerdo con los datos experimentales de la tabla 44.1, el gas electrónico no hace la aportación necesaria a la capacidad calorífica del metal. Esto está en clara contradicción con la teoría clásica, según la cual los electrones del metal se comportan como un gas monoatómico y deben tener un calor molar igual a $3/2 R$. La dificultad indicada para poder explicar la capacidad calorífica de los metales tenía una importancia especial porque se trataba de una supuesta infracción de la ley de conservación de la energía.

Los defectos y dificultades de la teoría clásica de la conductibilidad eléctrica de los metales fueron obviados en la teoría cuántica de los metales.

§ 75.2. Cuantización de la energía de los electrones en el metal

1. El desarrollo de la mecánica cuántica condujo a la *creación de la teoría cuántica del sólido, que permite explicar más profundamente y desde un punto de vista único las propiedades eléctricas, ópticas y otras de los metales, dieléctricos cristalinos y semiconductores*. Esto a su vez dio la posibilidad de utilizar con más profusión los sólidos en diversas ramas de la ciencia y la técnica. En este capítulo y en los siguientes examinaremos algunas ideas de la teoría cuántica moderna de los sólidos y su aplicación. En primer lugar vamos a estudiar los fundamentos de las ideas modernas sobre la conductibilidad de los metales. Para esto hay que tener en cuenta todas las particularidades del comportamiento de los electrones en el metal y tomar en consideración que los electrones de los átomos, moléculas y cristales se subordinan a las leyes de la mecánica cuántica.

2. Supongamos que los electrones libres de los metales *forman un gas electrónico cuyas partículas se mueven como si los iones positivos de la red cristalina no crearan ningún campo eléctrico*. En este caso el movimiento de los electrones se puede describir por medio del modelo de la caja de potencial con fondo plano (§ 70.4). Si se considera que fuera del metal la energía potencial del electrón es nula, dentro de él será igual a $-A_0$, siendo A_0 el trabajo positivo de salida del electrón del metal. En otras palabras, los electrones libres del metal se encuentran dentro de una caja de potencial con paredes verticales de profundidad finita.

En el § 70.4 se demostró que, en una caja de potencial como esta, los electrones tienen valores discretos, cuantizados, de la energía y sólo se pueden hallar en determinados niveles de energía. Es cierto que la energía \mathcal{E}_n del electrón en el metal, en rigor, no puede calcularse por la fórmula (70.16), ya que las paredes de la caja de potencial, en el caso del metal, tienen altura finita. Pero lo importante ahora para nosotros no es la forma concreta de la dependencia de la energía del electrón respecto de las dimensiones de la caja y del número cuántico n . Lo esencial es que *los electrones del metal, lo mismo que los de un átomo, sólo pueden hallarse en determinados niveles de energía*. Entre la disposición de los niveles de energía de los electrones en los metales y los niveles de energía de los electrones en los átomos aislados

hay una diferencia esencial: en los átomos la diferencia entre las energías de los electrones en dos niveles contiguos es mucho mayor que en los cristales.

§ 75.3. Nivel de Fermi para los electrones del metal

1. La teoría electrónica clásica de los metales partía de que los electrones en los metales se subordinan a la estadística clásica de Maxwell—Boltzmann. Precisamente por esta vía obtuvo Lorentz la fórmula de la conductividad (75.1). Pero los electrones y otras micropartículas poseen una serie de propiedades que no se tienen en cuenta cuando se definen clásicamente los conjuntos de partículas en la estadística. Recordaremos que en la física clásica no podía ser tomada en consideración la naturaleza ondulatorio-corpúscular de las partículas. Esta peculiaridad no fue conocida hasta el año 1924, en que empezó a desarrollarse la mecánica cuántica. Además la indistinguibilidad esencial de las partículas idénticas (§§ 73.1, 74.3) tampoco era tenida en cuenta en la estadística clásica. Finalmente, los electrones y otras micropartículas con espín igual a $\hbar/2$ cumplen el principio de Pauli (§ 73.1), que introduce limitaciones en la posible distribución de los electrones entre los estados de energía. En 1926, Fermi y Dirack elaboraron un sistema estadístico cuántico que toma en consideración todas las propiedades características enumeradas de los electrones y otras partículas con espín $\hbar/2$.

2. El problema principal de la estadística de un conjunto de partículas es la descripción de la ley de distribución de las partículas por velocidades o energías. Por ejemplo, en los §§ 25.2, 26.10 y 26.11 se estudió la ley de distribución de las moléculas gaseosas según sus velocidades, establecida por Maxwell, y la distribución de las moléculas de un gas de acuerdo con sus energías en el campo de la fuerza de gravedad.

El problema fundamental de la estadística para los electrones libres de un metal se enuncia del modo siguiente: hallar qué parte del número total de electrones tiene, a una temperatura dada T , la velocidad comprendida en el intervalo entre v y $v + \Delta v$, o, respectivamente, la energía comprendida en el intervalo entre \mathcal{E} y $\mathcal{E} + \Delta \mathcal{E}$. O más exactamente: si hay n electrones en la unidad de volumen de

un metal, ¿qué parte de ellos Δn tiene la energía comprendida en un estrecho intervalo $\Delta \mathcal{E}$?

3. Al resolver este problema hay que tener en cuenta las principales propiedades de los electrones en el metal enumeradas en el p. 1 de este párrafo. Hay que partir de que los electrones sólo pueden tener en el metal ciertos valores permisibles de la energía, en otras palabras, pueden encontrarse en determinados niveles de energía. Es evidente que todos los electrones tienden a ocupar los niveles de energía más bajos, que son los más estables. Pero hay que tener en cuenta

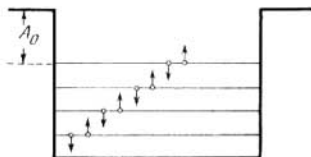


Fig. 75.1.

que los electrones cumplen el principio de Pauli. Este principio pone una limitación al número de electrones que puede haber en un estado dado (§ 73.1). Para los electrones de los metales el principio de Pauli se puede enunciar de un modo algo distinto a

como se hizo en el § 73.1: *entre los electrones de un metal no puede haber más de dos que se encuentren en estados iguales; los espines de estos dos electrones deben ser antiparalelos.*

4. De acuerdo con el principio de Pauli, los electrones ocupan, de dos en dos, los niveles de energía permisibles, empezando por el más bajo. En la fig. 75.1 las líneas horizontales representan los niveles de energía ocupados por los electrones. Por el dibujo se ve que *el trabajo de salida A_0 del electrón del metal debe contarse desde el nivel de energía superior de los ocupados por los electrones.* El nivel de energía superior ocupado desempeña un gran papel en las representaciones cuánticas acerca del sólido. Este nivel se conoce con el nombre de *nivel de Fermi*, en honor del eminente físico contemporáneo Enrico Fermi, que ha hecho una gran aportación al desarrollo de la física moderna. La energía de un electrón en el nivel de Fermi se designa por \mathcal{E}_F , y la velocidad y el impulso en este nivel, respectivamente, por v_F , y p_F . Por lo que se dice a continuación se verá cómo se determinan estas magnitudes y de qué dependen.

§ 75.4. Concepto de espacio de impulsos de los electrones en el metal

1. Si se tiene en cuenta la energía potencial de los electrones en los metales, debida al campo eléctrico de los iones de la red, y se desprecia la energía de interacción entre los electrones, la energía total \mathcal{E} del electrón dependerá solamente del valor de la velocidad v o del impulso p del electrón:

$$\mathcal{E} = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}. \quad (75.3)$$

En particular, en el nivel de Fermi

$$\mathcal{E}_F = p_F^2/2m \text{ y } p_F = \sqrt{2m\mathcal{E}_F}. \quad (75.4)$$

Introducimos un sistema de coordenadas tridimensional sobre cuyos ejes tomamos los valores de las proyecciones del impulso del electrón p_x , p_y , p_z (fig. 75.2). En este peculiar «espacio» tridimensional, cada punto A representa no sólo un valor determinado de la magnitud del impulso del electrón, sino también su dirección. En efecto uniendo el punto A con el origen de coordenadas, se obtiene el vector \mathbf{p} , cuyo módulo da el valor numérico del impulso del electrón:

$$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2} \quad \text{ó} \quad p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2. \quad (75.5)$$

Los ángulos α , β y γ que forma el vector \mathbf{p} con los ejes, determinan la dirección del impulso del electrón:

$$\cos \alpha = p_y/p, \quad \cos \beta = p_x/p, \quad \cos \gamma = p_z/p. \quad (75.6)$$

El espacio a que nos referimos se denomina *espacio de impulsos*. Recordaremos que en el espacio ordinario la posición de un punto B se caracteriza por el vector \mathbf{r} trazado desde el origen de coordenadas a este punto (fig. 75.3).

2. El espacio de impulsos da la posibilidad de determinar el estado de los electrones en el nivel de Fermi. A la energía constante del electrón determinada por la fórmula (75.3) corresponde en el espacio de impulsos una imagen geométrica simple, la superficie de una esfera de radio p . Consideremos un electrón que se halle en el nivel de Fermi y que ten-

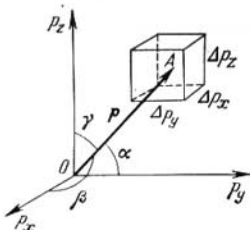


Fig. 75.2.

ga la energía máxima \mathcal{E}_F . La relación entre la energía \mathcal{E}_F y el impulso p_F de este electrón viene expresada por la fórmula (75.4). De este modo, en el espacio de impulsos, a un electrón libre con la energía \mathcal{E}_F corresponde una *superficie de Fermi* en forma de esfera de radio p_F (fig. 75.4). La superficie de Fermi se llama también *superficie de energía máxima*.

En el caso de un electrón no libre, que se mueva en el complejo campo de los iones de la red cristalina, la superficie de Fermi tiene una forma más complicada.

3. Vamos a intentar relacionar la energía de Fermi \mathcal{E}_F con el número n de electrones libres que hay en la unidad de

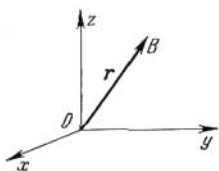


Fig. 75.3.

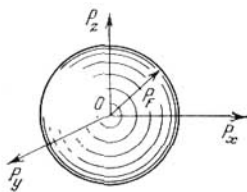


Fig. 75.4.

volumen del metal. Supongamos que dos de ellos se encuentran en el nivel de energía \mathcal{E}_F . Entonces los impulsos de todos los demás electrones deben estar comprendidos dentro de una esfera de radio $p_F = \sqrt{2m\mathcal{E}_F}$. Dividamos mentalmente todo el espacio de los impulsos en pequeñas celdillas cuyas dimensiones procuraremos valorar más adelante. En este caso el extremo del vector impulso de cualquier electrón (punto A en la fig. 75.2) se encontrará siempre dentro de una de las celdillas elementales. Uno de los postulados más importantes de la teoría cuántica de los metales es la siguiente afirmación: *cada celdilla elemental es un estado cuántico de energía determinada. En cada celdilla no puede haber más de dos electrones con espines dirigidos en sentidos opuestos.*

Para valorar las dimensiones de una celdilla elemental del espacio de los impulsos utilizamos las relaciones de indeterminación de Heisenberg (§ 70.2). Consideremos cierto cubo pequeño de metal de dimensiones lineales l , de modo que $l^3 = V$. Si en este volumen se mueve libremente un elec-

trón, su posición en el espacio podrá determinarse con una exactitud de hasta las dimensiones lineales del metal: $\Delta x \approx \Delta y \approx \Delta z \approx l$. Entonces, de las relaciones (70.4)–(70.6) se sigue que las proyecciones del impulso del electrón pueden ser determinadas con esta exactitud:

$$\Delta p_x \approx \Delta p_y \approx \Delta p_z \approx \hbar/l.$$

El volumen elemental de la celdilla del espacio de los impulsos a que nos referimos se expresa de la forma siguiente (véase la fig. 75.2):

$$\Delta\omega = \Delta p_x \cdot \Delta p_y \cdot \Delta p_z = \hbar^3/l^3 = \hbar/V. \quad (75.7)$$

El cálculo exacto conduce al resultado

$$\Delta\omega = 8\pi^3 \frac{\hbar^3}{V} = \frac{\hbar^3}{V}. \quad (75.8)$$

4. Dividamos ahora todo el espacio que hay dentro de la superficie de Fermi (esfera de radio p_F) en celdillas de volumen $\Delta\omega$. Si en el volumen V del metal hay N electrones, de acuerdo con lo antedicho, cada estado cuántico (celdilla de volumen $\Delta\omega$) lo ocuparán dos electrones. En total resultarán ocupadas $N/2$ celdillas *), que tendrán el volumen $\frac{N}{2} \frac{\hbar^3}{V}$. Por otra parte, este es el volumen de una esfera de Fermi de radio p_F en el espacio de los impulsos. Por consiguiente, tenemos la igualdad

$$\frac{4}{3} \pi p_F^3 = \frac{N}{2} \frac{\hbar^3}{V} = \frac{n}{2} \hbar^3, \quad (75.9)$$

en la que $n = N/V$ es la concentración de electrones en el metal. De la fórmula (75.9) se puede obtener la relación entre p_F y \mathcal{E}_F y la concentración de electrones n :

$$p_F = \hbar \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{1/3}, \quad (75.10)$$

$$\mathcal{E}_F = \frac{p_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}. \quad (75.11)$$

Como se ve por estas fórmulas, el impulso y la energía del electrón en el nivel de Fermi sólo depende de la concentración de electrones en el metal. Por ejemplo, si la concen-

*) Se supone que todas las celdillas que hay dentro de la superficie de Fermi tienen la misma probabilidad de ser ocupadas.

tración de electrones $n \approx 10^{29} \text{ m}^{-3}$, sustituyendo en (75.10) y (75.11) los valores de $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ y $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, se obtiene $p_F = 2 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. A este valor del impulso corresponde la velocidad del electrón en el metal

$$v_F = \frac{p_F}{m} \approx \frac{2 \cdot 10^{-24}}{9 \cdot 10^{-31}} \approx 2 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

Por la fórmula (75.11) se puede obtener el valor de $\mathcal{E}_F \approx 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ J} \approx 10 \text{ eV}$. En el § 75.6 veremos que todas las valoraciones antes hechas son correctas cuando la temperatura de los electrones en el metal es igual a cero absoluto: $T = 0 \text{ K}$.

5. Comparemos la energía de un electrón que se encuentra en el nivel de Fermi con la energía media kT_{cl} del electrón según la teoría electrónica clásica. De la condición $\mathcal{E}_F = kT_{cl}$ obtenemos que la energía \mathcal{E}_F la tendría la partícula del gas electrónico clásico a la temperatura

$$T_{cl} = \frac{\mathcal{E}_F}{k} = \frac{1,6 \cdot 10^{-18}}{1,38 \cdot 10^{-23}} \approx 10^5 \text{ K},$$

es decir, a una temperatura a la cual es imposible la existencia del metal mismo en estado sólido, porque se funde. Es evidente que el gas electrónico no se subordina en los metales a la estadística clásica de Maxwell—Boltzmann. Para estudiar las propiedades y el comportamiento de los electrones en los metales es necesario tener en cuenta que el gas electrónico en los metales es un «gas cuántico» particular que cumple la estadística cuántica.

§ 75.5. Concepto de electrones degenerados en el metal

1. En la estadística cuántica de los electrones y otros sistemas de partículas con espín $\hbar/2$ se toma en consideración la indistinguibilidad esencial de las partículas idénticas, su subordinación al principio de Pauli, y también que el electrón en el metal sólo puede tener determinados valores permisibles de la energía. Por las evaluaciones numéricas hechas en los puntos 4 y 5 del párrafo anterior se ve que las propiedades del gas electrónico real difieren mucho de las del gas electrónico clásico. La desviación de un gas de sus propiedades clásicas se llama *degeneración* del gas. Se da el nombre de *temperatura de degeneración* T_{deg} a aquella por

debajo de la cual el gas dado se comporta como degenerado. De este problema se trató ya en los §§ 26.8 y 44.6.

2. Vamos a demostrar que el gas electrónico es siempre degenerado. Para esto evaluaremos la temperatura de degeneración T_{deg} de un sistema de micropartículas (en particular, los electrones del metal) que poseen propiedades cuánticas. Como se demostró en el § 26.8, la temperatura de degeneración tiene la forma siguiente:

$$T_{\text{deg}} = \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{3km}. \quad (75.12)$$

Si se supone que la constante de Planck es igual a cero, la temperatura $T_{\text{deg}} \rightarrow 0$, de donde se ve que la degeneración de los gases es de naturaleza cuántica. Para el gas electrónico de los metales $n \approx 10^{29} \text{ m}^{-3}$ y $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. La fórmula (75.12) da $T_{\text{deg}} \approx 2 \cdot 10^4 \text{ K}$. Por consiguiente, el gas electrónico de los metales, prácticamente, siempre está degenerado a causa de la pequeñez de la masa del electrón y de la gran densidad de partículas. Únicamente a temperaturas mayores de varias decenas de millares de grados se subordinan los electrones a la estadística clásica de Maxwell—Boltzmann. Pero la existencia del metal en estado condensado es imposible a esas temperaturas. En los semiconductores la concentración del gas electrónico es mucho menor que en los metales, siendo a veces de 10^{18} m^{-3} . En estas condiciones la temperatura de degeneración es insignificante ($T_{\text{deg}} \sim 10^{-4} \text{ K}$) y el gas electrónico de los semiconductores no es degenerado y se subordina a la estadística clásica.

Además de los electrones de los metales, un ejemplo de gas degenerado es el gas fotónico. En efecto, figurémonos que en una cavidad cerrada cuyas paredes tengan la temperatura T , existe un campo electromagnético. Este caso lo estudiamos en el capítulo dedicado a la radiación térmica (véase el cap. 67). Considerando esta radiación como un gas fotónico y teniendo en cuenta que la masa en reposo del fotón es nula ($m = 0$), obtenemos para el gas fotónico que $T_{\text{deg}} = \infty$. Por lo tanto, el gas fotónico es degenerado a cualesquiera temperaturas finitas.

En la fig. 75.5 se muestra la dependencia de la energía del gas electrónico de los metales respecto de la temperatura. Cuando la temperatura $T > T_{\text{deg}}$ en el tramo BA el gas electrónico no es degenerado y su energía es proporcional

a la temperatura, lo mismo que en un gas ordinario (§ 26.5). Por debajo de T_{deg} , cuando $T \leq T_{deg}$, el gas electrónico se convierte en degenerado. La energía de los electrones y la velocidad de su movimiento en esta región de temperaturas (tramo CB de la curva) no dependen prácticamente de la temperatura. Este resultado demuestra que la definición clásica de la temperatura como magnitud física proporcional a la energía cinética media del movimiento de traslación de las moléculas del gas perfecto (§ 26.5) sólo es correcta a

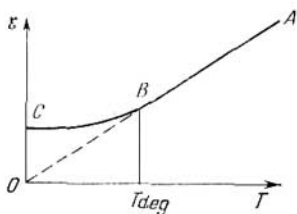


Fig. 75.5.

temperaturas mayores que la de degeneración del gas.

Para los gases moleculares, ordinarios, la definición clásica de la temperatura es válida prácticamente a todas las temperaturas (§ 26.8).

3. La gran diferencia entre las propiedades del gas electrónico degenerado y las propiedades de los gases clásicos ordinarios

se puede ilustrar con un razonamiento muy instructivo. Como es sabido (§ 26.3), el concepto de gas perfecto se basa en la posibilidad de despreciar la interacción entre las moléculas y considerar que éstas se mueven libremente, sólo chocando unas con otras. Se puede decir que un gas ordinario es tanto más perfecto cuanto menor es la energía potencial de la interacción de sus moléculas en comparación con su energía cinética. Se sabe que cuanto más enrarecido está el gas, tanto menor es su densidad y tanto más se aproximan sus propiedades a las del gas perfecto. Para el gas electrónico degenerado de los metales es correcto lo contrario: sus propiedades se aproximan tanto más a las del gas perfecto cuanto mayor es su densidad, es decir, cuanto menor es la distancia entre los electrones.

En efecto, la energía potencial U de la interacción entre los electrones es proporcional a e^2/a , donde e es la carga del electrón y a , la distancia media entre los electrones, igual por su orden de magnitud a $n^{-1/3}$ *). Por lo tanto $U \approx e^2 n^{1/3}$.

*) Si en 1 m^3 hay n partículas y la distancia media entre ellas es Δx , es evidente que $\Delta x^3 \cdot n = 1$, de donde $\Delta x \approx n^{-1/3}$.

La energía cinética K de un electrón del metal en la región en que la degeneración de los electrones es importante tiene la magnitud $K \approx \frac{3}{2} kT_{\text{deg}} \approx \frac{1}{2} \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{m}$. Resulta, pues, que *al crecer la concentración n de electrones, la energía cinética de éstos crece más rápidamente que la energía potencial de sus interacciones*. Esta condición determina la mayor aproximación del gas electrónico al perfecto.

§ 75.6. Distribución de los electrones en el metal por energías a la temperatura de cero absoluto

1. Por lo expuesto en los párrafos precedentes de este capítulo queda totalmente claro que el gas electrónico degenerado debe subordinarse a leyes estadísticas esencialmente distintas de las clásicas (§§ 25.2, 26.10 y 26.11).

Analicemos algunos resultados obtenidos en la estadística cuántica de Fermi—Dirack para los electrones en el metal. La diferencia más radical se observa en las conclusiones a que llegan las estadísticas clásica y cuántica a temperaturas ultrabajas. En la fig. 75.6 se representa la curva de la distribución de los electrones en el metal entre los niveles de energía permisibles a $T = 0$ K. Sobre el eje de abscisas se han tomado los números N de los niveles de energía contados desde el fondo de la caja de potencial, y sobre el eje de ordenadas, el número de electrones que hay en el nivel dado. Como los niveles de energía son discretos, la distribución de los electrones con energías menores que \mathcal{E}_F se representa por el conjunto de un gran número de puntos situados a lo largo de una recta (en la figura se muestra simplemente la recta trazada por estos puntos). Los electrones, de acuerdo con el principio de Pauli, ocupan, de dos en dos, todos los niveles de energía desde el fondo de la caja hasta el nivel de Fermi. El número del nivel ocupado superior, de Fermi, es igual a $n/2$, siendo n la concentración de electrones en el metal *).

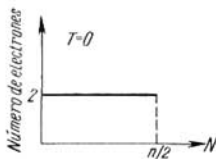


Fig. 75.6.

*) Nos referimos a la distribución entre los niveles de energía de los electrones que hay en la unidad de volumen.

2. La distancia media entre dos niveles de energía vecinos de los electrones en los metales es $\Delta\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_F}{n/2} = \frac{2\mathcal{E}_F}{n}$. Admitiendo que la concentración de electrones n es igual a 10^{29} m^{-3} y que el valor de $\mathcal{E}_F \approx 10 \text{ eV}$ (§ 75.4), obtenemos que $\Delta\mathcal{E} \approx 10^{-28} \text{ eV}$, o sea, que los niveles de energía se encuentran muy próximos y forman una sucesión densa casi continua.

Pero la curva de la fig. 75.6 no da la distribución de los electrones por energías a $T = 0 \text{ K}$. Para describir esta distribución hay que tener en cuenta que, como demuestran los cálculos teóricos, el número de niveles correspondientes a los valores de la energía entre los límites de \mathcal{E} a $\mathcal{E} + \Delta\mathcal{E}$ es directamente proporcional al producto $\sqrt{\mathcal{E}} \cdot \Delta\mathcal{E}$. Esto da la posibilidad de hallar el número de electrones Δn que, cuando n es el número total de electrones que hay en la unidad de volumen, tienen a la temperatura $T = 0 \text{ K}$ las energías comprendidas entre los límites de \mathcal{E} a $\mathcal{E} + \Delta\mathcal{E}$. Se llama *curva de distribución de los electrones del metal por energías*, la curva representativa de la dependencia de $\Delta n/\Delta\mathcal{E}$ respecto de \mathcal{E} . La fig. 75.7 representa esta curva para $T = 0 \text{ K}$. Por ella se ve que a la temperatura de cero absoluto no existen electrones con energías mayores que \mathcal{E}_F . Las curvas de las figs. 75.6 y 75.7 se corresponden entre sí e indican que la energía \mathcal{E}_F (energía de Fermi) es la mayor energía que puede tener el electrón en un metal a $T = 0 \text{ K}$.

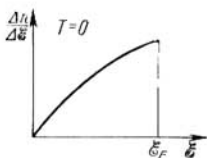


Fig. 75.7.

§ 75.7. Influencia de la temperatura sobre la distribución de los electrones por energías

1. Según la estadística cuántica la propiedad más importante de los electrones de un metal es la pequeña sensibilidad de su concentración y energía a la variación de la temperatura. Veamos cómo, al calentar el metal, varía la curva de la distribución de los electrones por energías, representada en la fig. 75.7. Al elevarse la temperatura los electrones sufren la excitación térmica y, como reciben energía, tienen que pasar a niveles energéticos más altos. Esto debe cambiar la

distribución de los electrones por energías que se había establecido cuando $T = 0$ K. Para comprender el aspecto que tiene este cambio recordaremos que la energía de Fermi \mathcal{E}_F a la temperatura de cero absoluto es, aproximadamente, de 10 eV y que la energía media que se transmite al electrón durante el calentamiento es del orden de magnitud de la energía media del movimiento térmico kT . A la temperatura

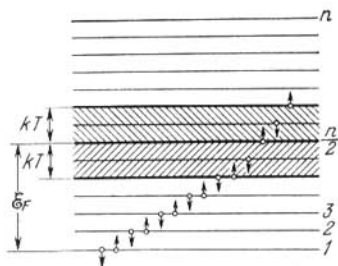


Fig. 75.8.

ambiente ($T \approx 300$ K) la magnitud kT es igual a 0,025 eV, es decir, se cumple la condición

$$kT \ll \mathcal{E}_F. \quad (75.13)$$

2. La desigualdad (75.13) muestra que, en estas condiciones, sólo pueden sufrir la excitación térmica aquellos electrones que se encuentran en los niveles de energía situados en las proximidades del nivel de Fermi, o sea, del nivel ocupado superior cuando $T = 0$ K. Estos niveles forman una estrecha banda, cuya anchura es kT , directamente adyacente con el nivel de Fermi.

En la fig. 75.8 se han rayado estas bandas de niveles. Es muy importante el que los electrones de los niveles más profundos permanezcan prácticamente inafectados, ya que la energía que reciben es insuficiente para excitarlos, es decir, para hacerlos pasar *más allá de nivel de Fermi*, y los niveles situados más arriba están ocupados. Como resultado del calentamiento parte de los electrones cuya energía es un poco menor que \mathcal{E}_F pasa a un nivel de energía algo mayor que \mathcal{E}_F y se establece una nueva distribución de los electrones por los estados de energía. Las figs. 75.9 y 75.10 representan

curvas análogas a las de las figs. 75.6 y 75.7 que satisfacen la desigualdad (75.13). La comparación de las curvas para $T = 0$ K y $T \neq 0$ K muestra que sólo difieren entre sí en el carácter de la caída en las proximidades del nivel con el número $n/2$ y del nivel ξ_F . A $T = 0$ K las curvas descienden bruscamente, de un salto, siguiendo la vertical, mientras que cuando $T \neq 0$ K el descenso se efectúa siguiendo una curva suave que al final se une con el eje de abscisas. Las curvas de las figs. 75.9 y 75.10 expresan el hecho de que durante el calentamiento sólo se excitan los electrones que se

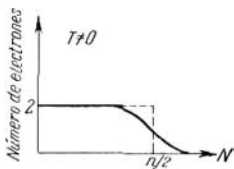


Fig. 75.9.

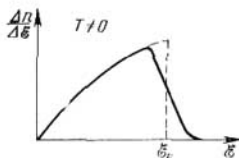


Fig. 75.10.

encuentran en los niveles más próximos al de Fermi. En cambio, la distribución entre los estados y las energías de los electrones que se hallan en los niveles de energía profundos sigue siendo la misma que cuando $T = 0$ K.

3. Vamos a evaluar aproximadamente el número de electrones Δn que se encuentran por debajo del nivel de Fermi en la banda de niveles de anchura kT . En esta banda caben $kT/\Delta \xi$ niveles, $\Delta \xi = 2\xi_F/n$ es la distancia entre niveles contiguos (§ 75.6). El número de electrones que pueden caber en estos niveles es igual a

$$2 \frac{kT}{\Delta \xi} = \frac{2kT \cdot n}{2\xi_F} = \frac{kT}{\xi_F} n.$$

El factor 2 aparece a causa de que, por el principio de Pauli, en cada nivel puede haber dos electrones cuyos espines estén dirigidos en sentidos opuestos. Suponiendo que a los niveles que se encuentran por encima del nivel de Fermi pasa la mitad de todos los electrones que hay en la banda de anchura kT , resulta que para el número Δn de electrones que experimentan la excitación térmica se obtiene la relación

$$\Delta n \approx \frac{kT}{2\xi_F} n. \quad (75.14)$$

A las temperaturas ambientes y siendo los valores de $\mathcal{E}_F \approx \approx 5-10$ eV, obtenemos que $\Delta n/n < 0,01$. Por lo tanto, sólo una parte insignificante de los electrones, menor que el 1%, es la que se excita con el calentamiento. Esto quiere decir que en toda la gama de temperaturas en que el gas electrónico es degenerado, la distribución de sus electrones por los estados de energía difiere muy poco de su distribución a la temperatura de cero absoluto. Pero, como se indicó en el § 75.5, el gas electrónico es degenerado a todas las temperaturas que permiten la existencia del metal en estado condensado. Por consiguiente, la distribución de los electrones del metal entre los estados de energía a cualesquiera temperaturas difiere poco de su distribución a la temperatura de cero absoluto. De aquí se sigue una conclusión importante: *la concentración de electrones en los metales y la velocidad de su movimiento térmico no depende de la temperatura del metal.*

4. Hasta ahora no hemos tocado el problema de si el calentamiento del metal influye en la posición del nivel superior ocupado por los electrones, o sea, del nivel de Fermi. Hemos de subrayar que, *hasta ahora, la \mathcal{E}_F que figura en todas las relaciones es la energía de Fermi correspondiente al cero absoluto.* En la estadística cuántica se demuestra que *al aumentar la temperatura, el nivel de Fermi desciende un poco.*

En los fenómenos de contacto que se producen cuando se juntan metales heterogéneos, la insignificante dependencia de la energía de Fermi respecto de la temperatura causa los fenómenos termoelectrónicos (§ 44.8).

§ 75.8. Capacidad calorífica del gas electrónico degenerado

1. Como hemos visto (§§ 45.2 y 75.1) la teoría electrónica de los metales clásica no supo explicar por qué los electrones no hacen prácticamente aportación a la capacidad calorífica del metal. La capacidad calorífica del gas electrónico es extraordinariamente pequeña en comparación con la de la red cristalina iónica. La causa de esto sólo fue explicada después de descubrirse las propiedades del gas electrónico degenerado de los metales.

2. Calculemos la energía ΔU_m que absorben durante el calentamiento los electrones que experimentan la excitación térmica. Para pasar después a la capacidad calorífica

de los metales es conveniente hacer los razonamientos con relación al número ΔN de electrones que del número total N de electrones libres contenidos en un kilomol del metal sufren la excitación térmica. Es evidente que

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta N}{N},$$

donde los números de electrones Δn y n se refieren a la unidad de volumen del metal. Durante la excitación térmica cada electrón absorbe una energía igual por su orden de magnitud a kT . Todos los electrones ΔN que se excitan y pasan a niveles de energía más altos reciben la energía

$$\Delta U_m = kT \cdot \Delta N = NkT \frac{kT}{2\mathcal{E}_F}.$$

Aquí hemos utilizado la relación (75.14). Como es sabido (§ 44.2, tabla 44.1), en los metales monovalentes a cada átomo corresponde un electrón libre. Entonces, el número N de electrones libres que hay en un kilomol del metal coincide con la constante de Avogadro N_A , y el producto $N_A k = R$ es la constante universal de los gases (§ 26.9). Por lo tanto,

$$\Delta U_m = RT \cdot kT/2\mathcal{E}_F.$$

La capacidad calorífica de un kilomol de gas electrónico la obtenemos por la fórmula (45.4):

$$C_m^{\text{el}} = \frac{\Delta U_m}{T} = R \frac{kT}{2\mathcal{E}_F}. \quad (75.15)$$

3. Comparemos la expresión (75.15) con la capacidad calorífica C_{cl} de un gas monoatómico no degenerado, subordinado a las leyes de la teoría cinética de los gases clásica. Como se sabe (véase (27.14)),

$$C_{\text{cl}} = 2/3 R. \quad (75.16)$$

De (75.15) y (75.16) es fácil obtener

$$\frac{C_m^{\text{el}}}{C_{\text{cl}}} = \frac{1}{3} \frac{kT}{\mathcal{E}_F}. \quad (75.17)$$

Como vemos, la capacidad calorífica del gas electrónico degenerado de los metales es mucho menor que la del gas monoatómico no degenerado. En efecto, a la temperatura ambiente $kT \approx 0,025$ eV, y como $\mathcal{E}_F \approx 3-10$ eV, de acuerdo con la desigualdad (75.13) $kT/\mathcal{E}_F \approx 0,01$, por lo que

$$C_m^{\text{el}} \approx 0,01 C_{\text{cl}}.$$

Este resultado concuerda bien con la experiencia y explica la poca capacidad calorífica del gas electrónico. Al mismo tiempo se resuelve la seria dificultad con que tropezaba la teoría electrónica de los metales clásica.

§ 75.9. Concepto de la teoría cuántica de la conductibilidad de los metales

1. La teoría cuántica de los metales ha introducido importantes cambios en las representaciones clásicas acerca de su conductibilidad. Como se sabe, la corriente eléctrica en los metales es resultado del movimiento ordenado de los electrones. Este movimiento se produce por la acción del campo eléctrico que crea en el metal la fuente de la corriente. Para que los electrones empiecen a moverse ordenadamente bajo la acción del campo eléctrico tienen que variar su energía cinética, o sea, «tomar» energía de la fuente de corriente. A las tensiones ordinarias de la red, los electrones toman poca energía*). Desde el punto de vista cuántico, el electrón sólo puede tomar una energía pequeña cuando existen niveles de energía próximos no ocupados por los electrones. En este caso, al recibir la energía, los electrones pasan a estos niveles libres y se produce la corriente eléctrica, es decir, el movimiento de los electrones en sentido opuesto a la dirección de la intensidad del campo eléctrico exterior.

2. La teoría de la conductibilidad eléctrica de los metales basada en la estadística cuántica de Fermi—Dirack fue desarrollada por Sommerfeld. Esta teoría condujo a una expresión de la ley de Ohm para la densidad de la corriente análoga a la fórmula (44.15). El coeficiente de conductividad según la teoría cuántica se calcula por una fórmula que exteriormente se parece a la fórmula (44.16) para γ_{cl} :

$$\gamma_{cl} = \frac{ne^2\bar{\lambda}}{2m\bar{u}}, \quad \gamma_{cuánt} = \frac{ne^2\bar{\lambda}(F)}{m\bar{u}(F)}. \quad (75.18)$$

Pero en esencia este resultado difiere mucho del clásico. En la fórmula (75.18) $\bar{\lambda}(F)$ es la longitud media del recorrido libre del electrón que se encuentra en el nivel de Fermi y

*) Recomendamos al lector que valiéndose del material de los §§ 39.3, 44.2 y 44.6 calcule la energía que adquiere un electrón en su recorrido libre bajo la acción del campo eléctrico creado por una pila galvánica ordinaria.

$\bar{u}(F)$ es la velocidad media del movimiento térmico del electrón que se halla en el nivel de energía ocupado superior; el sentido de las magnitudes que figuran en la expresión de γ_{cl} se explicó en los §§ 44.4 y 44.5.

3. La velocidad media $\bar{u}(F)$ no depende prácticamente de la temperatura, ya que al variar ésta el nivel de Fermi permanece casi invariable. Recordaremos que en la teoría electrónica clásica $\bar{u} \approx \sqrt{T}$ y que esto condujo a dificultades en la interpretación de la dependencia de γ respecto de la temperatura (§ 75.1). La diferencia más esencial entre las expresiones de γ_{cl} y $\gamma_{cuán}$ consiste en que las interpretaciones del recorrido libre medio del electrón $\bar{\lambda}$ en las teorías clásica y cuántica de los metales son totalmente distintas. Se recordará que en la teoría clásica se consideran los electrones libres como un gas electrónico clásico cuyas partículas chocan con los iones positivos de la red cristalina. En esto consiste, desde el punto de vista clásico, la causa de la resistencia eléctrica de los metales. En la teoría cuántica el movimiento de los electrones a través de la red del metal se considera como la propagación de las ondas de De Broglie electrónicas. El carácter de la interacción de estas ondas con los iones de la red difiere cualitativamente de la simple colisión del electrón con el ion. *Las ondas electrónicas se dispersan en los iones de la red cristalina.*

4. El papel del recorrido libre medio del electrón en la teoría cuántica lo desempeña el recorrido libre medio $\bar{\lambda}$ de la onda electrónica, es decir, la distancia media que puede recorrer la onda sin dispersarse en los nudos de la red cristalina. Estos nudos no son un obstáculo rígido para la propagación de las ondas electrónicas; estas ondas pueden «bordear» los nudos y propagarse sin dispersión a distancias considerables. El recorrido medio $\bar{\lambda}$ no está ligado directamente con la distancia entre dos nudos de la red (o período de la red) y puede ser centenares de veces mayor que dichos períodos. Si el recorrido de las ondas electrónicas es grande, esto significa que la probabilidad de encontrar el electrón, que ha recorrido por la red centenares de distancias inter-nodales, también será distinta de cero. En otras palabras, el electrón puede recorrer libremente grandes distancias en el cristal. A esto corresponde en la representación clásica un recorrido medio del electrón igual a centenares de períodos de la red.

5. El nuevo modo de ver el carácter de la interacción de los electrones con la red del metal condujo a una interpretación distinta de la resistencia de los conductores metálicos y de la dependencia de ésta respecto de la temperatura.

Por la óptica sabemos (§ 62.8) que la intensidad del flujo luminoso que pasa a través de un medio turbio (niebla, soluciones coloidales, etc.) se debilita a causa de que parte del flujo se dispersa hacia los lados. Las partículas del medio que dispersa la luz deben estar separadas entre sí por una distancia d comparable con la longitud λ de la onda luminosa. Con la condición $d \ll \lambda$ no se observa la dispersión de la luz y el medio es ópticamente homogéneo. La heterogeneidad de las propiedades ópticas del medio, que conduce a la dispersión de la luz, no se manifiesta cuando $d \ll \lambda$ y la luz pasa a través del medio lo mismo que si éste fuera completamente transparente. En el § 45.3 se indicó qué fenómenos análogos se producen cuando las ondas sonoras son dispersadas por los sólidos. Al propagarse las ondas electrónicas a través de la red de un metal se producen también estos fenómenos.

6. Una red cristalina ideal, absolutamente perfecta, en cuyos nudos se encuentren iones *en reposo*, no dispersa las ondas electrónicas. En esta red no existen centros de dispersión (heterogeneidades, defectos de la red cuyas dimensiones sean mayores que la longitud de las ondas de De Broglie). El flujo de electrones libres debe pasar a través de esta red sin dificultad. Una red de este tipo no ofrecería ninguna resistencia al movimiento de los electrones. La resistencia eléctrica del metal sería nula si los iones de la red de éste estuvieran en reposo.

Pero es bien sabido que a cualquier temperatura las partículas que hay en los nudos de la red cristalina de un sólido realizan vibraciones. Las oscilaciones térmicas caóticas de las partículas en los nudos de la red cristalina crean en ella fluctuaciones de la densidad (§ 28.10). En efecto, debido a las oscilaciones térmicas, las distancias entre las partículas en la red y, por consiguiente, la densidad de la substancia, pueden ser desiguales en pequeños volúmenes contiguos dentro del metal. El resultado de las vibraciones térmicas de las partículas en los nudos de la red es la aparición de heterogeneidades locales de la densidad. Las dimensiones lineales de las regiones del metal en que se manifiestan estas heterogeneidades son mucho mayores que la longitud de las

ondas de De Broglie. De este modo surgen centros de dispersión de las ondas electrónicas. Los electrones libres que se mueven a través de la red del metal son dispersados por las vibraciones térmicas de los iones que hay en los nudos de la misma. Esta es la causa de la resistencia eléctrica de los metales puros. Las oscilaciones de los nudos de la red hacen que se propaguen en ella ondas sonoras, las cuales, como se indicó en el § 45.3, se pueden sustituir por la propagación de «cuasipartículas» (fonones) por la red. La resistencia eléctrica de los metales es resultado de la dispersión de los electrones de conducción por los fonones.

7. La distinta dependencia, respecto de la distancia, de las fuerzas de atracción y de repulsión entre las partículas conduce a que las oscilaciones de las partículas de la red cristalina del sólido *no sean armónicas*. Resulta que esto tiene gran importancia para explicar la naturaleza de la resistencia eléctrica de los metales puros. Es el caso que las infracciones de la armonicidad de las oscilaciones de los iones en los nudos de la red cristalina provoca la infracción de la periodicidad de la red y, por consiguiente, la aparición de las heterogeneidades de la densidad o centros de dispersión de las ondas electrónicas. Si la periodicidad de la red cristalina no se alterara por nada, las ondas electrónicas no serían dispersadas por los iones de la red y la resistencia eléctrica del metal a cualquier temperatura sería nula. *Únicamente a expensas de las infracciones de la periodicidad* de la red se producen los procesos de dispersión de los electrones que determinan la aparición de la resistencia y el desprendimiento de calor en un conductor cuando pasa por él corriente eléctrica.

8. Al elevarse la temperatura aumenta la dispersión de las ondas electrónicas por las oscilaciones térmicas de la red y se produce una disminución del recorrido libre de los electrones. A las temperaturas ambientes ordinarias $\bar{\lambda}(T)$ es inversamente proporcional a la primera potencia de la temperatura, $\bar{\lambda}(T) \sim 1/T$. Esto conduce a la dependencia del coeficiente $\gamma_{\text{cuánt}}$ de la temperatura ($\gamma_{\text{cuánt}} \sim 1/T$), que se confirma bien en la práctica. A temperaturas muy bajas, el recorrido libre medio es inversamente proporcional a la quinta potencia de la temperatura, $\bar{\lambda}(T) \sim 1/T^5$. Por eso, de acuerdo con los experimentos, la resistividad de los metales puros a temperaturas ultrabajas es directamente proporcional a la quinta potencia de la temperatura ($\rho = 1/\gamma$, $\gamma \sim 1/T^5$ y $\rho \sim T^5$).

§ 75.10. Fenómeno de la superconductibilidad

1. Se ha establecido que a la temperatura $T_{cr} \approx 4,2$ K la resistencia eléctrica del mercurio depurado desciende bruscamente hasta cero (fig. 75.11). La corriente eléctrica inducida en un conductor de mercurio se conserva invariable a la temperatura $T \leq 4,2$ K tanto tiempo como se quiera. A este fenómeno se le dio el nombre de *superconductibilidad*.

La temperatura T_{cr} a la cual una substancia pasa al estado de superconductibilidad, se llama *temperatura crítica de transición*. Para distintos metales y aleaciones el valor de T_{cr} varía desde menos de 1 K hasta, aproximadamente, 20 K. En la tabla 75.1 se dan las temperaturas críticas de transición de algunos elementos y compuestos superconductores.

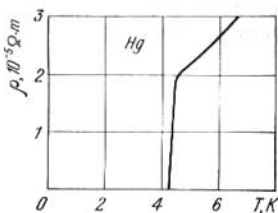


Fig. 75.11.

Los elementos químicos que poseen la propiedad de la superconductibilidad se encuentran en la parte media del sistema periódico de Mendeléiev. A las temperaturas ordinarias tienen, por regla general, conductibilidad más baja que los metales no superconductores.

Tabla 75.1

Elemento o compuesto superconductor	T_{cr} , K	Elemento o compuesto superconductor	T_{cr} , K	Elemento o compuesto superconductor	T_{cr} , K
Ir	0,14	Ag	4,16	Nb ₃ Zn	10,5
Ti	0,39	Pb	7,22	NbC	11,1
Cd	0,56	Nb	8,9	MoTc	14
Zn	0,85	MoC	8	NbN	14,7
Ga	1,10	Tc	9,3	V ₃ Si	17,0
Tl	2,39	Mo ₃ Re	9,8	Nb ₃ Sn	18,2

2. La temperatura crítica de transición de los elementos depende de su composición isotópica (§ 80.1). Por lo general la temperatura T_{cr} desciende al aumentar la masa atómica media del elemento formado por varios isótopos. La intro-

ducción en un metal superconductor puro de impurezas o las diversas deformaciones de la red del metal sólo ejercen influencia en la brusquedad de la transición al estado superconductor, pero no suprime la transición misma. Esto indica que, al pasar al estado superconductor, desaparece la interacción de los electrones con la red cristalina del metal.

3. Por debajo de la temperatura T_{cr} , cuando existe el estado de superconducción en el conductor, dicho estado se puede suprimir a $T = \text{const}$ sometiendo el conductor a un

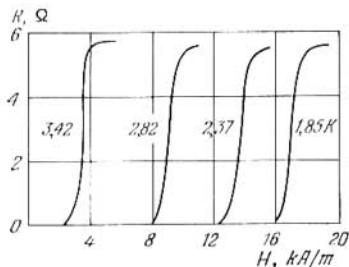


Fig. 75.12.

campo magnético suficientemente intenso. Este campo puede ser externo o creado por la corriente que pasa por el conductor mismo. A cualquier temperatura $T < T_{cr}$ existe cierto valor mínimo H_{cr} de la intensidad del campo magnético suficiente para suprimir el estado superconductor. La magnitud H_{cr} se llama *intensidad crítica*. A medida que disminuye la temperatura del conductor, H_{cr} aumenta. En la fig. 75.12 se representan las curvas de dependencia de la resistencia de una probeta (muestra), hecha de estaño blanco, respecto de la intensidad H a distintas temperaturas.

4. A temperaturas $T \leq T_{cr}$ el superconductor con corriente sometido a un campo magnético repele el flujo magnético. Este fenómeno se conoce con el nombre de *efecto Meissner*. La fig. 75.13, *a* representa el flujo de inducción magnética que penetra en el conductor en estado ordinario, y la fig. 75.13, *b*, el flujo magnético repelido por el conductor que se halla en estado de superconducción. La inducción magnética B dentro del superconductor es nula. Esto sólo es válido para los campos más débiles que el crítico. En estas condiciones el conductor se comporta como un diamagnético ideal cuya susceptibilidad magnética

$\chi_m = -1$ (§ 42.4). En efecto, para este valor de χ_m la permeabilidad magnética $\mu = 1 + \chi_m = 0$ y $B = \mu_0 \mu H = 0$.

En los superconductores reales existe cierta profundidad a la cual el campo magnético penetra a pesar de todo. Esta profundidad depende de la temperatura y de la forma geométrica de la muestra. A temperaturas que sean 1—2 K inferiores a la T_{cr} el campo penetra en los semiconductores hasta una profundidad del orden de 10^{-5} cm. Por eso las películas superconductoras muy delgadas (de espesor de 10^{-5} cm y menor) no son diamagnéticos ideales: en ellas el campo magnético no es nulo en ninguna parte.

5. Cuando una substancia pasa al estado superconductor, sus propiedades térmicas cambian. Por ejemplo, en ausencia de campo magnético, la capacidad calorífica varía bruscamente a la temperatura T_{cr} . Si existe el campo, la transición isotérmica desde el estado superconductor al normal va acompañada de una variación brusca de la capacidad calorífica y de la absorción de calor, y la transición inversa, del desprendimiento de calor. Además, al mismo tiempo cambia bruscamente la conductividad calorífica de la substancia.

Los hechos experimentales citados sirvieron de base a la teoría termodinámica de la superconductividad, a cuya creación hicieron una aportación decisiva L.D. Landau y V.L. Hinsburg. En esta teoría los estados superconductor y normal se consideran como dos fases distintas de la substancia. Para determinados valores de los parámetros de estado (temperatura T e intensidad del campo magnético H) estas fases se transforman la una en la otra.

6. La teoría termodinámica de la superconductividad, que de manera formal dio la posibilidad de explicar los hechos experimentales principales, no pudo, como es natural, descubrir la naturaleza del fenómeno de la superconductividad. Esto se ha conseguido hace relativamente poco tiempo en la teoría cuántica de las propiedades eléctricas de los sólidos. La teoría moderna de la superconductividad ha sido elaborada por J. Bardeen, L. Cooper y J. Schrieffer y también por N.N. Bogoliúbov. En 1950 se expuso la idea de que en ciertas condiciones la interacción de los electrones con los fonones (§ 45.3) puede ser causa de la transición al estado superconductor. Es el caso que la dispersión de los electrones por los fonones hace que se produzca un tipo especial de interacción entre los electrones mismos, de naturaleza mecanocuántica específica, que consiste en su atracción mutua. La solución matemática de este complicadísimo problema fue dada en 1957 por N.N. Bogoliúbov.

Resultó que la interacción es particularmente grande en los pares de electrones cuyos espines e impulsos son opuestos. En determinadas condiciones la atracción mutua entre estos electrones puede ser mucho mayor que la repulsión electrostática. En virtud de esta interacción

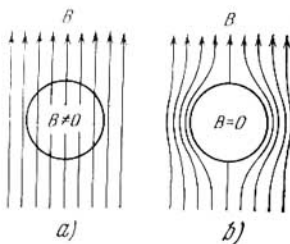


Fig. 75.13.

los electrones de conducción de los metales forman un conjunto ligado que no puede ceder energía en pequeñas porciones. Por esto las colisiones con los nudos de la red no hacen que varíe la energía de los electrones de conducción y el metal se comporta como un superconductor ideal de resistencia nula. Para alterar la ligazón de un electrón cualquiera con los otros electrones del conjunto se requiere un gasto de energía que corresponde a la energía de las oscilaciones térmicas de los nudos de la red a la temperatura de transición T_{cr} . Por eso no puede existir el estado superconductor cuando $T > T_{cr}$.

La aplicación consecuente de estas ideas permitió crear la teoría de la superconductibilidad, en la cual han encontrado su explicación todas las propiedades de los superconductores, en particular las magnéticas y las térmicas. La dependencia, hallada teóricamente, de la temperatura respecto de la composición isotópica de los metales y la dependencia de la intensidad del campo magnético crítico respecto de la temperatura concuerdan bien con los datos experimentales. Teóricamente se han obtenido los criterios de que en un sistema de electrones que interactúan entre sí pueden surgir estados ligados y existir la superconductibilidad.

7. El fenómeno de la superconductibilidad tiene diversas aplicaciones en la ciencia y en la técnica. La posibilidad de obtener grandes corrientes de una fuente con pequeña tensión en ausencia de pérdidas en calor de Joule se utiliza en la técnica de medición. Por ejemplo, un galvanómetro con cuadro superconductor tiene enorme sensibilidad, del orden de 10^{-12} V. La posibilidad de que por medio de un campo magnético se pueda conseguir que un conductor pase al estado de superconductibilidad y al contrario, a su estado normal, se utiliza para amplificar corrientes y tensiones muy pequeñas. Para esto la débil señal continua se hace llegar a un superconductor que se halla en un campo magnético alternativo. La intensidad del campo magnético se elige de tal modo que el conductor pase alternativamente al estado superconductor y normal. Como resultado se obtiene una corriente alterna cuya frecuencia coincide con la del campo magnético. La amplificación ulterior de esta corriente se efectúa por el procedimiento ordinario. Para la creación de resonadores de alta calidad (§ 51.6), con poca amortiguación de las oscilaciones, las paredes de dichos resonadores se pueden hacer de materiales superconductores, que aseguran resistencias y amortiguamientos pequeños.

El fenómeno de la superconductibilidad se aplica para obtener campos magnéticos muy intensos. Para los devanados del electroimán se utiliza alambre fabricado con aleaciones superconductoras cuya intensidad crítica H_{cr} tiene valores grandes. En estos devanados se puede crear una enorme

densidad de corrientes y, respectivamente, el electroimán tendrá un fuerte campo magnético. Los devanados modernos de los solenoides, fabricados con aleaciones superconductoras, permiten obtener campos magnéticos cuya inducción es de más de 10 T. Estos solenoides no disipan la potencia, mientras que en los devanados de cobre ordinarios, cuando el campo magnético es de 10 T se desprende una cantidad de calor enorme.

En el principio de la supresión del estado superconductor por medio de un campo magnético se basa la creación de los dispositivos de conmutación llamados criotrones. Los criotrones de películas, que tienen dimensiones exteriores muy pequeñas, se conmutan en 10^{-9} — 10^{-10} s.

Basándose en el fenómeno de la superconductibilidad se han creado elementos de memoria para los dispositivos calculadores. La idea de estos elementos, fabricados con películas superconductoras, consiste en que la corriente inducida en un anillo superconductor se conserva durante mucho tiempo sin amortiguarse.

Las serias dificultades con que tropieza la utilización práctica de la superconductibilidad se deben a tener que trabajar en la región de las temperaturas ultrabajas. La creación de materiales superconductores con alta temperatura de transición (por ejemplo, a la temperatura ambiente) al estado de superconducción abrirá nuevas y enormes posibilidades de aprovechar el fenómeno de la superconductibilidad en diversas ramas de la ciencia y la técnica.

Capítulo 76

ELEMENTOS DE TEORÍA DE LAS BANDAS EN LOS CRISTALES

§ 76.1. Concepto de teoría de las bandas en los sólidos

1. En el capítulo anterior, al estudiar la conductibilidad eléctrica de los metales, consideramos que el movimiento de los electrones en los metales es un movimiento libre dentro de una «caja de potencial» con fondo plano. A esto co-

respondía la suposición de que la energía potencial de los electrones en el metal *es igual en todas partes*. En realidad el problema es mucho más complejo. Además de los electrones libres, en el metal hay iones positivos. Estos iones crean dentro del metal un campo eléctrico que influye en el movimiento de los electrones libres.

2. Los iones positivos se encuentran en los nudos de la red cristalina de un modo rigurosamente ordenado. Las distancias entre los iones según los ejes x , y y z son iguales, respectivamente, a los períodos de la red en estas direcciones. El campo eléctrico que crean los iones varía regularmente dentro del cristal. Este campo es función *periódica* de las coordenadas x , y , z . Por eso la energía potencial de los electrones no es constante, sino que varía periódicamente y depende de sus coordenadas. La fig. 76.1 representa cómo varía la energía potencial de un electrón a lo largo del eje x .

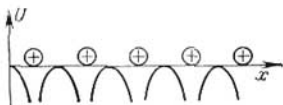


Fig. 76.1.

El eje se ha trazado por los nudos de la red cristalina. En los puntos en que se encuentran los iones existen mínimos de energía («embudos de potencial»). Cuando el electrón se acerca a un ion, parece que «cae» en un pozo de potencial.

3. La disposición regular de los átomos o moléculas en los nudos de la red cristalina no es característica solamente de los metales, sino también de otros tipos de sólidos. La distancia entre los nudos es de un orden de magnitud comparable con las dimensiones lineales de los átomos o moléculas mismos. En estas condiciones los átomos (o moléculas) no se pueden considerar aislados y es necesario tener en cuenta su interacción. No debe pensarse que en los cristales formados por átomos (o moléculas) no se crea campo eléctrico interno. Es bien sabido que incluso el sistema neutro más simple, el dipolo eléctrico, crea un campo eléctrico (§ 10.4). También lo crean los átomos (o las moléculas), en los cuales existe determinada distribución de las cargas eléctricas positivas y negativas. De este modo *en todo sólido cristalino existe un campo eléctrico periódico creado por las partículas que se encuentran en los nudos de la red cristalina*. Por eso la conclusión acerca de la variación periódica de la energía potencial de los electrones que se mueven en un sólido se refiere a todos los tipos de sólidos.

4. Un desarrollo posterior de la teoría cuántica de los metales (y de otros tipos de sólidos) fue la *teoría de las bandas*. (El sentido del nombre de esta teoría se comprenderá por la exposición que sigue). En la teoría de las bandas el sólido se considera como un cristal en el que está dispuesto ordenadamente el conjunto de las partículas que crean el campo eléctrico periódico. Se determinan los niveles de

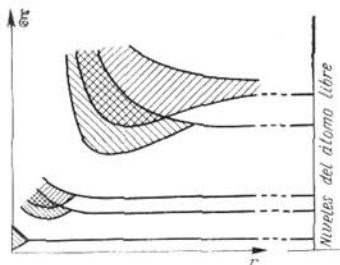


Fig. 76.2.

energía de los electrones que se mueven en el campo periódico del cristal. La base de la teoría de las bandas es el estudio del problema de las variaciones que ocurren en los niveles de energía discretos de los electrones de los átomos aislados cuando éstos se aproximan y forman una red cristalina.

Como se sabe (§ 71.4), los valores de la *energía permitidos* en el átomo están separados unos de otros por anchas zonas de energías prohibidas. Cuando los átomos se unen en un sólido, los estados de energía de los electrones de los átomos aislados cambian. El campo eléctrico periódico de la red cristalina, o sea, la interacción entre los átomos, influye mucho en los niveles de energía de los electrones en el sólido. Resultado de esta influencia es el *desdoblamiento de los niveles de energía* de los electrones. En vez de un nivel de energía igual para los N átomos aislados, en el sólido surgen N niveles próximos entre sí, pero que no coinciden, que forman una *zona o banda de energía*.

5. La fig. 76.2 muestra el desdoblamiento de los distintos niveles de energía de los átomos aislados al aproximarse y la formación de las bandas de energía en un sólido. El

desdoblamiento de los niveles se representa en función de la distancia r entre los átomos. Por esta figura se ve que no todos los niveles se desdoblan igualmente. La interacción entre los átomos del sólido influye más fuertemente sobre los niveles de energía de los electrones externos de valencia, que están unidos más débilmente con sus núcleos y que son los que poseen mayor energía. Los niveles de energía de los electrones internos se desdoblan muy débilmente.

Un sólido se puede considerar como una molécula gigante formada por multitud de átomos. Los estados de energía de los electrones internos de estos átomos son, prácticamente, los mismos que en los átomos aislados; en cambio, los electrones periféricos están «colectivizados», o sea, pertenecen a toda la molécula gigante (sólido) y no a unos átomos determinados. La energía de los electrones periféricos puede tomar los valores que se encuentran dentro de los límites de las zonas rayadas en la fig. 76.2, las cuales reciben el nombre de *bandas de energía permitidas*.

§ 76.2. Desdoblamiento de los niveles de energía de los electrones de valencia e internos en los átomos de un sólido

1. La formación de las bandas de energía permitidas de los electrones en el sólido y la causa de que el desdoblamiento de los niveles de los electrones periféricos e internos sea distinta en los átomos se puede comprender basándose en la mecánica cuántica. Para esto recurrimos a la relación de indeterminación para la energía y el tiempo (70.9). Como se sabe (§ 72.8), la vida media del electrón en estado excitado en un átomo aislado es $\tau \approx 10^{-8}$ s. Esto conduce a la anchura natural $\Delta\mathcal{E}$ del nivel energético, que es

$$\Delta\mathcal{E} \geq \hbar/\tau \approx 10^{-7} \text{ eV}$$

y que determina la anchura natural de las rayas espectrales (§ 72.8). Al formarse el cristal del sólido, los átomos aislados se aproximan hasta una distancia del orden del período de la red cristalina. Al ocurrir esto los electrones de valencia de los átomos, como están ligados más débilmente con los núcleos que los electrones internos, pueden pasar de un átomo a otro en virtud del efecto túnel de infiltración a

través de la barrera de potencial que separa los átomos en el cristal (§ 70.6). Vamos a demostrar que esto conduce al ensanchamiento de los niveles de energía de estos electrones o sea, a la transformación de estos niveles en bandas de valores permitidos de la energía, y a valorar la anchura $\Delta \mathcal{E}$ del intervalo de energías posibles de un electrón de valencia en el cristal.

2. Para simplificar supondremos que la barrera de potencial que separa los átomos en el cristal tiene la forma de la

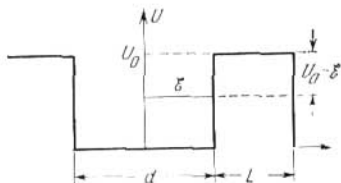


Fig. 76.3.

barrera rectangular representada en la fig. 76.3. La transparencia de esta barrera viene expresada por la fórmula (70.30):

$$D \approx \exp \left\{ -\frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} \right\};$$

aquí $(U_0 - \mathcal{E})$ es la altura de la barrera para un electrón de energía \mathcal{E} , que en nuestro caso es, aproximadamente, de 10 eV, es decir, del orden de magnitud de la energía de ionización del átomo, y L es la anchura de la barrera. Para los átomos que interactúan en el cristal conviene elegir la magnitud L de forma que sea conmensurable con el período de la red cristalina ($L \approx 10^{-10}$ m). Hallemos ahora el tiempo medio τ durante el cual el electrón de valencia pertenece a un átomo dado. Esto quiere decir que hay que calcular el tiempo durante el cual el electrón se encuentra dentro de un pozo de potencial rectangular cuyas dimensiones lineales son $d \approx 10^{-10}$ m (dimensiones lineales del átomo). Si la velocidad del movimiento del electrón en el átomo (pozo de potencial) se toma igual a $v = 10^6$ m/s, el electrón chocará v/d veces por segundo con la barrera. La

frecuencia de infiltración del electrón a través de la barrera

$$v = \frac{v}{d} D = \frac{v}{d} \exp \left(-\frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} \right).$$

La vida media τ del electrón en un átomo dado será

$$\tau = \frac{1}{v} = \frac{d}{v} \exp \left(\frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} \right).$$

Sustituyendo en esta expresión todas las magnitudes por sus valores numéricos se obtiene que $\tau \approx 10^{-15}$ s. El tiempo medio de pertenencia de un electrón de valencia a un átomo dado en el cristal es 10^7 veces *menor* que la vida media de un electrón excitado en el átomo aislado*). Esto hace que aumente bruscamente la anchura del nivel de energía del electrón de valencia en el átomo del cristal. Por la relación de indeterminación obtenemos que

$$\Delta \mathcal{E} \geq \hbar / \tau \approx 1 \text{ eV}.$$

En vez de la anchura natural $\Delta \mathcal{E} \approx 10^{-7}$ eV del nivel de energía del electrón en el átomo aislado, en el cristal surge una banda de *valores permitidos* de la energía del electrón de valencia, cuya anchura es del orden de 1 eV, o sea, 10^7 veces más ancha que la que tiene en el átomo aislado.

3. Las valoraciones hechas anteriormente sólo son válidas para los electrones de valencia. Los electrones internos de los átomos, que se encuentran en las capas electrónicas saturadas tienen una probabilidad insignificante de infiltrarse a través de las barreras y de pasar a otro átomo. Para los electrones internos aumenta mucho la altura de la barrera: $U_0 - \mathcal{E} \approx 10^3$ eV. El aumento relativamente pequeño de la anchura de la barrera ($L \approx 3 \cdot 10^{-10}$ m) conduce a un resultado totalmente distinto para el tiempo medio de pertenencia de un electrón a un átomo dado: $\tau \approx 10^{20}$ años. Es evidente que el ensanchamiento de los niveles de energía de los electrones profundos de los átomos en la red cristalina no puede compararse ni siquiera con el ensanchamiento natural de los niveles excitados de los electrones de valencia en un átomo aislado.

*) Esta evaluación indica que en los cristales en que el enlace de los electrones de valencia en los átomos es débil, como ocurre en las redes de los metales, se forma gas electrónico.

§ 76.3. Disposición de las bandas de energía en el sólido. Transiciones electrónicas dentro de una banda y entre ellas

1. La banda de energía permitida que surge de un nivel en un átomo aislado, consta de N niveles próximos, siendo N el número total de átomos que hay en el sólido. En 1 m^3 de sólido hay 10^{28} — 10^{29} átomos. De este mismo orden de magnitud es el número de niveles que hay en la banda. Las

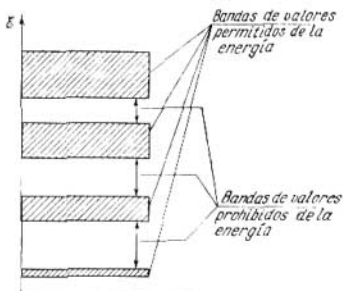


Fig. 76.4.

energías de los niveles contiguos de una banda difieren aproximadamente en 10^{-28} eV (§ 75.6). Por eso la anchura total de la banda permitida es de varios electrón-voltios. De un modo semejante a como en un átomo aislado los niveles de energía discretos están separados por regiones de valores prohibidos de la energía, en el sólido las bandas de energía permitidas están separadas por *bandas de valores prohibidos de la energía*. La anchura de las bandas prohibidas es conmensurable por su magnitud con la anchura de las bandas permisibles. Los niveles más excitados de los átomos aislados dan bandas permitidas de mayor anchura. A medida que aumenta la energía crece la anchura de las bandas de energía permitidas, y disminuye la anchura de las bandas prohibidas. El esquema de las bandas de energía de un sólido se representa en la fig. 76.4.

2. En un átomo aislado los niveles de energía cuantizados permitidos pueden estar ocupados por los electrones o libres. En el sólido los electrones son un sistema de partículas que cumplen el principio de Pauli. Supongamos que

$2N$ electrones se encuentran en determinados niveles de N átomos aislados. Entonces, al juntarse los átomos en un cristal, estos $2N$ electrones se situarán de dos en dos en los N niveles de las bandas correspondientes y los espines de ambos electrones estarán dirigidos en sentidos opuestos. En un sólido se pueden observar distintas ocupaciones de las diferentes bandas por los electrones. Las bandas de energía permitidas pueden estar saturadas de electrones, ocupadas parcialmente o totalmente libres.

3. De un modo semejante a como en un átomo aislado pueden los electrones efectuar transiciones (saltos) entre los niveles de energía, en los cristales pueden pasar los electrones de una banda permitida a otra, e incluso saltar de un nivel de energía a otro dentro de una misma banda (transiciones dentro de una banda). Para que un electrón pueda pasar de una banda permitida a la inmediata superior es necesario un gasto de energía igual a la anchura de la banda prohibida que separa las dos bandas. Esta energía es de varios electrón-voltios. Para que un electrón pueda pasar de un nivel a otro dentro de una misma banda se requiere una energía pequeña, del orden de la diferencia de energía entre los niveles vecinos, es decir, de 10^{-28} eV.

4. Vamos a examinar algunas de las causas que pueden originar las transiciones de los electrones dentro de una misma banda. La energía que adquiere un electrón bajo la acción del campo eléctrico de una fuente de corriente es, por lo general, de 10^{-4} — 10^{-8} eV*). Esta energía es suficiente para las transiciones dentro de una misma banda. La energía media de las oscilaciones térmicas de los átomos del sólido a las temperaturas ambientes es, aproximadamente, $kT \approx 0,025$ eV. Si esta energía se transmite a los electrones, también es suficiente para su transición dentro de una misma banda permitida.

5. Las condiciones de transición de un electrón de una banda a otra banda vecina requieren gastos de energía del orden de varios electrón-voltios. Con las diferencias de potencial ordinarias que se pueden conseguir conectando el sólido a una fuente de corriente, la energía que adquieren los electrones durante su recorrido libre es *insuficiente* para que puedan pasar a la banda contigua superior permitida. Calentando el cristal, o sea, elevando su temperatura,

*) Se considera que esta es la energía que adquiere el electrón en su recorrido libre.

se puede comunicar al electrón la energía suficiente para su paso a la banda vecina. La excitación térmica de los electrones puede conducir tanto a las transiciones de éstos dentro de una misma banda como a sus transiciones entre bandas.

6. Todo lo dicho en este párrafo y en los precedentes es válido no sólo para los metales, sino también para otros tipos de sólidos. En efecto, el desdoblamiento de los niveles de energía de los electrones y la formación de las bandas de energía se debe a que los átomos, u otras partículas, que se encuentran en los nudos de la red cristalina interactúan entre sí y crean dentro del cuerpo un campo eléctrico periódico. En el § 76.1 se indicó ya que, hasta en el caso en que en los nudos de los cristales hay átomos o moléculas neutros, sus núcleos y electrones también crean un campo eléctrico, especialmente intenso en las proximidades de los nudos de la red. Por lo tanto, en el caso de un sólido cualquiera formado por partículas (iones, átomos o moléculas) dispuestas ordenadamente en una red, se origina la estructura de bandas de los niveles energéticos de los electrones, existe un espectro energético de bandas.

§ 76.4. Metales y dieléctricos en la teoría de las bandas

1. Desde el punto de vista de la teoría de las bandas, la diferencia de propiedades eléctricas entre los metales, conductores de la corriente eléctrica, y los dieléctricos, no conductores, se debe a dos causas. Primera, al carácter de la disposición de las bandas de energía, o mejor dicho, a la anchura de las bandas prohibidas. Segunda, a que las bandas de energía permitidas están distintamente ocupadas por los electrones. La condición necesaria para que un sólido sea conductor es que tenga niveles de energía libres a los cuales el campo eléctrico pueda hacer que pasen electrones.

2. Como se dijo en el § 76.3, bajo la acción de las fuentes de corriente ordinarias los electrones sólo pueden efectuar transiciones dentro de una misma banda. Veamos en qué condiciones se efectúa la conducción eléctrica por los sólidos que son metales. Como ejemplo consideraremos el sodio metálico. En el átomo aislado de sodio, como sabemos (§ 73.2), hay dos capas saturadas de electrones que contienen, respectivamente, dos y ocho electrones. El un-

décimo electrón, de valencia, del átomo de sodio, de acuerdo con el principio de Pauli, llena solamente la mitad del nivel de energía superior del átomo. En el cristal de sodio metálico a las dos primeras capas saturadas corresponden bandas totalmente ocupadas por los electrones. Estas bandas no nos van a interesar en adelante. En ellas son imposibles las transiciones dentro de una misma banda por la acción del campo eléctrico. Los electrones de valencia de los átomos, cuando éstos se juntan en el cristal, forman la *banda de valencia*, que sólo está medio ocupada por los electrones

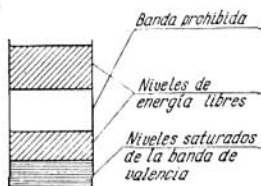


Fig. 76.5.

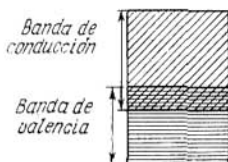


Fig. 76.6.

y que es la *banda de conducción* (fig. 76.5). En efecto, los electrones que se encuentran en esta banda pueden participar en la conducción. Bajo la acción del campo creado por una fuente de f.e.m., los electrones que se encuentran en esta banda recibirán energía, pasarán a los niveles de energía superiores libres y se moverán ordenadamente.

De este modo, si la banda de valencia no está saturada de electrones, el sólido siempre será conductor de la corriente eléctrica. Este caso de ocupación de la banda de valencia tiene lugar en los metales del primer grupo del sistema periódico (Li, Na, K, Rb, Cs).

3. Un sólido también puede ser conductor en el caso en que a la banda de conducción se superpone la banda que surge a expensas del desdoblamiento de los niveles de los electrones de valencia. Esto se observa, por ejemplo, en los *cristales de los elementos que forman el segundo grupo del sistema periódico* (Be, Cd, Mg, Zn y otros). En este caso se forma una ancha banda «híbrida» que los electrones sólo llenan parcialmente. Por encima de los niveles ocupados se encuentran próximos los niveles libres, y, como ya se dijo, este sólido será conductor (fig. 76.6).

4. La teoría de las bandas de los sólidos ha dado la posibilidad de esclarecer el problema de por qué la conductibilidad de los metales no aumenta al crecer su valencia. Desde el punto de vista clásico, al crecer la valencia del metal, es decir, al aumentar el número de electrones «libres», de valencia, correspondientes a un átomo, debe crecer su conductibilidad. Por ejemplo, en el aluminio, trivalente, cada átomo tiene tres electrones de valencia; en el cobre, monovalente, cada átomo sólo tiene un electrón de valencia. Al parecer, la conductibilidad del aluminio debería ser mayor que la del cobre. Pero en realidad, como se ve en la tabla 44.2, la resistividad del cobre a 0 °C es casi dos veces menor que la del aluminio y, por consiguiente, su conductividad es el mismo número de veces mayor.

Desde el punto de vista moderno, la conductibilidad de un metal no depende del número de electrones de valencia que tiene su átomo. La conductibilidad del metal depende del número de electrones para los cuales hay un número suficiente de estados de energía libres en la banda superior de conducción.

En el caso de los metales alcalinotérreos divalentes, los electrones de valencia de los átomos en los cristales se distribuyen por los niveles de energía de la banda híbrida de tal modo, que cierto número de niveles superiores de esta banda quedan libres para ser ocupados. Pero el número de electrones que el campo eléctrico exterior de una fuente puede hacer pasar a los estados libres es menor en los metales divalentes que en los monovalentes. Por eso la conductibilidad de los metales divalentes es menor que la de los monovalentes. Estos razonamientos pueden aplicarse en mayor grado a los metales trivalentes.

5. A veces en un sólido las bandas no se superponen, estando la banda de valencia, que reúne los electrones periféricos de los átomos o iones, saturada de electrones, y las bandas más altas, totalmente vacías (fig. 76.7). Este sólido es aislador (dieléctrico, es decir, no conduce la corriente eléctrica). Ejemplo de este tipo de sólidos es la sal común cristalina (NaCl), cuyas moléculas tienen enlace químico



Fig. 76.7.

iónico. Como se sabe (§ 74.2), en la molécula NaCl el electrón periférico, undécimo, del átomo Na pasa a la capa exterior del átomo Cl. Como resultado de esto se forman los

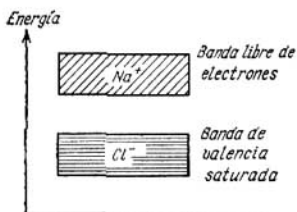


Fig. 76.8.

iones Na^+ y Cl^- , los cuales tienen sus capas electrónicas externas totalmente saturadas de electrones. Cuando se forma el cristal de NaCl surge la banda de valencia del ion Cl^- , completamente ocupada por los electrones. 6 eV más arriba que esta banda se encuentra la banda de los estados de energía del ion Na^+ , que no contiene ningún electrón

(fig. 76.8). El campo eléctrico de la fuente de corriente no puede hacer que los electrones de la banda saturada Cl^- pasen a la banda de conducción libre Na^+ . El cristal NaCl pone de manifiesto propiedades dieléctricas.

Capítulo 77

PROPIEDADES ELÉCTRICAS DE LOS SEMICONDUCTORES

§ 77.1. Conductibilidad intrínseca por electrones de los semiconductores

1. Entre los metales, cuya resistividad es del orden de 10^{-6} — 10^{-8} $\Omega \cdot \text{m}$, y los aisladores, con resistividad de 10^8 — 10^{13} $\Omega \cdot \text{m}$, existe una enorme cantidad de materiales pertenecientes a los *semiconductores*. Su resistividad varía dentro de un intervalo muy amplio: desde 10^{-5} hasta $10^8 \Omega \cdot \text{m}$. Casi toda la naturaleza que nos rodea está constituida por substancias semiconductoras. Los óxidos, sulfuros y telururos de muchos metales tienen propiedades semiconductoras. En el sistema periódico de Mendeléiev, los semiconductores forman el grupo de elementos que muestra la fig. 77.1.

A la izquierda y debajo de los elementos pertenecientes a los semiconductores, se encuentran los metales. A la derecha y encima, están los elementos que en estado sólido son dieléctricos.

Representantes típicos de los semiconductores que se utilizan mucho en la técnica son el germanio, el silicio y el telurio.

5 B (1,1)	6 C (5,2)		
	14 Si (1,1)	15 P (1,5)	16 S (2,5)
	32 Ge (0,72)	33 As (1,2)	34 Se (1,7)
	50 Sn (0,1)	51 Sb (0,12)	52 Te (0,36)
			53 I (1,23)

Fig. 77.1.

2. El germanio (Ge) es uno de los elementos semiconductores que más se emplean. Se encuentra en el grupo IV del cuarto período del sistema periódico. En el átomo de germanio aislado hay cuatro electrones en la capa exterior. Los demás 28 electrones se distribuyen entre las capas internas saturadas. El cristal de germanio tiene red cristalina atómica. Los cuatro electrones de valencia de cada átomo entran en enlace químico covalente con los electrones de los átomos vecinos de la red, de modo que en el germanio puro (fig. 77.2) no hay electrones libres. Por lo tanto, un cristal de germanio puro debe ser buen aislador.

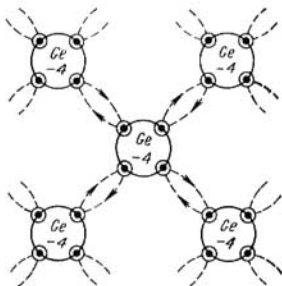


Fig. 77.2.

En la técnica semiconductor moderna se emplea mucho el silicio (Si). Los trece electrones que hay en un átomo de silicio aislado se distribuyen alrededor del núcleo de tal modo, que cuatro de ellos, lo mismo que en el germanio,

se encuentran en la capa externa. En el silicio sólido cristalino los electrones periféricos, de valencia, como en el germanio, entran en los enlaces químicos covalentes. El silicio también debe ser aislador.

3. Los enlaces covalentes en el germanio y el silicio se pueden romper fácilmente incluso a temperaturas relativamente bajas. En este caso se formarán electrones libres, y en el germanio y otros semiconductores de este tipo se

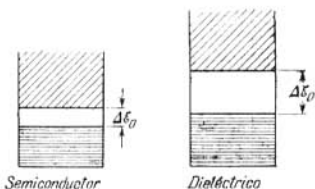


Fig. 77.3.

produce la *conductibilidad intrínseca por electrones del semiconductor puro*. Los experimentos han demostrado que al elevarse la temperatura aumenta la conductibilidad de estos semiconductores. Esta es la diferencia fundamental entre los semiconductores y los metales ordinarios, en los cuales, como sabemos (§ 44.5), la conductibilidad disminuye al elevarse la temperatura.

4. La teoría de las bandas en los sólidos ha dado también la explicación de cómo varía la resistencia (o la conductibilidad) de los semiconductores puros (intrínsecos). Si la banda superior saturada de electrones está separada de la banda de energía permisible más próxima por una banda prohibida estrecha, este cuerpo sólo será dieléctrico a bajas temperaturas. Al elevarse la temperatura, la excitación térmica puede hacer que los electrones situados en el límite superior de la banda saturada salten a la banda superior en que hay niveles de energía libres. Para esto se necesita un gasto de energía igual, por lo menos, a la anchura de la banda prohibida $\Delta\epsilon_0$. La fig. 77.3 muestra la disposición de las bandas de energía de un semiconductor y de un dieléctrico. La magnitud $\Delta\epsilon_0$ se llama *energía de activación de la conductibilidad intrínseca*. Esta magnitud es la característica más importante de las propiedades eléctricas de un semiconductor. En la fig. 77.1, las energías de activación de los elementos semiconductores (en electrón-voltios) se indican con las cifras que hay dentro de los circulitos.

A medida que aumenta la temperatura de los semiconductores intrínsecos crece el número de electrones libres

que, como resultado de la excitación térmica, pasan a la banda de energía libre y participan en la conducción por electrones. Por eso la conductibilidad de los semiconductores aumenta con la temperatura.

§ 77.2. Conductibilidad intrínseca por huecos de los semiconductores

1. La aparición de niveles de energía libres de electrones en la banda ocupada tiene gran importancia para las propiedades eléctricas de los semiconductores. El electrón que recibe energía por medio de la excitación térmica, después de romper los enlaces covalentes con los demás electrones del átomo, abandona su sitio. Supongamos que en una substancia eléctricamente neutra uno de los electrones deja su sitio y pasa a otro, por ejemplo, al ion contiguo. Entonces en el sitio dejado por el electrón se produce una carga positiva superflua, ya que, como se subrayó, la substancia era eléctricamente neutra. Como suele decirse, se forma un *hueco positivo*. Este hueco se comporta como una carga positiva de magnitud igual a la carga del electrón. Al puesto dejado libre por el electrón, hueco, se puede trasladar un electrón vecino, lo que equivale a que el «hueco positivo» se desplaza: aparece en el nuevo sitio que deja este otro electrón. Así, por ejemplo, si de una fila de pioneros*) en formación sale el que está en un extremo y se origina un sitio vacante, todos los demás pioneros se pueden desplazar sucesivamente hacia el sitio que queda libre, y todo transcurrirá como si el puesto vacío se fuera desplazando *en sentido contrario* a como lo hacen los pioneros.

2. En un campo eléctrico exterior los electrones se desplazan en sentido contrario a la dirección de la intensidad de dicho campo. Los huecos positivos se trasladan en el sentido de la intensidad del campo eléctrico, es decir, hacia donde, bajo la acción del campo eléctrico, *se desplazaría una carga positiva*. La conductibilidad de un semiconductor debida a la traslación de los huecos positivos se denomina *conductibilidad intrínseca por huecos*. El proceso de traslación de los huecos a lo largo de la dirección de la intensidad del campo eléctrico, y de los electrones en el sentido contrario, tiene lugar en toda la masa del semiconductor.

*) Miembros de la organización infantil soviética. (N. del trad.)

Por lo tanto, en los semiconductores, además de la conducción ordinaria por electrones, se observa la conducción por huecos.

Desde el punto de vista de la teoría de las bandas del sólido, la aparición de la conductibilidad por huecos se debe a que la excitación térmica (o cualquiera otra) de los electrones de la banda saturada hace que se produzcan niveles «vacantes» en esta banda. A estos niveles pueden pasar otros electrones de la misma banda. Las transiciones dentro de una misma banda por la acción de un campo eléctrico, como se explicó en el § 76.3, proporciona el surgimiento de la conductibilidad eléctrica en el sólido. Conviene subrayar que en el proceso de conducción por huecos intervienen realmente no las cargas positivas de los átomos (núcleos) sino los electrones ordinarios que se hallan en las capas que rodean los núcleos. Pero en los cristales se producen condiciones en las cuales el mecanismo de la conducción está relacionado con estas traslaciones de los electrones de una partícula del cristal a otra, *lo que equivale al movimiento de una carga positiva*. En la física de los semiconductores no se suele subrayar cada vez cómo surge la conducción por huecos. El movimiento ordenado de los huecos por el semiconductor origina una corriente de huecos que tiene gran importancia práctica (véase el cap. 78).

3. Todo lo dicho anteriormente acerca de la conducción por electrones y por huecos indica que tanto los electrones como los huecos pueden ser *portadores de corriente*. Pero todo esto se refiere a los semiconductores químicamente puros. La tecnología del crecimiento de estos cristales presenta grandes dificultades. En la mayoría de los dispositivos semiconductores (véase el cap. 78) se utilizan semiconductores en los cuales la conducción se debe a las impurezas.

§ 77.3. Semiconductores extrínsecos por exceso (o del tipo n)

1. La introducción de impurezas en un semiconductor influye mucho en sus propiedades eléctricas. Se consideran impurezas, por ejemplo, los átomos o iones de elementos químicos extraños introducidos en la red del semiconductor. También desempeñan el papel de impurezas distintos tipos de defectos y deformaciones de la red cristalina: los nudos vacíos, los corrimientos que se producen al deformarse el

metal, las grietas, etc. Las impurezas hacen que varíe el campo periódico del cristal e influyen en el comportamiento de los electrones y sus niveles de energía. Si en la red cristalina de un semiconductor se introducen átomos de impureza, sus electrones de valencia tienen niveles de energía que no se encuentran en las bandas de energía permitidas del cristal fundamental.

A expensas de los átomos de impureza surgen niveles de energía, de los electrones de las impurezas, que se hallan en la banda prohibida.

Las impurezas pueden influir de distinto modo en la cantidad de portadores de corriente que hay en los semiconductores. Por una parte, pueden servir de suministradores adicionales de electrones en el cristal.

Por otra, pueden ser centros de «adhesión» de los electrones que hay en el cristal.

2. Veamos, por ejemplo, lo que ocurre si en la red del germanio uno de los átomos se sustituye por un átomo de impureza que tenga cinco electrones de valencia (fósforo, arsénico, antimonio) (fig. 77.4). Cuatro electrones del átomo de impureza estarán ligados por enlaces covalentes con los electrones de los átomos de germanio vecinos, pero el quinto electrón no puede formar un enlace covalente. Este electrón «sobrante» o «extra» está más débilmente ligado a su átomo y es fácil hacerlo pasar a la banda de conducción del semiconductor.

La energía de los electrones «extras» de las impurezas es algo menor que la energía correspondiente al límite inferior de la banda de conducción de los electrones. Por lo tanto los niveles de energía de los electrones de las impurezas se encuentran *un poco más abajo* que el fondo de la banda de conducción. Estos niveles están saturados de electrones y se llaman *niveles donadores*, y los átomos de impureza que suministran electrones «extras» al cristal semiconductor reciben el nombre de *átomos donadores* (del latín *donare*, dar,

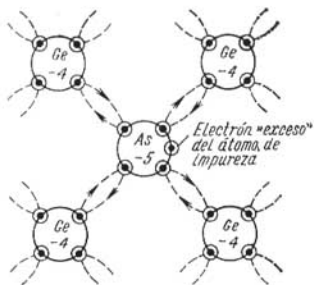


Fig. 77.4.

regalar). Para hacer pasar los electrones de los niveles donadores de las impurezas a la banda de conducción se necesita una energía insignificante $\Delta\mathcal{E}_e$ que se puede obtener por calentamiento. Por ejemplo, para el silicio la energía $\Delta\mathcal{E}_e$ es igual a 0,054 eV si el átomo de impureza es de arsénico.

3. La transición de los electrones desde los niveles donadores a la banda de conducción proporciona en el semiconductor la *conductibilidad extrínseca por electrones* (o conduc-

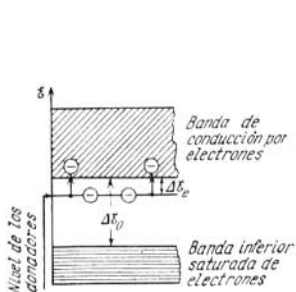


Fig. 77.5.

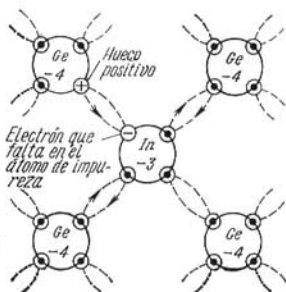


Fig. 77.6.

tividad del tipo *n*). Los semiconductores de este tipo se denominan *semiconductores por exceso* o *del tipo n* (del latín *negativus*, negativo).

La fig. 77.5 muestra el esquema de la disposición de las bandas y los niveles de las impurezas en un semiconductor del tipo *n*.

§ 77.4. Semiconductores extrínsecos por defecto (o del tipo *p*)

1. Supongamos ahora que en la red cristalina del germanio se ha introducido un átomo de impureza con tres electrones de valencia (boro, aluminio, indio)(fig. 77.6). A este átomo le falta un electrón para poder completar los enlaces covalentes necesarios en la red del germanio (véase la fig. 77.2). Pero el átomo de impureza puede crear todos los enlaces si quita un electrón al átomo de germanio más próximo. Entonces, en el sitio que ocupaba el electrón salido del átomo de germanio se forma un hueco positivo. A su

vez, este hueco puede ser ocupado por un electrón del siguiente átomo de germanio y así sucesivamente. El proceso de ocupación sucesiva de los huecos positivos por los electrones equivale, como vimos en el § 77.2, a un movimiento del hueco por el semiconductor y a la aparición en él de portadores de corriente. Este tipo de impurezas hace que surjan en la banda prohibida niveles de energía de las impurezas *no ocupados por los electrones*. Estos niveles reciben

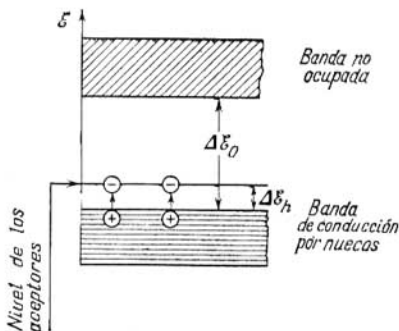


Fig. 77.7.

el nombre de *aceptores* o *colectores*. Los átomos de estas impurezas se llaman también *aceptores* (del latín *acceptor*, receptor).

2. La energía de los niveles electrónicos de los átomos aceptores es un poco mayor que la energía del límite superior de la banda saturada. Por eso los niveles de energía aceptores de las impurezas se encuentran *un poco más arriba que el borde superior* de la banda de energía ocupada del cristal fundamental (fig. 77.7). Por ejemplo, si se introduce boro, trivalente, en la red cristalina del silicio, los niveles aceptores estarán $\Delta\epsilon_h = 0,08$ eV más altos que la banda saturada. La energía $\Delta\epsilon_h$ es mucho menor que la anchura total de la banda prohibida.

En este semiconductor se puede producir la *conducción extrínseca por defecto (por huecos)*. En efecto, los electrones

que se encuentran en el límite superior de la banda saturada se pueden hacer pasar fácilmente, por calentamiento, a los niveles de energía aceptores y llenar estos niveles de electrones. Después la energía de los electrones lanzados a los niveles aceptores no puede variar por la acción del campo, estos electrones quedan «adheridos» a dichos niveles. Como resultado, la banda inferior tendrá niveles electrónicos libres, los cuales se manifestarán como huecos positivos. La banda inferior se convierte en *banda de conducción por huecos*. Bajo la acción del campo eléctrico los electrones de la banda inferior realizarán transiciones dentro de la misma banda e irán llenando sucesivamente los huecos. Esto equivale a la traslación de los huecos en sentido contrario al del movimiento de los electrones. Este tipo de conductibilidad recibe el nombre de *conductibilidad del tipo p*, y los semiconductores que la poseen se llaman *semiconductores por defecto, por huecos, o del tipo p* (del latín *positivus*, positivo). En la fig. 77.7 se muestra el esquema de la disposición de los niveles de impurezas en los semiconductores del tipo *p*.

3. Para terminar vamos a prestar atención a una diferencia esencialísima entre el comportamiento de los portadores de corriente en los semiconductores y las propiedades de los electrones en los metales. La teoría cuántica de los metales ha llevado a la conclusión de que, en los metales, la concentración de electrones y su energía no dependen prácticamente de la temperatura. Esta conclusión se ha confirmado experimentalmente y significa que, en los metales, es prácticamente imposible regular el número de portadores de corriente. En los semiconductores, cualquiera que sea el carácter de su conductibilidad, el número de portadores de corriente es mucho menor que en los metales. Pero la concentración de portadores de corriente en los semiconductores y su energía dependen mucho de la temperatura y aumentan al elevarse ésta. Esto da la posibilidad de regular el número de portadores de corriente y sus energías en los semiconductores, lo que se utiliza mucho en los respectivos dispositivos.

PROCESOS FÍSICOS QUE TIENEN LUGAR EN LOS DISPOSITIVOS SEMICONDUCTORES

§ 78.1. Fenómenos de contacto en el límite de los metales

1. Desde hace ya mucho tiempo se sabe que el contacto de un metal con la superficie de un semiconductor rectifica corrientes alternas de frecuencias radioeléctricas bastante altas. Esto dio la posibilidad de crear detectores y rectificadores cristalinos de frecuencias radioeléctricas y, más tarde, los amplificadores (cristadinos). La rectificación en el límite metal—semiconductor, o sea, la conductibilidad unilateral del contacto se debe a la existencia en la superficie de contacto de una *capa de barrera* peculiar que dificulta el paso de la corriente en un sentido y facilita el movimiento de las cargas en el sentido contrario.

2. La capa de barrera es una capa delgada que hay en las proximidades del contacto y que se caracteriza por una brusca variación de la energía potencial de los electrones en el transcurso de la capa. La aparición de esta capa se debe a que por ambos lados de ella se produce una concentración de cargas eléctricas de signos contrarios. Se forma la llamada *doble capa de cargas eléctricas* que interaccionan con las cargas que pasan a través del contacto.

La doble capa forma un campo eléctrico en el cual se mueve un flujo de electrones. Este movimiento está relacionado con la superación de una barrera de potencial determinada. Si al contacto se aplica una tensión directa, la barrera de potencial disminuye, la resistencia en esta dirección baja y la corriente pasa. Si la tensión es inversa, la barrera de potencial aumenta para los electrones, la resistencia crece en este sentido y la corriente no pasa.

3. Examinemos primeramente la formación de la doble capa y el papel que desempeña en el caso más simple de dos metales 1 y 2 con distintos trabajos de salida A_1 y A_2 , es decir, con distinta altura del nivel de Fermi, superior ocupado por los electrones (fig. 78.1, *a*). Inmediatamente después de establecerse el contacto, el flujo de electrones va principalmente en el sentido de 2 a 1 , porque en el metal 2

el trabajo de salida de los electrones es menor que en el 1. Como resultado, los límites de los niveles de energía saturados de los dos metales se igualan y al mismo tiempo se forma la doble capa de cargas eléctricas: en el metal 2 se origina un exceso de cargas positivas de la red iónica, ya que los electrones de este metal se van al metal 1, el cual se carga negativamente (fig. 78.1, b). El paso de electrones continúa hasta que se establece el equilibrio y el campo eléctrico de la doble capa impide que los electrones sigan pasando.

4. Los metales con distinto trabajo de salida A tienen diferentes niveles de Fermi. El equilibrio que se produce al

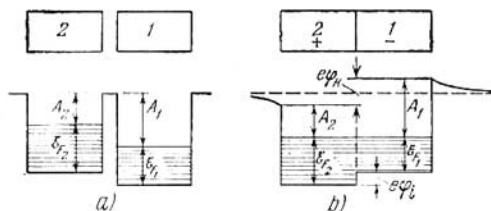


Fig. 78.1.

ponerse en contacto dos o más metales con diferentes niveles de Fermi sólo es posible si el nivel de Fermi se hace igual en todos los metales. Esto se puede demostrar rigurosamente partiendo de las condiciones termodinámicas generales de equilibrio de los gases electrónicos en los metales en contacto a volumen y temperatura constantes. Cualitativamente todo se reduce a que la igualdad de las presiones del gas electrónico de los metales en contacto, necesaria para el equilibrio, empieza cuando se igualan las «alturas» de los niveles de energía de los electrones, de forma análoga a como se igualan las alturas de los niveles de un líquido en los vasos comunicantes.

Cuando el metal 2 se carga positivamente hasta cierto potencial U_2 , todos los niveles de energía descienden en eU_2 . En el metal 1 que se carga negativamente hasta el potencial $-U_1$, todos los niveles de energía se elevan a una «distancia» eU_1 con respecto a sus posiciones en el metal descargado. En efecto, para que un electrón pueda pasar

de cierto nivel del metal sin carga a este mismo nivel del metal cargado hasta el potencial negativo $-U_1$, tiene que realizarse un trabajo numéricamente igual a eU_1 . Este trabajo es igual a la variación de la energía potencial del electrón.

Por eso la energía potencial del electrón que se encuentra en un nivel determinado del nivel con carga negativa será eU_1 mayor que la energía potencial del electrón que se halla en este mismo nivel del metal sin carga. Esto significa que todos los niveles se elevan. Por estas mismas causas todos los niveles del metal con carga positiva descienden.

5. En cuanto el nivel de Fermi desciende en el metal 2 y asciende en el metal 1, ambos niveles se encuentran a una misma altura y desaparece la causa que hace que los electrones pasen preferentemente del segundo metal al primero. Entre los metales se establece el equilibrio dinámico, al cual corresponde un determinado espesor l de la doble capa. En estas condiciones las energías potenciales de los electrones en las proximidades inmediatas a las superficies de los metales no serán iguales. Entre los metales 2 y 1 se establece una diferencia de potencial

$$\varphi_e = (A_1 - A_2)/e.$$

Esta es la llamada diferencia de potencial de contacto *externa* y se debe a la diferencia de los trabajos de salida de los electrones de los metales en contacto. Los electrones se van del metal en que el trabajo de salida es menor al metal en que dicho trabajo es mayor. La magnitud φ_e oscila, para distintos pares de metales, desde décimas a unidades de voltio (§ 44.9) y depende del estado de la superficie y de su acabado.

6. Entre los puntos situados dentro de los metales en contacto también existe diferencia de potencial. Ésta se debe a que, aunque los niveles de Fermi de ambos metales se igualan, las energías potenciales de los electrones no son iguales en los metales 2 y 1. La energía potencial de los electrones es menor en el segundo metal que en el primero. En la fig. 78.1, *b* se ve que las energías potenciales de los electrones difieren en la magnitud $\mathcal{E}_{F_2} - \mathcal{E}_{F_1}$. De acuerdo con esto los potenciales dentro de los metales se diferencian en la magnitud

$$\varphi_i = (\mathcal{E}_{F_2} - \mathcal{E}_{F_1})/e.$$

La magnitud φ_i se llama diferencia de potencial de contacto interna.

7. La diferencia de los potenciales dentro de los conductores crea un flujo de difusión adicional del segundo metal al primero. Aplicamos la fórmula (75.11) para la energía de Fermi a $T = 0$ K: $\mathcal{E}_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}$, en la que n es el número de electrones que hay en la unidad de volumen de los metales. Sustituyendo esta expresión de \mathcal{E}_F en la fórmula de φ_i , se obtiene:

$$\varphi_i = \frac{h^2}{2me} \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{2/3} (n_2^{2/3} - n_1^{2/3}).$$

Como se ve, la causa de que surja diferencia de potencial de contacto interna es la distinta concentración de los gases electrónicos en los metales en contacto. Esto hace que se produzca la difusión de los electrones en la dirección en que la concentración de ellos disminuye. Cualitativamente esto está de acuerdo con los resultados que en el § 44.7 se obtuvieron partiendo de la teoría electrónica clásica de los metales. Pero, como puede verse comparando los estudios clásico y cuántico, los resultados cuantitativos difieren notablemente.

8. A temperatura T , distinta de cero absoluto, la energía de Fermi depende de la temperatura. Esto conduce a que la diferencia de potencial de contacto interna dependa de la temperatura del contacto. Por esta dependencia se explican los fenómenos termoeléctricos estudiados en el § 44.8. Sin entrar en detalles, diremos que la fórmula (44.23) de la fuerza termoelectromotriz resulta aproximadamente correcta, sin embargo el coeficiente α se expresa de un modo mucho más complejo y, en general, es función de la temperatura.

§ 78.2. Rectificación en el límite metal — semiconductor

1. Consideremos el límite entre un metal y un semiconductor. Para concretar vamos a suponer que con el metal limita un semiconductor del tipo n .

Supongamos que el trabajo de salida de los electrones es mayor en el metal que en el semiconductor n . Entonces los electrones de los niveles de impurezas donadores pasarán del semiconductor al metal y la capa límite del semiconductor por exceso se empobrecerá en electrones libres y se car-

gará positivamente. El metal, que recibe una cantidad excesiva de electrones, se carga negativamente. Entre el metal y el semiconductor se forma una doble capa eléctrica.

2. La diferencia de potencial de contacto en el límite metal—semiconductor está condicionada por la concentración de portadores de corriente móviles es relativamente pequeña en el semiconductor. El espesor de equilibrio de la doble capa eléctrica en la región de contacto es considerable. Los niveles de Fermi en el metal y en el semiconductor se igualan al formarse la doble capa, que se extiende por doble capa eléctrica en el límite metal—semiconductor difiere mucho por sus propiedades del volumen restante del semiconductor. La diferencia más importante consiste en que la energía potencial de los electrones en esta capa se eleva en comparación con la energía de los electrones en el resto del volumen. Esto conduce a que los niveles de energía de los electrones en las bandas energéticas del semiconductor se eleven en las proximidades del límite. En el semiconductor del tipo n , en la parte contigua al metal con mayor trabajo de salida, se forma una capa con insuficiente concentración de portadores de corriente (electrones). Esta capa posee una resistividad elevada y se denomina capa de *barrera*.

3. Una peculiaridad importante de esta capa, que sirve de base al efecto rectificador del contacto del metal con el semiconductor, es su distinta resistencia a la corriente para diferentes sentidos. En el sentido directo de la corriente, cuando el menos se conecta al semiconductor, la resistencia de la capa de barrera disminuye y la corriente pasa con poca dificultad. Esto significa que la doble capa se hace más delgada y se crean condiciones favorables para el paso de los electrones del semiconductor al metal, o sea, la barrera de potencial para los electrones se hace más baja. Si la tensión en el contacto es suficiente, la resistividad de la doble capa eléctrica se iguala con la resistencia de la masa restante del semiconductor. Cuando la corriente tiene el sentido contrario (inversa), la tensión aplicada hace que la parte del semiconductor que limita con el metal continúe empobreciéndose en electrones. El espesor de la doble capa eléctrica aumenta y la resistencia que crea esta capa sigue creciendo. En esta dirección la corriente no pasará a través del contacto.

4. La acción de la capa de barrera en el límite del metal con el semiconductor depende esencialmente del área de la

superficie de contacto. La capa de barrera sólo se manifiesta siendo pequeñas las dimensiones del contacto. La dependencia de la magnitud de la capa de barrera respecto de la superficie de contacto se explica por la heterogeneidad en la distribución de las inclusiones de impurezas por el volumen del semiconductor. Existen pequeñas regiones en las que hay impurezas y regiones en las que no las hay. La capa de barrera se forma en los sitios en que se acumulan las impurezas. Donde no hay impurezas es imposible crear las condiciones para que la resistencia varíe bruscamente, en estos sitios la resistencia es pequeña. Si la superficie de contacto es grande, «abarca» un volumen en el cual el semiconductor tiene distintas conducciones. En este caso siempre se encontrarán partes con gran conductibilidad eléctrica que shuntarán la capa de barrera y disminuirán su efecto rectificador.

§ 78.3. Rectificación en el límite de una unión electrón — hueco

1. La región de un semiconductor monocristal en que se produce el cambio de conducción por exceso en conducción por defecto (o a la inversa), se llama *unión electrón-hueco* (o unión $p-n$). Esta unión $p-n$ se forma en el cristal semiconductor si, valiéndose de las impurezas correspondientes, se crean en él zonas de distinta conductibilidad (n y p). Así, si durante el crecimiento de un monocristal de germanio se introducen en la masa fundida las impurezas necesarias, se obtiene un monocristal en el cual existen regiones dispuestas sucesivamente cuyos tipos de conductibilidad son distintos.

La introducción de centros de dispersión suscitan en los semiconductores variaciones estables de la conductibilidad de carácter previsto.

2. La existencia de la fina capa límite, en que tiene lugar el cambio de conductibilidad de un tipo a otro, es la base del efecto de válvula de este límite.

Al ponerse en contacto dos semiconductores con distintos tipos de conductibilidad, empieza a formarse la doble capa de contacto. Los electrones del semiconductor n se difunden en el conductor por huecos p . Esto hace que se empobrezca en electrones el semiconductor n en las proximidades del límite y que se origine una carga positiva excesiva en el

crystal n . La difusión de los huecos del semiconductor p se producirá en sentido opuesto e intensificará la formación de cargas eléctricas excesivas de signos contrarios en el límite de la unión electrón-hueco. De este modo se crea una doble capa eléctrica de espesor l (fig. 78.2) que impide el paso ulterior de los electrones y los huecos a través del límite de separación de los dos semiconductores. Esta doble capa es para los portadores de corriente una barrera de potencial de varias decenas de voltios. Los electrones y los huecos sólo pueden salvar esta barrera a temperatura muy alta, del orden de millares de grados, por lo que la capa de contacto es para los portadores de corriente una capa de barrera con resistencia elevada.

Se llama *diodo semiconductor* el semiconductor que sólo tiene una unión $p-n$.

3. La acción de un campo eléctrico exterior influye de un modo considerable en la resistencia de la capa de barrera. Supongamos que el semiconductor n se ha conectado al polo negativo de la fuente y el semiconductor p , al polo positivo (fig. 78.3). Entonces, bajo la acción del campo eléctrico, los electrones se trasladan en el semiconductor n hacia el límite de separación de los semiconductores. En el semiconductor p , bajo la acción de este mismo campo, los huecos se mueven al encuentro de los electrones, también hacia dicho límite. Cuando la corriente tiene esta dirección de paso (directa) en el semiconductor, el espesor de la capa de barrera disminuye continuamente. Los electrones, pasando el límite, «llenan» los huecos y en la capa límite se produce la recombinación de los electrones con los huecos.

El límite de la unión $p-n$ no ofrecerá resistencia a la corriente producida por la tensión exterior. Esta tensión sólo es necesaria para mantener el movimiento en sentidos opuestos concurrentes de los electrones y los huecos.

4. Si se cambia la polaridad de la tensión aplicada a los semiconductores, los huecos en el semiconductor p , y los electrones en el n , se trasladarán desde el límite de separación hacia los lados opuestos (fig. 78.4). En este caso junto al límite de separación aumentará la dimensión l de la capa de barrera, en la cual la concentración de portadores de

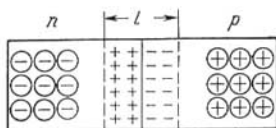


Fig. 78.2.

corriente móviles (electrones y huecos) será mucho menor que en el volumen restante del semiconductor. En la región empobrecida en cargas móviles aumentará la doble capa de cargas eléctricas inmóviles con signo contrario. En el semiconductor del tipo p se encontrarán en las proximidades del límite partículas con carga negativa. Por la otra parte del límite, en el semiconductor del tipo n , se reunirán partículas con carga positiva.

Cuanto mayor sea la tensión de corte aplicada, tanto mayor será el espesor de la doble capa empobrecida en

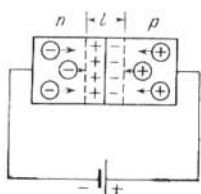


Fig. 78.3.

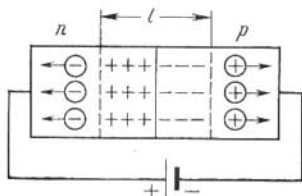


Fig. 78.4.

portadores de corriente móviles y, a consecuencia de esto, tanto mayor será la resistencia de esta capa. Si la tensión inversa es suficiente, la capa de barrera es prácticamente un aislador en el cual no existen portadores de corriente móviles. La acción de la tensión de paso, o directa, por el contrario, hace que se neutralice el campo de la doble capa, que disminuya la altura de la barrera de potencial en el límite de la unión $p-n$ (a expensas de la recombinación de los electrones y los huecos) y que disminuya de un modo brusco la resistencia de la unión. Como resultado, al aplicar la tensión alterna, se efectúa una conducción unilateral, es decir, se produce la rectificación de la corriente.

§ 78.4. Triodos semiconductores (transistores)

1. Los dispositivos semiconductores, principalmente los de germanio, se utilizan para amplificar corrientes y tensiones alternas. Si por su efecto rectificador los detectores de germanio y silicio se asemejan a los diodos electrónicos o iónicos, los triodos cristalinos semiconductores, que amplifican y modulan las oscilaciones, cumplen las funcio-

nes de triodos electrónicos. Los complejos circuitos electrónicos modernos se pueden montar valiéndose de válvulas y triodos semiconductores sin tubos electrónicos. Estos circuitos tienen una serie de ventajas: dimensiones pequeñas, ausencia de circuito de caldeo y largo plazo de servicio.

Para fabricar los triodos semiconductores, con más frecuencia se utilizan el germanio y el silicio. Esto se debe a que la movilidad de los portadores de corriente en el germanio y silicio es mayor que en los otros semiconductores. También son propiedades importantes del germanio y el silicio, que contribuyen a su máxima utilización, su resistencia mecánica, su estabilidad química y la recombinación relativamente lenta de los huecos y los electrones: las partículas con carga de signo contrario «tienen tiempo» de recorrer en estos semiconductores capas delgadas, del orden de 0,01—0,1 mm, sin reunificarse unas con otras. Los triodos semiconductores, a diferencia de los diodos, tienen dos uniones electrón-hueco.

2. Un inconveniente serio de los triodos semiconductores es que sólo funcionan normalmente en un intervalo de temperaturas relativamente estrecho. Para el germanio la temperatura de transición a su conductibilidad intrínseca es de cerca de 100 °C. En las proximidades de esta temperatura aumenta bruscamente la concentración de portadores de corriente libres en el semiconductor y la regulación de su número, imprescindible para el funcionamiento del amplificador, se hace difícil. Por eso el límite superior de la temperatura de funcionamiento de los triodos de germanio no sobrepasa los 55—75 °C. A baja temperatura la energía del movimiento térmico resulta ser insuficiente para la liberación, en el volumen del semiconductor, del número necesario de portadores de corriente. Esto hace que aumente mucho la resistencia del dispositivo y que se altere su régimen de funcionamiento.

§ 78.5. Fotorresistencias y fotodiodos semiconductores

1. La aparición de portadores de corriente en los semiconductores puede deberse a la absorción de luz y a su irradiación con electrones rápidos, partículas α u otras partículas. Si la energía del fotón absorbido es mayor que la energía de activación de la conductibilidad intrínseca

o extrínseca, los electrones (o los huecos) pasan a la banda de conducción del semiconductor y participan en la creación de la corriente. La conducción debida al surgimiento de estos electrones o huecos recibe el nombre de *fotoconductibilidad*.

No todas las cargas liberadas por la luz participan en la conducción. Parte de ellas se unen a los átomos de las impurezas y retornan a los sitios abandonados por otras cargas. No obstante, como resultado de la irradiación del semiconductor con una luz de frecuencia suficiente, la concentración de portadores de carga libres aumenta y la conductibilidad del semiconductor crece. El signo de la carga, la movilidad y otras propiedades de los portadores de carga «de luz» coinciden de ordinario con las propiedades de los portadores «de sombra». Confirman esto, en particular, las mediciones de la constante de Hall (§ 44.2).

Para muchos semiconductores la energía de un cuanto de luz visible es suficiente para hacer pasar a los portadores de corriente a la banda de conducción del semiconductor y para aumentar su conductibilidad. Pero existen semiconductores fotoeléctricos en los que la elevación de la conductibilidad es producida por la exposición a una luz de frecuencias muy pequeñas, que se encuentran en la región infrarroja remota del espectro. Esta radiación térmica, como vimos en el § 67.1, la emiten los cuerpos calientes. Con esto la presencia de cuerpos incluso poco caldeados se puede detectar a grandes distancias por el efecto que causa su radiación: en un circuito eléctrico con un semiconductor fotoeléctrico aumenta la conductibilidad.

Utilizando amplificadores, el aumento de la corriente se puede hacer llegar hasta magnitudes capaces de señalar la detección de un cuerpo caliente y radiante.

2. La fotoconductibilidad, o sea, incremento de la conductibilidad eléctrica debida a la irradiación, conduce a una disminución rápida de la resistencia. El efecto fotoeléctrico, como se sabe, se produce prácticamente sin inercia (§ 68.2). En el fenómeno de la fotoconductibilidad, o efecto fotoeléctrico interno, se basan los dispositivos llamados fotorresistencias y las células fotorresistentes (con efecto fotoeléctrico interno). La exposición de un semiconductor a una luz de frecuencia suficientemente grande ocasiona el efecto fotoeléctrico externo ordinario, es decir, el desprendimiento de electrones del semiconductor.

La fotorresistencia más simple es una lámina de vidrio recubierta de una capa delgada semiconductor. A la superficie van sujetos los electrodos suministradores de la corriente. Todo esto está cubierto a su vez con barniz transparente. Es característica de las fotorresistencias la dependencia no lineal de la corriente fotoeléctrica respecto del flujo luminoso cuando las iluminaciones son grandes. Un inconveniente de las fotorresistencias es la dependencia de sus propiedades respecto de la temperatura.

Para confeccionar las fotorresistencias para la región del espectro visible se utilizan el sulfuro de cadmio y el sulfuro de talio, y para la región infrarroja, el seleniuro y el telururo de plomo.

3. Las fotorresistencias se emplean en el cine sonoro, para señalización, en televisión, automática y telemecánica, Dan la posibilidad de controlar a distancia los procesos de producción, de detectar automáticamente las alteraciones de la marcha normal de un proceso y de parar el proceso en estos casos. Al infringirse la marcha del proceso varía el flujo de luz que incide sobre la célula fotoeléctrica y se origina una corriente que desconecta todo el proceso.

Las fotorresistencias se utilizan para clasificar por dimensiones y color artículos producidos en gran escala. En este caso un haz de luz incide sobre la célula fotoeléctrica después de reflejarse en uno de los objetos a clasificar que continuamente se suministran al transportador. El color de la pieza o sus dimensiones determinan el flujo luminoso que incide sobre la célula fotoeléctrica y, por lo tanto, la corriente fotoeléctrica. Se puede hacer de modo que, en dependencia de la intensidad de la corriente, la pieza sea empujada desde el transportador a una u otra caja.

4. Un ejemplo prácticamente importante de utilización de la fotoconductibilidad son las células fotoeléctricas rectificadoras con capa de barrera. La fig. 78.5 representa esquemáticamente una célula fotoeléctrica de este tipo. Ésta consiste en dos láminas, una de metal y otra de su óxido (semiconductor), puestas en contacto directo y recubiertas por arriba con una capa transparente delgada también

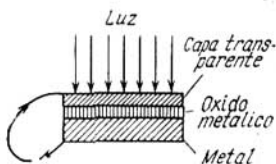


Fig. 78.5.

de metal. La capa límite entre el metal y su óxido tiene propiedad rectificadora, permite que los electrones pasen únicamente en el sentido del óxido metálico al metal (por ejemplo, del óxido cuproso al cobre). Bajo la acción de la luz surge un flujo de electrones que sólo van del semiconductor al metal. Para controlar el flujo de electrones no hace falta ninguna tensión exterior. La célula fotoeléctrica de barrera es un dispositivo que transforma la energía de la onda luminosa en energía de corriente eléctrica.

Las variaciones de la intensidad de la luz y de su coloración (variaciones de la composición espectral de la luz) se transforman en esta célula fotoeléctrica en corrientes eléctricas. La luz, a ser posible, debe actuar sobre todo el volumen de la substancia activa del dispositivo. Las células con efecto fotoeléctrico interno tienen cierta inercia. La corriente fotoeléctrica no alcanza inmediatamente el máximo cuando la célula se ilumina, ni tampoco desciende inmediatamente hasta la corriente de oscuridad cuando se apaga la luz.

5. Los dispositivos semiconductores fotoeléctricos tienen una serie de ventajas sobre las células fotoeléctricas de vacío (resistencia mecánica, funcionamiento silencioso y alta sensibilidad a distintas regiones del espectro). En estos dispositivos, que por su estructura pertenecen a los diodos semiconductores del tipo $p-n$, la luz se utiliza como elemento de control. Estos dispositivos se suelen llamar también fototransistores. Su acción se basa en que cuando se ilumina la unión $p-n$ aumenta la concentración de portadores de carga libres y se origina una disminución brusca de la resistencia de la unión $p-n$. Como resultado aumenta la corriente que pasa a través de dicha unión bajo la acción de cierta diferencia de potencial.

Capítulo 79

ALGUNAS PROPIEDADES ÓPTICAS DE LA SUBSTANCIA

§ 79.1. Dispersión de combinación de la luz

1. En 1927 los físicos moscovitas L. I. Mandelstam y G. S. Landsberg, estudiando la composición espectral de la luz dispersa por cristales de cuarzo, descubrieron

por primera vez que, además de la frecuencia ν_0 igual a la frecuencia de la luz que incide sobre el cristal, en la luz dispersa existe una serie de otras frecuencias, menores y mayores que ν_0 . A este fenómeno se le dio el nombre de *dispersión de combinación de la luz*. Este fenómeno fue descubierto al mismo tiempo por los científicos indios C. V. Raman y K. S. Krishnan al estudiar la dispersión de la luz por los líquidos. Raman publicó su trabajo en la revista «Nature» antes que Mandelstam y Landsberg, por lo que los espectros de dispersión de combinación se llaman a veces espectros de Raman.

2. En el espectro de dispersión de combinación se observan dos grupos de rayas espectrales. Las rayas de frecuencias $\nu_0 - \nu_1$, $\nu_0 - \nu_2$, etc., menores que la frecuencia de la luz incidente, se llaman *satélites rojas*. El sentido de esta denominación consiste en que estas rayas espectrales tienen longitudes de onda mayores que la longitud de onda de la luz incidente λ_0 y están desplazadas hacia la parte roja de la escala de las ondas electromagnéticas. El segundo grupo de rayas espectrales lo forman las *satélites violetas*. Estas rayas tienen las frecuencias $\nu_0 + \nu_1$, $\nu_0 + \nu_2$, etc., mayores que la frecuencia ν_0 . Sus longitudes de onda son menores que λ_0 , o sea, están desplazadas hacia la parte violeta del espectro, respecto de λ_0 .

Se ha establecido que todas las frecuencias ν_1 , ν_2 , etc., son independientes de la frecuencia ν_0 de la luz incidente y son características de la substancia que dispersa la luz. Las experiencias han demostrado que las satélites violetas tienen menor intensidad que las rojas. Además, al aumentar la temperatura crece la intensidad de las satélites violetas, mientras que en las satélites rojas no se observa esto, es decir, su intensidad no depende prácticamente de la temperatura.

La física cuántica de los átomos y moléculas y las representaciones cuánticas sobre la naturaleza de la luz han permitido explicar fácilmente el fenómeno de la dispersión de combinación de la luz*).

3. Supongamos que sobre una substancia incide un fotón de energía $h\nu_0$, siendo ν_0 la frecuencia de la luz. Las moléculas de la substancia, como sabemos (§ 74.4), se pueden encontrar en distintos niveles energéticos de vibra-

*) También existe la teoría clásica de este fenómeno.

ción. Sean las energías de estos niveles iguales respectivamente a $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \text{etc.}$, siendo $\mathcal{E}_1 < \mathcal{E}_2$ y así sucesivamente. El nivel \mathcal{E}_1 es el fundamental, no excitado; $\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$ es la diferencia de energía entre los niveles de vibración más próximos. El fotón incidente puede transmitir a la molécula que se encuentra en el nivel \mathcal{E}_1 la energía $\Delta\mathcal{E}$ necesaria para que pase al nivel excitado de energía \mathcal{E}_2 . Al mismo tiempo el fotón de energía $h\nu_0$ es absorbido y en vez de él surge un nuevo fotón con menor energía:

$$h\nu = h\nu_0 - \Delta\mathcal{E}. \quad (79.1)$$

En la luz dispersada por la substancia aparece la frecuencia ν ,

$$\nu = \nu_0 - \Delta\mathcal{E}/h = \nu_0 - \nu_1, \text{ donde } \nu_1 = \Delta\mathcal{E}/h. \quad (79.2)$$

La frecuencia ν será una de las satélites rojas.

La molécula se puede hacer pasar a niveles de vibración más altos, de energías $\mathcal{E}_3, \mathcal{E}_4, \text{etc.}$ La energía necesaria para esto se toma de la luz incidente. Esto hace que surjan otras satélites rojas de la dispersión de combinación de la luz.

4. Para poder comprender la posibilidad de que aparezcan las satélites violetas de la dispersión de combinación hay que recordar que las moléculas de la substancia pueden encontrarse durante un corto período de tiempo en estados excitados (§ 72.8). Supongamos que una molécula se encuentra en uno de los estados de vibración excitados, en el nivel de energía \mathcal{E}_2 o en otro cualquiera. Bajo la acción de un cuanto de energía $h\nu_0$ la molécula puede pasar al estado de vibración normal, de energía \mathcal{E}_1 . Al mismo tiempo la energía inicial del cuanto aumenta en la magnitud $\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$ y se hace igual a

$$h\nu = h\nu_0 + \Delta\mathcal{E}. \quad (79.3)$$

Análogamente al mecanismo de aparición de las satélites rojas, en este caso desaparece el fotón de energía $h\nu_0$ y se genera un nuevo fotón $h\nu$ con mayor energía. En la luz dispersa aparece la frecuencia correspondiente a una de las satélites violetas:

$$\nu = \nu_0 + \Delta\mathcal{E}/h. \quad (79.4)$$

A las transiciones al estado normal desde estados más excitados $\mathcal{E}_3, \mathcal{E}_4, \text{etc.}$, corresponderán otras frecuencias de las satélites violetas.

Advertimos que el desplazamiento, respecto de la frecuencia ν_0 de la luz incidente, tanto de las satélites rojas como de las violetas está determinado por las frecuencias de las transiciones entre los niveles de energía vibracionales de la molécula. Esto significa que, por lo general, el desplazamiento de las frecuencias de las satélites en la dispersión de combinación de la luz coincide con las frecuencias de las vibraciones de las moléculas que se hallan en la parte infrarroja del espectro.

5. En el estado energético de vibración normal, de energía \mathcal{E}_1 , siempre hay más moléculas que en los estados excitados. Por eso la dispersión del cuanto $h\nu_0$, que conlleva el paso de las moléculas a estados excitados, es más probable que la dispersión en las moléculas excitadas seguida del paso hacia abajo, al estado normal. Esto quiere decir, que la intensidad de las satélites rojas debe ser mayor que la de las violetas. Cuando la sustancia se calienta aumenta el número de moléculas que se hallan en los estados de energía superiores, excitados. Por consiguiente, crecerá también el número de transiciones hacia abajo, al estado de energía normal. En otras palabras, con el aumento de la temperatura aumentará la intensidad de las satélites violetas. Pero el número de moléculas que se encuentran en el estado energético de vibración normal varía poco con el calentamiento. Por eso, cuando aumenta la temperatura, la intensidad de las satélites rojas se conserva prácticamente invariable.

6. La dispersión de combinación de la luz se utiliza mucho para el estudio de las frecuencias de las oscilaciones naturales (propias) en las moléculas poliatómicas complejas. Esto da la posibilidad de estudiar la composición y la estructura de dichas moléculas. El fenómeno de la dispersión de combinación de la luz se emplea para el análisis espectral cuantitativo de los compuestos orgánicos complejos y sus mezclas.

§ 79.2. Luminiscencia

1. En el cap. 67 se estudió la radiación térmica que existe en los cuerpos calientes. Además de la radiación térmica hay otro tipo de radiación, conocida con el nombre de *luminiscencia* (del latín *luminis*, luz). En dependencia de la causa que motiva la luminiscencia, se distinguen: la cátodoluminiscencia, la electroluminiscencia, la fotolu-

miniscencia, la quimioluminiscencia y otras. En la catodoluminiscencia la luminosidad es producida por el bombardeo de una sustancia con electrones u otras partículas con carga. La electroluminiscencia se produce haciendo pasar a través de una sustancia una corriente eléctrica o por la acción de un campo eléctrico. La fuente de la fotoluminiscencia es la exposición de una sustancia a la luz visible, a los rayos X o a los rayos gamma (§ 81.10). Algunas reacciones químicas en una sustancia originan la quimioluminiscencia.

2. La causa de todos los fenómenos de luminiscencia es el paso de partículas de la sustancia luminiscente a un estado excitado. Esta transición se efectúa a expensas de la energía proporcionada por la fuente que provoca la luminiscencia. Los centros luminógenos en los sólidos son los átomos, los iones o los grupos de iones que se encuentran cerca de un defecto de la red cristalina. La regularidad de la estructura de la red puede ser alterada por la introducción de un activador, es decir, un átomo de sustancia extraña, o por la formación de lagunas o sitios vacantes. El paso de un centro luminógeno excitado al estado normal o a otro menos excitado va acompañado de la emisión de luz. En esto consiste la luminiscencia de la sustancia.

En dependencia del tiempo durante el cual los centros luminógenos se encuentran en estado excitado, la luminiscencia puede tener distinta duración.

3. Por lo general las partículas de la sustancia se encuentran en estado excitado $\approx 10^{-8}$ s (§ 72.8). Esta duración del estado excitado es característica de la luminiscencia denominada *fluorescencia* (de *fluorita*, mineral en que se observó por primera vez este fenómeno, y *fluorita*, del latín *fluor*, *fluir*). Para ella el tiempo característico de desexcitación de los centros luminógenos es del orden de 10^{-8} — 10^{-9} s. La fluorescencia se observa cuando se exponen a la luz ciertos líquidos y gases. Por ejemplo, el queroseno bajo la acción de la luz diurna da una débil fotoluminiscencia azulina. Las soluciones de muchos colorantes sometidas a la acción de la luz ultravioleta creada por una lámpara de vapor de mercurio, empiezan a emitir luz visible.

A veces el estado excitado de los centros luminógenos se conserva durante bastante tiempo: desde 10^{-4} s hasta varios minutos. Respectivamente aumenta la duración de la luminiscencia. La luminiscencia que se conserva durante

mucho tiempo después de cesar la acción excitatriz, se llama *fosforescencia* (del griego φωζ, luz, y φερω, llevar). La fosforescencia se observa en algunos sólidos, por ejemplo, en el polvo cristalino de sulfuro de zinc. Si con este polvo se recubre la superficie de un cartón, se obtiene una pantalla fosforescente que conserva su luminosidad durante varios minutos después de cesar la acción de la fuente excitatriz de la luminiscencia.

Conviene indicar que la división del fenómeno de la luminiscencia en fluorescencia y fosforescencia es en cierta medida convencional. Es imposible establecer un límite exacto entre la duración de ambos tipos de luminiscencia.

4. La fotoluminiscencia, por lo general, la excitan los rayos ultravioletas o los de las partes próximas a ellos de los espectros de las ondas electromagnéticas. G. G. Stokes estableció experimentalmente que *la substancia emite, por lo general, luz cuya longitud de onda es mayor que la de la luz que excita el fenómeno de la fotoluminiscencia (regla de Stokes)*. En la óptica cuántica la regla de Stokes tiene una explicación sencilla basada en la ley de conservación de la energía. En efecto, si sobre la substancia incide luz de frecuencia ν , sus fotones portan la energía $h\nu$. Se produce la absorción del fotón con energía $h\nu$ y la aparición de un nuevo fotón de radiación luminiscente cuya energía $h\nu_{lum}$ es menor. La diferencia entre las energías de estos dos fotones se invierte en diversos procesos no ópticos. Si ν_{lum} es la frecuencia de la radiación luminiscente intrínseca de la substancia misma, por la ley de conservación de la energía

$$h\nu = h\nu_{lum} + \Delta\mathcal{E}, \text{ o } \nu = \nu_{lum} + \Delta\mathcal{E}/h, \quad (79.5)$$

donde $\Delta\mathcal{E}$ es la parte de la energía del fotón que se gasta en los procesos de carácter no óptico. Por lo general, $\Delta\mathcal{E} > 0$ y $\nu > \nu_{lum}$, es decir, $\lambda_{lum} > \lambda$. Esta es la regla de Stokes.

A veces se infringe la regla de Stokes y la longitud de onda de la luminiscencia es menor que la de la radiación excitatriz (luminiscencia anti-Stokes). Esto ocurre en el caso en que la energía del movimiento térmico de las partículas de la substancia se transforma en radiación. Entonces a la energía del fotón de la luz excitatriz $h\nu$ se suma cierta energía $\Delta\mathcal{E}_1$ a expensas de la energía interna de la substancia y el fotón de la radiación luminiscente tendrá más energía: $h\nu_{lum} = h\nu + \Delta\mathcal{E}_1$, en este caso $\lambda_{lum} < \lambda$. Aquí también desaparece el fotón de la luz excitatriz con energía

$h\nu$ y se genera un fotón de radiación luminiscente cuya energía $h\nu_{lum}$ es mayor.

5. Para la aplicación práctica del fenómeno de la luminiscencia tiene gran importancia la valoración de la parte de la energía de la luz excitatriz que se transforma en radiación intrínseca de la substancia. Este problema fue estudiado por S. I. Vavílov. La razón de la energía emitida durante la fotoluminiscencia a la energía de la luz excitatriz absorbida, se llama *rendimiento energético de la fotoluminiscencia*. Como demostró S. I. Vavílov, el rendimiento

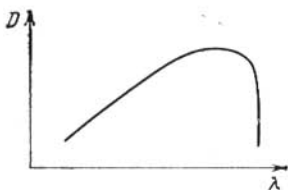


Fig. 79.1.

energético de la fotoluminiscencia D depende de la longitud de onda λ de la luz excitatriz (fig. 79.1).

La ley de Vavílov se puede explicar si se introduce el concepto de *rendimiento cuántico de la fotoluminiscencia*. Se da este nombre a la razón del número de fotones de radiación luminiscente al número de fotones de la luz excitatriz correspondiente a una determinada reserva de energía de la fuente. Cuando aumenta la longitud de onda de la luz que excita la fotoluminiscencia, o sea, cuando disminuye su frecuencia, aumenta el número de fotones correspondiente a la reserva de energía dada de la fuente de fotoluminiscencia. Pero cada fotón puede hacer que aparezca un cuanto de energía $h\nu_{lum}$. Por eso el rendimiento energético de la luminiscencia crece al aumentar la longitud de onda. Con cierta longitud de onda se produce un descenso brusco del rendimiento de la fotoluminiscencia. Esto se explica porque, con dicha longitud de onda, los cuantos con energía $h\nu$ ya no pueden excitar los centros luminógenos.

6. La radiación luminiscente sirve de base al *análisis por luminiscencia*, cualitativo y cuantitativo, de la composición de las substancias luminiscentes. Por la intensidad de las rayas espectrales de luminiscencia se determinan con gran sensibilidad impurezas insignificantes, del orden de 10^{-11} g en 1 g de la substancia analizada. El análisis por luminiscencia se utiliza mucho en diversas ramas de la industria, en medicina, biología y otras.

7. En el fenómeno de la luminiscencia se basa la creación de *fuentes de luz* por luminiscencia. Las lámparas de incandescencia ordinarias tienen poca eficacia luminosa, 12—20 lm/W; solamente un porcentaje pequeño de la energía invertida corresponde a la radiación de luz en la región visible del espectro. Las fuentes de la luz luminiscente son muy económicas, no requieren calentamiento y dan luz en una región espectral estrecha. Por ejemplo, en las lámparas de vapor de sodio, este último emite luz bajo la influencia de una descarga eléctrica (§ 48.6). La eficacia luminosa de estas lámparas es del orden de 60 lm/W y dan luz amarilla próxima a la raya amarilla del sodio $\lambda \approx 598$ nm. Esto corresponde al máximo de sensibilidad del ojo humano.

También se emplean mucho las *lámparas de vapor de mercurio* de distinta estructura. Una luz, que por su composición se aproxima a la diurna, dan las lámparas de vapor de mercurio a baja presión en forma de tubos con la superficie interna recubierta de sustancias luminiscentes (luminóforos). El vapor de mercurio de estas lámparas da rayos ultravioletas que son absorbidos por los luminóforos. La radiación luminiscente de estos últimos tiene una composición espectral parecida a la de la luz del día. Las lámparas de *luz solar* se utilizan mucho para el alumbrado de calles, en la industria y en usos corrientes.

§ 79.3. Absorción negativa de la luz

1. A mediados de los años cincuenta comenzó el desarrollo impetuoso de la electrónica cuántica. En 1954 aparecieron en la URSS los trabajos de N. G. Bázov y A. M. Prójorov en que se describía el generador cuántico de ondas radioeléctricas ultracortas en la gama centimétrica llamado *máser*. El término «máser» está formado por las siglas de una de las denominaciones inglesas de este dispositivo: microwave amplification by stimulated emission of radiation (amplificación de microondas mediante emisión estimulada de radiación). Los generadores y amplificadores de luz en la región visible e infrarroja próxima aparecieron en 1960 y se llaman *generadores ópticos cuánticos* (GOC). También se les da el nombre de *generadores de luz coherente* (GLC). En la actualidad se conocen con la denominación abreviada

de *láser*, sigla inglesa por: light amplification by stimulated emission of radiation.

Estos dos tipos de dispositivos funcionan basándose en el efecto de radiación forzada (inducida o estimulada), del que ya se habló en el § 72.9. Allí se indicó que este efecto era resultado de la interacción de una onda electromagnética con los átomos de la substancia a través de la cual pasa dicha onda. Como el comportamiento de los átomos se describe por medio de las leyes cuánticas, en los nombres de ambos dispositivos figura la palabra «cuántico»: generador cuántico y amplificador cuántico.

2. En el § 72.9 se estudió la radiación inducida (estimulada) y se aclaró que esta radiación puede conducir a la absorción negativa de la luz. Como estos fenómenos sirven de base a los GOC, vamos a volver a tratar de ellos y a estudiarlos un poco más detalladamente.

Se llama activo (o amplificador) el medio en el cual aumenta la intensidad del rayo de luz que lo atraviesa. La posibilidad de que exista tal medio se deduce del fenómeno de la radiación forzada, investigado por Einstein. Para comprender lo que sigue es necesario estudiar más detenidamente las propiedades de la radiación estimulada.

Einstein demostró que la emisión estimulada, por sus características, debe ser totalmente *idéntica* a la radiación que al pasar por la substancia provoca la radiación inducida. El nuevo fotón, que aparece como resultado de que un átomo (o molécula) de la substancia pasa desde un estado de energía superior a otro inferior por la acción de la luz, tiene la misma energía y sigue rigurosamente la misma dirección que el fotón que estimuló su aparición.

En el léxico ondulatorio, el efecto de la radiación forzada se reduce a aumentar la amplitud de la onda que pasa, sin que varíen su frecuencia, la dirección en que se propaga, su fase ni su polarización. En otras palabras, *la radiación forzada es rigurosamente coherente con la radiación estimulante.*

3. La radiación inducida amplifica la luz que pasa a través del medio. No obstante, debe tenerse en cuenta que además de la radiación inducida se produce el proceso de absorción de la luz. Como resultado de la absorción del fotón por el átomo que se encuentra en el nivel de energía \mathcal{E}_1 , este fotón desaparece y el átomo pasa al nivel de energía \mathcal{E}_2 (fig. 79.2, *a*). Este proceso hace que disminuya la potencia de la luz que pasa por el medio. Por lo tanto, se

producen dos procesos que compiten entre sí. Como resultado de los actos de radiación forzada un fotón de energía $h\nu$ hace que un átomo pase del nivel \mathcal{E}_2 al nivel \mathcal{E}_1 y en vez de un fotón, siguen adelante dos fotones (fig. 72, b). Los actos de absorción, en cambio, hacen que disminuya el número de fotones que pasan a través del medio. El efecto amplificador del medio viene determinado por el proceso que predomina. Si predominan los actos de absorción de

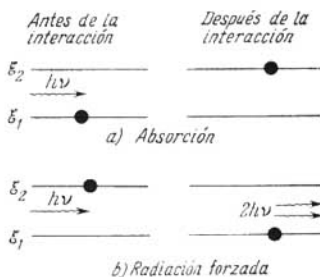


Fig. 79.2.

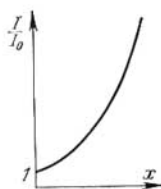


Fig. 79.3.

fotones, el medio no será amplificador, sino atenuador de la luz que pasa por él. Pero si el papel fundamental lo desempeñan los actos de radiación forzada, el medio amplificará la luz.

La absorción de la luz por la substancia se subordina a la ley de Bouguer (§ 55.4):

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (79.6)$$

en la que α es el coeficiente positivo de absorción; x , el espesor de la capa absorbente; I_0 , la intensidad de la luz que penetra en el medio, e I , la intensidad de la luz que sale de la capa de espesor x . V. A. Fabrikant fue el primero que estudió las peculiaridades de un medio con absorción negativa de la luz (§ 72.9). Él demostró que para este medio la ley (79.6) tiene la misma forma, pero el coeficiente de absorción es una magnitud *negativa*, que corresponde no a la atenuación de la luz, sino a su amplificación a medida que pasa por la substancia. Por esto se explica que estos medios sean llamados a veces medios con índice de absorción negativo. La fórmula (79.6) con $\alpha < 0$ indica que a medida

que aumenta el espesor de la capa del medio amplificador, crece rápidamente la intensidad de la luz (fig. 79.3). Esto significa que en dicho medio tiene lugar un incremento en avalancha del número de fotones a expensas del predominio de los actos de radiación forzada. Los dos fotones que se originan en un acto de radiación inducida (fig. 79.2, b), al encontrarse con dos átomos que estén en un nivel excitado, los «derriban», debido a lo que, en adelante serán ya cuatro los fotones iguales lanzados y así sucesivamente (fig. 79.4). Desde el punto de vista ondulatorio, la amplitud de la onda

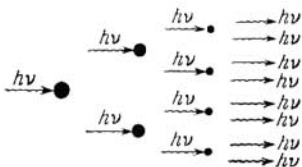


Fig. 79.4.

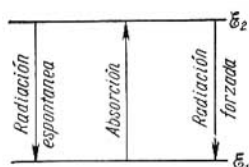


Fig. 79.5.

electromagnética y su cuadrado, proporcional a la intensidad de la luz, aumentan a expensas de la energía que se obtiene de los átomos excitados.

5. Valoremos el coeficiente de absorción α de un medio, sin suponer especialmente que sea amplificador. El coeficiente de absorción α en las condiciones en que la radiación espontánea carece de importancia, debe determinarse por dos procesos antagónicos, la absorción y la radiación inducida.

Examinemos dos niveles de energía 1 y 2 de los átomos (o moléculas) de un medio, entre los que, según Einstein, son posibles tres tipos de procesos ópticos: la radiación espontánea, la absorción y la radiación forzada (estimulada) (fig. 79.5). Supongamos para simplificar que los procesos de radiación espontánea, en los cuales los átomos excitados pasan espontáneamente al estado normal, se pueden despreciar. Más adelante explicaremos en qué condiciones es posible esto. El número de actos de absorción de fotones es proporcional al número de átomos N_1 que, en la unidad de volumen, se hallan en el nivel de energía inferior \mathcal{E}_1 . El número de actos de radiación inducida es proporcional a la concentración de átomos N_2 que hay en el nivel de

energía superior \mathcal{E}_2 (véase el § 72.9, p. 4). El coeficiente de proporcionalidad, como se demuestra rigurosamente, es el mismo en ambos casos. El coeficiente de absorción α , en la fórmula (79.6), es proporcional a la diferencia entre el número de actos de absorción y de radiación forzada:

$$\alpha = k (N_1 - N_2), \quad (79.7)$$

donde $k > 0$ es el factor de proporcionalidad.

§ 79.4. Generadores ópticos cuánticos

1. Por lo general, en el estado de equilibrio termodinámico de un sistema, el número de átomos N_2 que hay en el nivel excitado 2 es menor que el número de átomos N_1 que hay en el nivel más bajo 1, es decir, $N_2/N_1 < 1$. Por eso, en estado de equilibrio, $\alpha > 0$. Esto quiere decir que el número de actos de absorción ordinaria (positiva) es mayor que el número de transiciones acompañadas de absorción negativa, o sea, de radiación inducida. Pero de (79.7) se sigue que pueden existir medios en los cuales el coeficiente de absorción α sea *negativo* ($\alpha < 0$). Para obtener un medio con absorción negativa hay que crear un estado *de desequilibrio*, del sistema en el cual el número de átomos N_2 que haya en el nivel excitado sea mayor que el de átomos N_1 que estén en estado normal, es decir, $N_2/N_1 > 1$. Estos estados se llaman *inversos*. El sentido de este término consiste en que en este estado de desequilibrio existe una distribución «inversa» de los átomos por los estados de energía: en el nivel superior es mayor la concentración de átomos que en el inferior.

2. El proceso mediante el cual se consigue que pase un medio al estado inverso se llama *bombeo* o *excitación* del medio amplificador. El procedimiento más natural se nos figura que es el bombeo óptico del medio, con el cual los átomos se hacen pasar del nivel inferior 1 al nivel superior excitado 2 por irradiación con luz de frecuencia ν tal, que $h\nu = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$. Si el medio amplificador es gaseoso, el paso de los átomos al nivel de energía superior se puede conseguir por medio de las colisiones inelásticas de los átomos con los electrones de una descarga en el gas (bombeo eléctrico). Pero dichos métodos de hacer pasar los átomos del nivel inferior al superior no conducen a la inversión de la densidad de átomos en dichos niveles. En virtud de la

radiación espontánea de los átomos, que se encuentran en los niveles excitados durante muy poco tiempo (§ 72.8), así como debido a los choques de los átomos con los electrones, en los cuales los átomos excitados ceden a los electrones su energía y pasan al nivel inferior, la densidad de átomos en los niveles superiores será menor que en los inferiores. Este resultado general muestra que la utilización de los niveles 1 y 2 no es eficaz para conseguir la inversión de la densidad de átomos.

La esencia del método propuesto por V. A. Fabrikant (§ 72.9) consiste en que valiéndose de impurezas moleculares especiales se destruyen algunos niveles energéticos inferiores y de este modo se consigue una mayor densidad de átomos en los niveles de energía superiores, en comparación con los inferiores. En el máser creado por N. G. Básov y A. M. Prórorov, e, independientemente de ellos, por C. H. Townes, las moléculas que se encuentran en el nivel de energía inferior se eliminan por medio de un campo eléctrico no homogéneo especial. Otro método de obtener la densidad de átomos inversa es utilizar una radiación secundaria que crea una concentración excesiva, en comparación con la de equilibrio, de átomos (u otras partículas) en los niveles de energía superiores.

3. En la práctica la inversión de la densidad de partículas en los niveles se efectúa en los generadores ópticos cuánticos según el esquema de tres niveles propuesto por N. G. Básov y A. M. Prórorov en 1955.

Uno de los primeros generadores de luz coherente que funcionaron según el esquema de tres niveles, con un sólido en calidad de medio activo o amplificador, fue creado en 1960. El medio amplificador era un cristal de rubí cuya composición química era óxido de aluminio (Al_2O_3) con impurezas de óxido de cromo (Cr_2O_3) en cantidad del 0,03 al 0,05%. En la red cristalina del óxido de aluminio, una parte determinada de átomos Al había sido sustituida por iones Cr^{3+} . La substancia activa en que se efectuaban las transiciones estimuladas eran los iones de cromo (Cr^{3+}) que había en el rubí. El esquema energético de los niveles del Cr^{3+} (fig. 79.6) tiene, como más próximas al nivel fundamental *C*, dos bandas de energía anchas *A* y un nivel doble *B*, a las transiciones desde el cual al nivel fundamental *C* corresponden las longitudes de onda de la luz roja 692,7 y 694,3 nm. Es esencial que existen los tres niveles *A*, *B* y *C*.

Si el rubí se irradia intensamente con la luz verde de una potente lámpara de destellos llena de neón y criptón (lámpara de bombeo), se produce el paso de los iones de cromo a los niveles de una banda ancha *A*, desde donde lo más probable es su transición sin radiación al nivel doble *B*, cediendo el exceso de energía a la red cristalina del rubí. De este modo se pueden crear las condiciones con las cuales la densidad de iones en el doble nivel *B* será mayor que su densidad en el nivel fundamental *C*. Por consiguiente los niveles *B* y *C* tendrán invertidas las densidades. Esto da la posibilidad de tener un generador óptico para las rayas de 692,7 y 694,3 nm.

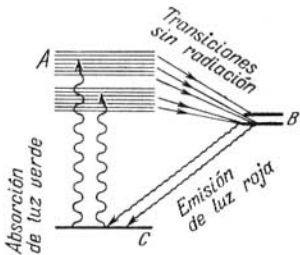


Fig. 79.6

La inversión de los niveles *B* y *C* hace que sea pequeña la probabilidad de las transiciones espontáneas de los iones de cromo del nivel *B* al *C*.

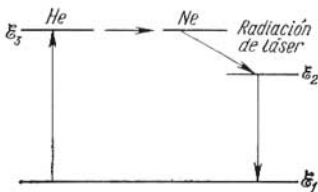


Fig. 79.7.

En uno de los GOC de gas sirve de medio amplificador el plasma de descarga de alta frecuencia obtenido en una mezcla de helio y neón. A expensas de las colisiones con los electrones, los átomos de helio pasan al estado excitado \mathcal{E}_3 . Al chocar los átomos excitados de helio con los átomos de neón, estos últimos también se excitan y pasan a uno de los niveles superiores del neón, situados cerca del correspondiente nivel del helio. La transición de los átomos de neón desde este nivel a uno de los niveles inferiores \mathcal{E}_2 va acompañada de radiación. En la fig. 79.7 se representa simplificada el diagrama energético de los tres niveles de este láser.

El incremento en avalancha de la intensidad de la luz

en el medio amplificador, activo, significa que dicho medio actúa como amplificador de las ondas electromagnéticas. El principio en que se basa esta amplificación fue formulado en 1951 por V. A. Fabrikant, M. M. Vudinski y F. A. Buáeva.

4. El efecto de amplificación de la luz basado en las transiciones inducidas se puede aumentar haciendo que la



Fig. 79.8.

luz que se amplifica pase muchas veces a través de una misma capa del medio «amplificador». Por ejemplo, esto se puede conseguir colocando la capa del medio con absorción negativa (una cubeta con gas o un cristal) entre dos

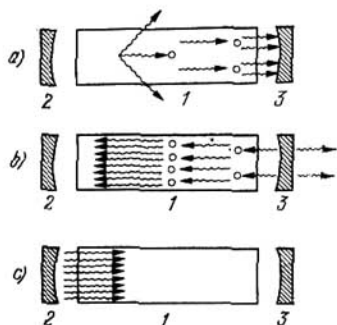


Fig. 79.9.

espejos, suficientemente planos, paralelos entre sí. Estos espejos también suelen hacerse cóncavos. El esquema teórico de este GOC se representa en la fig. 79.8. Todo fotón que surge en el medio activo a expensas de la emisión espontánea de los átomos del medio excitados por el bombeo, sirve de «cebo» para el proceso de generación de la luz.

Examinemos un fotón que se mueva paralelamente al eje de la cubeta o del cristal. Este fotón genera una avalancha de fotones lanzados en su misma dirección (fig. 79.9, a). Parte de esta avalancha saldrá al exterior a través del espejo semitransparente 3 y otra parte se reflejará en él y se incrementará en el medio activo 1 (fig. 79.9, b). Cuando la avalancha de fotones llega al espejo reflector 2, parcialmente es absorbida, pero después de reflejarse en este

espejo, el flujo amplificado de fotones vuelve a moverse en el mismo sentido que el fotón «cebadador» inicial (fig. 79.9, c). De este modo, con ayuda de los espejos se realiza en el GOC la reacción positiva necesaria en todo generador para asegurar el régimen de generación (§ 52.1). El flujo de fotones, amplificado muchas veces, que sale a través del espejo semitransparente, crea un haz rigurosamente paralelo de rayos de luz de enorme brillantez.

5. Para que en un GOC aumente la avalancha de fotones (autoexcitación del generador) es necesario que la amplificación que se consigue durante el recorrido de los fotones entre dos reflexiones consecutivas en el espejo 2 compense, por lo menos, las pérdidas de fotones que se producen al reflejarse éstos en los espejos. Como medida cuantitativa de la amplificación de la luz en el GOC durante el recorrido L de los fotones, se puede elegir la magnitud $K = I/I_0 = e^{\beta L}$ (*). Aquí L es la longitud del medio activo entre los espejos. Entre dos reflexiones los fotones recorren el camino $2L$, por eso la amplificación viene determinada por la magnitud $e^{2\beta L}$. Para tener en cuenta las pérdidas de fotones en los espejos, designamos por medio de r_1 y r_2 los coeficientes de reflexión de la luz en los espejos 2 y 3 (fig. 79.9). Las pérdidas totales de los fotones que se reflejan sucesivamente en ambos espejos son proporcionales al producto $r_2 r_3$. Teniendo en cuenta estas pérdidas, la amplificación en el GOC se puede escribir, de la forma más general, así:

$$K' = I/I_0 = r_2 r_3 e^{2\beta L}. \quad (79.8)$$

De la fórmula (79.8) se puede deducir la condición con la cual las pérdidas en los espejos se compensan con la amplificación de la luz en el medio y por lo tanto, $I = I_0$, o sea, $K' = 1$:

$$r_2 r_3 e^{2\beta L} = 1. \quad (79.9)$$

Tomando logaritmos de la condición (79.9) obtenemos la magnitud del coeficiente de absorción negativa β en el láser:

$$\beta = -\frac{1}{2L} \ln(r_2 r_3). \quad (79.10)$$

La fórmula (79.10) se utiliza para determinar la potencia mínima (umbral) de bombeo necesaria para amplificar la

*) En la fórmula (79.6) se supone que $\beta = -\alpha$.

luz en el generador. Es evidente que si se aumenta la potencia de bombeo de modo que los procesos de generación de la luz superen las pérdidas en los espejos, en el GOC crecerá la avalancha de fotones y la brillantez del rayo que sale del generador aumentará. Pero en un GOC no es posible aumentar la amplificación de la luz indefinidamente. A medida que crece la amplificación aumenta también la emisión espontánea de los átomos que se encuentran en los «niveles energéticos de trabajo» superiores del generador. Esto hace que disminuya la inversión de la densidad de partículas en los niveles de energía superiores y que disminuya el número de transiciones inducidas, por lo que la amplificación disminuye y se retarda el crecimiento de la avalancha de fotones. Este fenómeno se llama *saturación* del generador óptico cuántico.

6. Hasta ahora, al analizar las condiciones de amplificación de la luz en el GOC no hemos tenido en cuenta que la emisión inducida en el generador es coherente con la radiación inicial de «cebado». Las propiedades ondulatorias de la luz conducen a ciertas condiciones adicionales para las cuales se efectúa el régimen de generación. En el léxico ondulatorio el proceso de amplificación de la luz en el GOC significa un crecimiento continuo e importante de la amplitud de la onda luminosa. Pero para esto es necesario que la onda, al retornar a un punto determinado del medio activo después de reflejarse en los espejos, esté en dicho punto en la misma fase que la onda primitiva, cualquiera que sea el número de reflexiones en los espejos. Esto impone cierta condición a la dependencia entre la longitud de onda λ y la longitud L del medio activo. La longitud del camino recorrido por la onda entre dos reflexiones debe ser igual a un número entero de longitudes de onda:

$$2L = n\lambda, \text{ ó } L = n \frac{\lambda}{2}, \text{ donde } n = 1, 2, \dots \quad (79.11)$$

Entonces, al sumarse la amplitud de la onda primaria y las de todas las ondas secundarias, aumentará bruscamente la amplitud de la onda resultante. Si se cumple la condición (79.11), las ondas que después de cada reflexión salen a través del espejo 3 (fig. 79.9) serán coherentes entre sí. La diferencia de fase de dos ondas salidas sucesivamente será $\Delta\varphi = 2\pi \frac{2L}{\lambda}$ y viene determinada por la diferencia del

recorrido óptico $2L$ (§ 57.5). Los rayos que se escapan del GOC son resultado de las interferencias de muchas ondas coherentes cuya diferencia de fase es múltiplo de 2π . Esto asegura la máxima amplitud resultante y la máxima intensidad de la luz obtenida en el láser. Como sabemos (§§ 57.6 y 61.7), cuando interfieren muchas ondas coherentes, los máximos de intensidad de interferencia son muy estrechos y agudos. Si la condición (79.11) se infringe, las ondas dejan de ser coherentes y su interferencia resulta ser imposible.

7. La ecuación (79.11) es la condición de fase, cuyo cumplimiento es tan necesario para el proceso de generación de la luz en el GOC como el cumplimiento de la condición de compensación de las pérdidas (79.9). De la ecuación (79.11) se deduce que si el espacio entre los dos espejos del GOC se considera como un resonador especular, en la longitud L del resonador debe haber cierto número entero n de semiondas estacionarias (§ 57.2). Por lo tanto, la ecuación (79.11) es a la vez la condición de resonancia entre la onda electromagnética y el resonador especular.

De la ecuación (79.11) se pueden deducir las frecuencias que se generan en el GOC. Aplicando la relación entre la frecuencia y la longitud de onda $\lambda = c/v$ y sustituyendo en (79.11), se obtiene

$$v_n = nc/2L. \quad (79.12)$$

A cada valor de n le corresponde una determinada frecuencia v_n . Además, las frecuencias generadas por el GOC deben satisfacer al mismo tiempo la regla de las frecuencias de Bohr (§ 71.4), que relaciona la frecuencia con la diferencia entre los niveles de energía de los átomos en el medio activo del generador. La necesidad de que se cumplan simultáneamente la ecuación (79.12) y la condición de las frecuencias de Bohr, a primera vista, complica mucho la creación práctica del GOC. En efecto, esto impone unas condiciones de exactitud muy elevadas al prefijar la distancia L , para que se conserve la coherencia de las ondas interferentes. Sin embargo, en realidad la situación no es tan desesperada. El problema se simplifica porque la regla de las frecuencias de Bohr se cumple con la exactitud de hasta la anchura finita de los niveles de energía del átomo (§ 72.8), y también porque existe una serie de causas de

ensanchar las rayas espectrales, en primer lugar a expensas del efecto Doppler.

8. Aquí no podemos entrar en un estudio detallado del problema de la anchura de las rayas espectrales emitidas por el GOC. Pero se puede mostrar que el espectro radiado por el GOC consta de una serie de rayas muy estrechas cuyas frecuencias, como se ve por (79.12), se encuentran unas de otras a la distancia $\Delta\nu = c/2L$. Para el láser de gas, si $L = 10^2$ cm, $\Delta\nu$ es igual a 150 MHz. Es interesante que la anchura de las rayas espectrales procedentes del GOC de gas es mucho menor que la anchura natural de la raya espectral relacionada con el tiempo finito de vida de los átomos en estado excitado (§ 72.8).

La creación de los láseres ha permitido adelantar mucho en la solución del problema de obtener luz rigurosamente monocromática. El alto grado de monocromaticidad de la luz que se consigue en los láseres significa que la duración del tren de ondas ininterrumpido que emite el GOC es mucho mayor que la ordinaria en óptica (en varios órdenes). Por consiguiente, la extensión espacial o longitud del tren de ondas emitido por el láser también es mucho mayor que la longitud del tren en la óptica ordinaria. Esta última circunstancia elimina la limitación que generalmente se impone en la óptica cuando se hacen experimentos de interferencia, es decir, la condición de que la diferencia de camino óptico de los rayos sea pequeña. Con el rayo láser se pueden hacer experimentos de interferencia con enormes diferencias de camino óptico, del orden de decenas de metros y aún mayores.

9. Una de las excelentes peculiaridades de los rayos que se obtienen en el GOC es su aguda directividad, o sea, la pequeña divergencia angular del haz de rayos. Esto se debe al mecanismo de los procesos de emisión inducida que sirven de base a la acción de los láseres. Es el hecho que el fotón «cebador», necesario para la generación de la luz en el láser, debe ser lanzado paralelamente al eje del resonador. Un fotón lanzado «de costado», es decir, formando ángulo con el eje del resonador, crea una avalancha de electrones que después de reflejarse un número pequeño de veces se sale del medio activo y no participa más en el proceso de amplificación (fig. 79.9, a). En la generación y amplificación de la luz sólo participan los fotones lanzados paralelamente al eje del resonador. Por eso el rayo que

sale del generador tiene una aguda directividad. Pero las propiedades ondulatorias de la luz no permiten obtener un ángulo de divergencia de los rayos nulo. El fenómeno de la difracción de la luz (§ 62.4) determina el límite angular inferior θ_{mfn} de la divergencia de los rayos del GOC. El ángulo de divergencia de estos rayos no puede ser menor que el ángulo de difracción en una pantalla circular de diámetro D :

$$\theta_{\text{mfn}} \geq \lambda/D, \quad (79.13)$$

aquí D es el diámetro del espejo del generador óptico cuántico. θ_{mfn} tiene un orden de magnitud de 10^{-5} — 10^{-6} radianes. En los láseres de gas, la divergencia angular de los rayos alcanza esta magnitud.

10. En virtud de su alta coherencia y aguda directividad, los rayos de GOC se pueden utilizar muy eficazmente como medios de comunicación y localización, para obtener temperaturas muy altas en volúmenes pequeños, etc. Con anchura de la banda de radiación de 0,1 nm y longitud de onda de 1 μm se puede, teóricamente, efectuar la transmisión de 10 000 radiogramas. Valiéndose de los GOC modernos se pueden establecer comunicaciones a enormes distancias, de orden astronómico. Con la radiación de GOC se pueden practicar orificios pequeñísimos en los cuerpos más duros, como por ejemplo, en el diamante, y soldar piezas minúsculas. Los rayos láser se emplean también en cirugía para curar la exfoliación de la retina del ojo. El rayo de láser actúa como si «soldara» la retina exfoliada al tejido del fondo del ojo.

Las características de los GOC modernos distan aún mucho de las de principio posibles. Por ejemplo, teóricamente es posible obtener haces luminosos a cuya potencia le corresponderán presiones de la luz del orden de millones de atmósferas (10^2 GPa). Todo esto ofrece perspectivas inmensas a la utilización de los amplificadores cuánticos y los generadores de luz coherente.

PRINCIPIOS DE FISICA DEL NÚCLEO Y PARTÍCULAS ELEMENTALES

Capítulo 80

PROPIEDADES FUNDAMENTALES Y ESTRUCTURA DE LOS NÚCLEOS ATÓMICOS

§ 80.1. Carga y masa de los núcleos atómicos

1. El el § 71.1 fueron examinados experimentos que permitieron fundamentar el modelo nuclear del átomo. En los últimos capítulos del presente manual detendremos nuestra atención en el estudio del núcleo atómico y nos familiarizaremos con ciertos problemas de física de las partículas elementales.

Las más importantes características del núcleo son su carga Z y su masa M . La cantidad de cargas elementales positivas, concentradas en el núcleo, definen la carga de éste. En el núcleo, el protón es portador de la carga elemental positiva $e = 1,6024 \cdot 10^{-19}$ C. En su total el átomo es neutro, por lo que la carga del núcleo determina, además, el número de electrones en el átomo. La distribución de los electrones en el átomo por las capas y subcapas energéticas, de modo considerable, depende de su número total en el átomo (§ 73.2). Por esta razón, la carga del núcleo determina en alto grado la distribución de los electrones por sus estados en el átomo y la posición del elemento en el Sistema Periódico de Mendeléiev. Los elementos químicos se distinguen por las cargas de los núcleos de sus átomos (*números atómicos*).

2. La masa del núcleo atómico coincide, prácticamente, con la de todo el átomo, ya que la masa de los electrones es muy pequeña. Recordemos que la masa del electrón es igual a $1/1836$ de la del protón. Las masas de los átomos se suelen medir en *unidades de masa atómica* (designación, uma). Como unidad de masa atómica se toma $1/12$ de la masa del átomo de carbono $^{12}_6\text{C}$ (acerca de los símbolos aceptados aquí, véase el p. 3):

$$1 \text{ uma} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$$

Con frecuencia en la física nuclear es preciso medir las masas de los núcleos y átomos con alta precisión. Entonces, se hace uso del valor exacto de la unidad de masa atómica:

$$1 \text{ uma} = (1,6605655 \pm 0,0000086) \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$$

Al medir las masas de los átomos (§ 41.8) fueron descubiertos los *isótopos*, diversidades de los átomos del elemento químico dado, que con igual carga tienen diferente masa. Midiendo las masas de los isótopos, advertimos que siempre se expresan en uma por números próximos a los enteros. Las masas atómicas de los isótopos reciben el nombre de *masas isotópicas*.

En la mayoría de los casos, para cada elemento químico existe un contenido constante en porcentaje de diversos isótopos. Cada elemento químico tiene una masa atómica determinada que es el valor medio de las masas de todos sus isótopos. Con esto se explica que las masas atómicas relativas de los elementos, en una serie de casos, difieren de manera notable de los números enteros. Por ejemplo, la masa atómica de boro es igual a 10,82, de neón 20,183, de magnesio 24,32, de cloro 35,457, de hierro 56,85, de cobalto 58,71, de níquel también 58,71, de cinc 65,38, de cobre 63,54, de germanio 70,60, de criptón 83,80, etc. El descubrimiento de los isótopos mostró que el elemento químicamente puro es una mezcla de sus isótopos, que se diferencian entre sí por las masas atómicas. Surgió la idea de que el núcleo está constituido por partículas con masas atómicas próximas a la unidad. Como el átomo de hidrógeno, es decir, el protón, satisface bien esta condición (su masa atómica, con una precisión hasta milésimas de la unidad, es igual a 1,007 uma y, asimismo, su carga es positiva), llegamos a la conclusión de que en la composición de los núcleos atómicos hay indudablemente protones.

3. El número entero más cercano a la masa atómica expresado en unidades de masa atómica, es denominado *número másico* (o *de masa*) y designase con la letra A . En la actualidad se ha aceptado designar diversos isótopos de los elementos químicos del modo que sigue: A_ZX , donde X es el símbolo del elemento químico en la tabla de Mendeléiev que corresponde a la carga Z dada del núcleo.

4. Los núcleos que con igual masa tienen diversas cargas se denominan *isóbaros*. En su mayoría, tropezamos con núcleos isóbaros entre los núcleos pesados, con la particularidad de que se hallan como dobletes o triadas. Como dobletes isóbaros estables podemos nombrar ${}^{36}_{16}\text{S}$ y ${}^{36}_{18}\text{Ar}$, ${}^{104}_{44}\text{Ru}$ y ${}^{104}_{46}\text{Pd}$. Son ejemplos de triadas isóbaras ${}^{96}_{40}\text{Zr}$, ${}^{96}_{42}\text{Mo}$ y ${}^{96}_{44}\text{Ru}$.

§ 80.2. Espín y momento magnético del núcleo

1. En el § 72.6 pudimos ver que el espín del electrón lleva a la estructura fina de las rayas espectrales. Para los átomos con un electrón de valencia, la orientación mutua de los momentos espín—órbita provoca el *desdoblamiento* de todos los niveles (estados) energéticos (salvo el nivel s) y, respectivamente, el desdoblamiento de las rayas espectrales. El aumento del poder resolutivo de los aparatos espectrales proporcionó la posibilidad de investigar con mayor minuciosidad la estructura de las rayas desdobladas. En 1928, A. N. Terenin y L. N. Dobretsov descubrieron que cada una de las rayas D de sodio es a su vez doble, es decir, consta de dos rayas situadas muy cerca la una de la otra. La línea D_2 ($\lambda = 589,0$ nm) está desdoblada en $0,0021$ nm, mientras que la línea D_1 ($\lambda = 589,6$ nm), en $0,0023$ nm. Este desdoblamiento recibe el nombre de *estructura hiperfina* de las rayas espectrales. Pauli supuso que la estructura hiperfina es explicable por tener *espín el núcleo del átomo*. Junto con la carga y la masa, el momento cinético, llamado por regla *espín nuclear*, es una característica importantísima del núcleo.

En la composición del núcleo entran protones y neutrones, que tienen cada uno un espín $\hbar/2$. El espín del núcleo es igual a la suma vectorial de los espines de las partículas que lo constituyen. El espín de un núcleo, formado por un número par de partículas, es igual a un número entero (en unidades \hbar) o a cero. Por lo contrario, el espín de un núcleo que consta de un número impar de partículas, es un número

semientero (en unidades \hbar). Si en unidades \hbar , el espín del núcleo es igual a I , el espín total de un átomo con un electrón de valencia puede ser igual a $I + 1/2$ o bien a $I - 1/2$, ya que el espín electrónico es igual a $1/2$ en unidades \hbar^*). La transición óptica del electrón en el átomo de sodio del nivel (estado) superior al inferior, desdoblado al tener en cuenta el espín nuclear, proporciona la *estructura hiperfina de la línea D_2* . En la fig. 80.1, a la izquierda, se muestra el desdoblamiento de las rayas espectrales, mientras que a la derecha está representado el esquema de surgimiento de la estructura hiperfina en la raya D_2 . El espín nuclear I puede ser definido por la correlación de las intensidades de las rayas de la estructura hiperfina observada en el experimento. Por ejemplo, para el átomo de sodio resultó ser igual a $3/2 \hbar$.

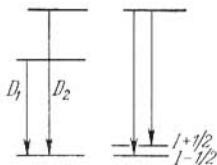


Fig. 80.1.

Como conocimos en el § 42.10, el espín del electrón fue medido en los experimentos de Stern—Gerlach. Basándose en la observación de los espectros rotativos de la molécula H_2 se determinó el espín del protón. En el capítulo 74 se ha estudiado la aparición de los espectros rotativos de la molécula. La correlación de las intensidades en los espectros rotativos de hidrógeno muestra que el núcleo de hidrógeno 1H tiene un espín semientero. Al medir las relaciones de las intensidades de las líneas de los espectros rotativos, fue hallado que el espín del núcleo de hidrógeno 1H , o sea, el espín del protón es igual a $\hbar/2$.

Con la medición del espín del deuterón 2D , núcleo de hidrógeno pesado, está ligada la definición del espín del neutrón. En su estado fundamental, el espín de deuterón resultó ser igual a \hbar . Como el espín del protón es igual a $\hbar/2$, el del neutrón puede ser igual a $\hbar/2$ o bien a $3/2 \hbar$. Esta última suposición llevó a la falta de correspondencia entre los resultados de la dispersión de neutrones en los protones calculada teóricamente y observada en los experimentos y fue desechada. De este modo, el espín del neutrón es igual a $\hbar/2$.

*) Los espines de los demás electrones, sumándose a pares, se anulan.

2. Los núcleos atómicos, además del espín, tienen *momentos magnéticos*. Por consiguiente, también poseen semejantes momentos todas las partes constituyentes del átomo (núcleo y electrones).

Las partículas nucleares tienen momentos magnéticos propios, por los que se determina el momento magnético del núcleo. Por analogía con el magnetón de Bohr (§ 42.2), para medir los momentos magnéticos de los núcleos se introduce el llamado *magnetón nuclear*:

$$\mu_N = e\hbar/2m_p. \quad (80.1)$$

La expresión para el magnetón nuclear es análoga a la que usamos para el magnetón de Bohr, pero la masa del electrón m_e se ha sustituido por la del protón. El valor del magnetón nuclear es $m_p/m_e \approx 1836$ veces menor que el del magnetón de Bohr:

$$\mu_N = (5,050824 \pm 0,000020) \cdot 10^{-27} \text{ J/T.}$$

Entre el espín nuclear I , medido en unidades \hbar , y el momento magnético p_{mN} , medido en magnetones nucleares, existe una relación análoga a la fórmula para los momentos electrónicos (72.14'):

$$p_{mN} = g_N I, \quad (80.2)$$

donde g_N es la *relación nuclear giromagnética*.

3. Experimentos que salen fuera de los márgenes de este manual, han mostrado que el neutrón tiene momento magnético *negativo*, igual a $-(1,91314 \pm 0,00005) \mu_N$.

El momento magnético del protón fue por primera vez medido por el método de desplazamiento del haz molecular en un campo magnético heterogéneo. En principio, este experimento no difiere de el de Stern—Gerlach (§ 42.10). Los experimentos se llevaron a cabo con hidrógeno, con la particularidad de que fue necesario compensar el momento magnético del electrón, que 2000 veces supera el valor del magnetón nuclear μ_N . Mediciones precisas condujeron a un resultado en extremo inesperado para el momento magnético del protón, a saber: $(2,7928456 \pm 0,0000011) \cdot \mu_N$, en lugar de ser igual a un magnetón nuclear. El signo positivo del momento magnético del protón significa que la dirección de dicho momento y su espín coinciden. Desde el punto de vista clásico esto quiere decir que el momento magnético del protón es como si estuviese ligado con la rotación de la

carga positiva. Para el neutrón, las direcciones del espín y del momento magnético son *opuestas*. El valor anómalo del momento magnético del protón y el signo del momento magnético del neutrón, están relacionados con la complicadísima estructura de estas partículas.

§ 80.3. Composición del núcleo

1. Después de la creación del modelo nuclear del átomo, el problema de la composición del núcleo atómico se convirtió en uno de los fundamentales de física nuclear. La física del núcleo podría dar respuesta a áquel, a medida que se acumulaba información sobre diversas propiedades de los núcleos, en particular datos acerca de la carga, masa y el espín del núcleo. La carga del núcleo se define como la carga sumaria de las cargas positivas dispuestas en él. Como se consideraba que los protones son los portadores de la carga positiva elemental, desde el principio de desarrollo de la física nuclear no se dudaba que en el núcleo había semejantes partículas (§ 80.1). Además, se descubrieron dos importantes factores:

a) Las masas de los isótopos de todos los átomos (salvo del hidrógeno corriente), expresadas en unidades de masa iguales a la del protón, superan numéricamente las cargas de sus núcleos, expresadas en cargas elementales. A medida que crece Z esta diferencia aumenta. Para los elementos que se encuentran en la parte media del Sistema Periódico de Mendeléiev, las masas isotópicas (en unidades de masa atómica) superan unas dos veces el valor de las cargas de los núcleos. Esta correlación es aún mayor para los núcleos pesados. De esto se desprende que los protones no pueden ser las únicas partículas que componen el núcleo.

b) Las masas de los núcleos de los isótopos de todos los elementos químicos nos indican dos posibilidades: o en el núcleo hay partículas de masas aproximadamente iguales, o bien en la composición del núcleo hay partículas de diferente masa y la masa de unas de ellas es muy pequeña en comparación con la de las demás; entonces, la masa de las partículas ligeras no introduce notoria aportación en la masa isotópica.

2. Parecía en particular atrayente la última posibilidad, ya que permitía crear un modelo electróno-protónico del núcleo.

El fenómeno de la radiactividad β natural (§ 81.12) certificaba, al parecer, que en la composición de los núcleos hay electrones, ya que éstos se emiten durante la desintegración β . El modelo electróno-protónico, además de la radiactividad β , explicaba también la proximidad a números enteros de las masas atómicas de los isótopos. De acuerdo con este modelo, la masa del núcleo es, prácticamente, igual a la masa de los protones que lo componen, ya que la masa del electrón es unas 2000 veces menos que la del protón. El número de electrones en el núcleo debe ser tal, que la carga sumaria de los protones con carga positiva y los electrones con carga negativa, ofrezca la carga real positiva del núcleo.

A pesar de su sencillez y naturalidad, el modelo electróno-protónico fue desechado a medida que la física nuclear se desarrollaba. Resultó contradecir las propiedades más importantes de los núcleos atómicos.

3. Si en la composición de los núcleos atómicos entraran electrones, los momentos magnéticos de los núcleos tendrían un valor del orden del magnetón electrónico de Bohr (§ 42.2). Como vimos en el § 80.2, los momentos magnéticos de los núcleos son comparables según el orden de su valor con el magnetón nuclear que es 2000 veces menor que el electrónico.

En contra del modelo electróno-protónico indicaban también los datos acerca de los espines de los núcleos. Por ejemplo, de acuerdo con dicho modelo el núcleo de berilio ${}^9_4\text{Be}$ debe constar de nueve protones y cinco electrones, para que la carga sumaria sea igual a cuatro cargas positivas elementales. Los protones y electrones tienen un espín semientero igual a $\hbar/2$. El espín sumario de un núcleo constituido por 14 partículas (9 protones y 5 electrones) debe ser entero. En realidad, el espín del núcleo ${}^9_4\text{Be}$ es semientero e igual a $3/2 \hbar$. Semejantes ejemplos pueden ser aducidos en gran número.

Para finalizar, el modelo electróno-protónico del núcleo es incompatible con el principio de incertidumbre de Heisenberg. Si el electrón entra en la composición del núcleo, la incertidumbre Δx de su coordenada tiene el orden de la dimensión lineal del núcleo, es decir, $10^{-14} \dots 10^{-15}$ m. Tomemos la mayor incertidumbre: $\Delta x = 10^{-14}$ m. Del principio de incertidumbre de Heisenberg hallemos la incertidumbre del impulso del electrón: $\Delta p \approx \hbar/\Delta x \approx$

$\approx 10^{-33}/10^{-14} = 10^{-19}$ kg·m/s. El valor del impulso p está ligado con su incertidumbre Δp : $p \approx \Delta p$ (§ 16.7). Conociendo el impulso del electrón puede hallarse su energía. Como en nuestro caso $p > m_e c = 10^{-30}$ kg·3·10⁸ m/s, hay que hacer uso de la correlación relativista entre la energía y el impulso (§ 16.3): $\mathcal{E}^2 = c^2 p^2 + m_e^2 c^4$. Obtenemos

$$\mathcal{E} = c \sqrt{p^2 + m_e^2 c^2} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{10^{-38} + (10^{-30} \cdot 3 \cdot 10^8)^2} \approx 2 \cdot 10^8 \text{ eV.}$$

Un valor tan grande de la energía contradice los datos experimentales acerca de la energía específica de enlace (o de ligadura) de las partículas nucleares, que constituye 7 . . . 8 MeV (§ 80.4). La energía igual a 200 MeV supera varias veces la de los electrones que se emiten durante la desintegración radiactiva β . Si consideramos que en el núcleo los electrones tienen una energía que corresponde a la de las partículas β emitidas (por regla, de un orden de varios MeV), para las dimensiones de la región donde los electrones deben estar localizados, es decir, para las dimensiones del núcleo, del principio de incertidumbre se obtienen apreciaciones desproporcionadamente grandes, que contradicen los datos de los experimentos.

4. La salida de dichas dificultades fue hallada cuando Chadwick, ayudante de Rutherford, descubrió en 1932 una nueva partícula elemental, neutrón. Al analizar la trayectoria de las partículas que surgían en el transcurso de ciertas reacciones nucleares y al aplicar a éstas las leyes de la conservación de la cantidad de movimiento y de la energía, Chadwick encontró una trayectoria que pertenecía a una nueva partícula; su masa era casi igual a la del protón, superándola ligeramente, su carga eléctrica era nula.

La nueva partícula recibió el nombre de *neutrón* y al poco de su descubrimiento, en 1934, D. D. Ivanenko emitió la hipótesis de que los *núcleos atómicos sólo constan de protones y neutrones*. Heisenberg también expresó dicha hipótesis.

5. Estas opiniones obtuvieron con rapidez el reconocimiento general y fueron la base para la creación de la teoría moderna del núcleo atómico. De acuerdo con las representaciones modernas, el número másico A del núcleo indica el número total de partículas, protones y neutrones, ubicadas en el núcleo. La carga Z del núcleo define el número de protones en él y, por consiguiente, la diferencia $A - Z =$

$= N$, nos da el número de neutrones que contiene el núcleo del isótopo dado.

Si observamos la distribución del número de protones Z y de neutrones $A - Z$ en los núcleos de diversos elementos del Sistema Periódico, advertimos que para los núcleos de los elementos incluso hasta la mitad del sistema de Mendeléiev, el número de neutrones en el núcleo es igual, aproximadamente, al número de protones, de forma que $(A - Z)/Z \approx 1$. A medida que los núcleos se hacen más pesados, con el crecimiento del número másico, la cantidad de neutrones crece en comparación con el número de protones en el núcleo. Al final del Sistema Periódico la razón $(A - Z)/Z \approx 1,6$.

En física nuclear se admite que el protón y el neutrón, son dos de los llamados *estados de carga* de una misma partícula que recibe el nombre de partícula nuclear, o sea, *nucleón* (del latín *nucleus*—núcleo). El protón es el estado protónico del nucleón con una carga $+e$, el neutrón es su estado neutrónico con carga eléctrica nula. Según los datos modernos, las masas en reposo del protón y el neutrón son respectivamente iguales a:

$$m_p = 1,007276470 \pm 0,000000011 \text{ uma} = \\ = (1836,15152 \pm 0,00070) m_e,$$

$$m_n = 1,008665012 \pm 0,000000037 \text{ uma} = \\ = (1838,6826 \pm 0,0008) m_e.$$

Los números másicos del protón y el neutrón son idénticos e iguales a la unidad.

Los nucleones en los núcleos se encuentran en estados que divergen en alto grado de sus estados libres. Esto está ligado con que todos los núcleos, salvo el de hidrógeno corriente, tienen, por lo menos, dos nucleones entre los que se produce una *interacción nuclear* particular.

6. El modelo protono-neutrónico del núcleo concuerda con los datos acerca de las masas isotópicas de los núcleos y ofrece valores razonables de los momentos magnéticos de los núcleos. En efecto, los momentos magnéticos del protón y el neutrón, por el orden de su valor, son comparables con el magnetón nuclear (§ 80.2). Por esta razón, los núcleos formados por nucleones deben tener momentos magnéticos de la magnitud de ese mismo orden. Esto se confirma por los experimentos.

La aplicación del principio de incertidumbre a los protones y neutrones pesados (en comparación con los electrones), da las estimaciones, en alto grado razonables, para los posibles valores de las energías de estas partículas en el núcleo. Estas apreciaciones concuerdan con los valores de las energías que se refieren a una partícula en el núcleo (§ 80.4).

También fue resuelta la dificultad relacionada con los espines de los núcleos y surgida en el modelo electrón-protónico. Si el núcleo contiene un número par de nucleones (número másico A par), su espín será un número entero (en unidades \hbar). Con número impar de nucleones en el núcleo (A impar), el espín del núcleo será semientero (en unidades \hbar).

§ 80.4. Energía de enlace del núcleo. Defecto de masa

1. Los núcleos que contienen protones de carga positiva y neutrones sin carga son formaciones *estables*, aunque entre los protones existe la repulsión coulombiana. La estabilidad de los núcleos atómicos quiere decir, que entre los nucleones de los núcleos existen fuerzas de atracción. Para su estudio parecía ser necesario conocer con exactitud como aquéllos dependen de la distancia entre los nucleones. El estudio del enlace (ligadura) entre los nucleones puede realizarse, en limitados márgenes, por métodos energéticos sin introducción de los datos sobre el carácter y las propiedades de las fuerzas nucleares.

Acerca de la solidez de una u otra formación se juzga analizando el grado de facilidad o dificultad de su destrucción: cuanto más difícil sea destruirla, tanto más sólida es. Pero destruir el núcleo significa romper los enlaces entre sus nucleones o con otras palabras, realizar trabajo contra las fuerzas de enlace entre ellos. Semejante concepción, basada en la ley de la conservación de la energía, permite llegar a una serie de importantes deducciones sobre el carácter específico de los enlaces que mantienen los nucleones en el núcleo, unos junto a otros.

Introduzcamos la noción de energía de enlace de un nucleón aislado en el núcleo. Recibe el nombre de *energía específica de enlace de un nucleón* en el núcleo, una magnitud física igual al trabajo que es preciso realizar para sacar

dicho nucleón del núcleo sin que el primero adquiriera energía cinética. La *energía de enlace total del núcleo* es definida por la magnitud del trabajo que hay que efectuar para la desintegración del núcleo en los nucleones que lo componen. De la ley de la conservación de la energía se deduce que al formarse el núcleo de los nucleones que lo constituyen debe desprenderse la misma cantidad de energía que es necesario consumir para la desintegración del núcleo en los nucleones de los que consta.

2. Apreciemos la energía de enlace de los núcleos atómicos. Al medir las masas de los núcleos se advierte que la *masa en reposo del núcleo es menor que la suma de las masas en reposo de los nucleones que lo componen*. La cuestión reside en que, al parecer, al formarse el núcleo de los nucleones, al empaquetarse éstos, se produce la «merma», la disminución de sus masas en reposo, la pérdida de una parte de éstas.

La teoría especial de la relatividad explica este fenómeno, que fue examinado en el § 20.1. La disminución de la masa sumaria en reposo de los nucleones al formarse de ellos el núcleo, puede ser explicada por el desprendimiento de la energía de enlace al crearse el núcleo. En el § 20.5 fue estudiado el problema de la variación de la energía interna del cuerpo durante los procesos nucleares. Ahora, este problema va a ser examinado de nuevo con todo detalle.

La energía en reposo del cuerpo \mathcal{E}_0 está relacionada con la masa en reposo m_0 de éste del modo siguiente:

$$\mathcal{E}_0 = m_0 c^2,$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío. Si con $\Delta\mathcal{E}_{en}$ designamos el valor de la energía que se desprende durante la formación del núcleo, la masa que le corresponde

$$\Delta m_0 = \Delta\mathcal{E}_{en}/c^2, \quad (80.3)$$

caracteriza la disminución de la masa sumaria en reposo al formarse el núcleo de sus partes componentes. Si el núcleo de masa M está formado por Z protones de masa m_p y de $A - Z$ neutrones de masa m_n , la magnitud

$$\Delta m_0 = Zm_p + (A - Z)m_n - M. \quad (80.3')$$

La magnitud Δm_0 puede servir de medida de energía de enlace y con frecuencia recibe el nombre de *defecto de masa*

o másico. En efecto, de (80.3) y (80.3') sigue, que

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{en}} = \Delta m_0 \cdot c^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n - M]c^2. \quad (80.4)$$

3. Para calcular la energía, en física nuclear se utiliza la unidad de energía atómica (uea) que corresponde a una unidad de masa atómica:

$$1 \text{ uea} = c^2 \cdot 1 \text{ uma} = 931,5016 \pm 0,0026 \text{ MeV}.$$

De esta forma, para calcular la energía de enlace del núcleo en megaelectronvoltios, hay que hacer uso de la fórmula

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{en}} = [Zm_p + (A - Z)m_n - M] \cdot 931,5, \quad (80.5)$$

donde las masas de las partículas en el núcleo y la masa del núcleo están expresadas en unidades atómicas de masa.

La energía de enlace de los núcleos es muy grande. Por término medio, constituye 8 MeV por nucleón en el núcleo.

4. La energía de enlace puede ser expresada mediante las masas de los átomos neutros, lo que es más cómodo, ya que las en tablas, por regla, se aducen dichas masas. La fórmula (80.5) toma la forma

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{en}} = [Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - M_{\text{átomo}}] \cdot 931,5. \quad (80.6)$$

Esto se desprende de que las masas de los electrones que entran en la composición de los átomos neutros, figuran en el primer sumando o sustrayendo, por lo que ellas no influyen sobre el valor de la energía de enlace.

5. Los experimentos y cálculos teóricos muestran que la energía de enlace del núcleo $\Delta\mathcal{E}_{\text{en}}$ depende, en lo fundamental, del número total de partículas en el núcleo y, en menor grado, de la correlación de protones y neutrones existente en el núcleo. Estas conclusiones corresponden a los datos experimentales, de acuerdo con los cuales, con la primera aproximación, la energía de enlace crece linealmente al aumentar el número másico. Desde el punto de vista físico, esto significa que cada nucleón introducido en el núcleo provoca el desprendimiento del núcleo de una cantidad aproximadamente igual de energía. La energía específica de enlace exprésase por la fórmula

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{en}} = \Delta\mathcal{E}_{\text{en}}/A. \quad (80.7)$$

En la fig. 80.2 se aduce la curva de dependencia entre la energía específica de enlace y el número másico A . La

curva indica los diversos valores de $\Delta\mathcal{E}_{en}$ de diferentes núcleos, es decir, la distinta solidez del enlace de los nucleones en el núcleo en función del número másico. De la forma más sólida están ligados los nucleones en los núcleos de la parte media del Sistema Periódico, aproximadamente con $28 < A < 138$, o sea, de ${}^{28}_{14}\text{Si}$ hasta ${}^{138}_{56}\text{Ba}$. En estos núcleos la energía específica de enlace es igual a unos 8,7 MeV. A medida que sigue creciendo el número de nucleones en el núcleo la energía específica de enlace disminuye. Para

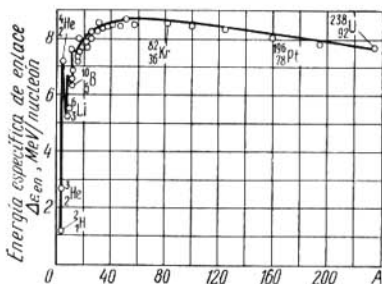


Fig. 80.2.

los núcleos situados al final del Sistema Periódico (por ejemplo, para el uranio), $\Delta\mathcal{E}_{en}$ es de unos 7,6 MeV.

En las regiones de pequeños números másicos, la energía específica de enlace revela máximos y mínimos característicos. Mínimos de energía específica de enlace para un nucleón se observan en esta región en los núcleos con número impar de protones y neutrones, es decir, ${}^6_3\text{Li}$, ${}^{10}_5\text{B}$ y ${}^{14}_7\text{N}$. Los máximos de energía específica de enlace corresponden a los núcleos con números pares de protones y neutrones, o sea, ${}^4_2\text{He}$, ${}^{12}_6\text{C}$, ${}^{16}_8\text{O}$.

Semejante marcha de la curva de energía específica de enlace nos ofrece la clave para comprender el mecanismo de desprendimiento de la energía nuclear. En particular puede ser entendido el por qué de la existencia de sólo dos métodos diferentes para el desprendimiento de la energía nuclear, a saber: la desintegración de núcleos pesados y la fusión de núcleos ligeros en otros más livianos. De las

consideraciones generales, queda claro que la energía se desprenderá con tales reacciones nucleares, para las que la energía específica de enlace de los productos de la reacción superará dicha energía en los núcleos iniciales. Esta condición general puede ser cumplida mediante dos procedimientos: o por la desintegración de los núcleos de elementos pesados en elementos situados en la parte media de la tabla de Mendeléiev, o bien por la fusión de núcleos ligeros, ubicados al principio de dicha tabla, en núcleos aún más livianos. Estos problemas serán tratados con más detalle en el cap. 82.

§ 80.5. Fuerzas nucleares

1. Las fuerzas de atracción que actúan entre los nucleones en el núcleo, reciben el nombre de *nucleares*. De las más generales consideraciones podemos obtener cierta información acerca de estas fuerzas. La estabilidad de los núcleos, el desprendimiento de energía al formarse los núcleos de los nucleones, certifican que las fuerzas nucleares son *de atracción*, incluso hasta cierta distancia entre los nucleones. La atracción nuclear es mucho más fuerte que la repulsión electrostática de los protones y condiciona la gran energía de enlace del núcleo y su estabilidad.

El origen de las fuerzas nucleares no puede ser eléctrico. En efecto, en tal caso sería imposible imaginarse un núcleo estable constituido por un protón y un neutrón. Pero a pesar de todo, semejante núcleo existe en el hidrógeno pesado, deuterio ${}^2_1\text{D}$. Este núcleo —deutón (o bien deuterón)— es un sistema estable con energía de enlace de unos 2,2 MeV.

Además, poniendo la masa del protón y su carga en la ley de Coulomb y en la ley de gravitación universal, es fácil cerciorarse que la atracción gravitacional de los protones es 10^{36} veces menor que su repulsión electrostática. Por esta razón, las fuerzas gravitacionales no juegan, prácticamente, en los núcleos ningún papel, a pesar de las pequeñas distancias entre los nucleones en el núcleo.

Queda aún por valorar la interacción magnética de los protones que se mueven en el núcleo. En el § 40.3 fue mostrado que la interacción magnética de las cargas eléctricas en movimiento es menor que la interacción electrostática $(v/c)^2$ veces, donde v es la velocidad de cada carga respecto del sistema de referencia elegido, c , la velocidad de la

luz en el vacío. Para los protones $v < c$ y su interacción magnética es menor que la electrostática. No obstante, además de esta interacción magnética de los protones, todos los nucleones, tanto protones como neutrones, tienen interacción de los momentos magnéticos propios (§ 80.2). Los cálculos han mostrado que la energía de semejante interacción del protón y el neutrón constituye cerca de 10^5 eV, lo que es mucho menor que la energía de enlace del deutón.

De forma que las fuerzas nucleares son fuerzas singulares, que por su naturaleza se distinguen de todas las fuerzas conocidas antes que ellas.

2. El núcleo ocupa en el espacio cierto volumen finito (§ 80.6) y en él, los nucleones se disponen entre sí a ciertas distancias finitas. Esto quiere decir, que a partir de cierta distancia entre los nucleones, la fuerza de atracción entre ellos se sustituye por la de repulsión. En física nuclear se introduce una medida especial de longitud:

$$1 \text{ fermi} = 10^{-16} \text{ m} = 10^{-13} \text{ cm},$$

lo mismo que en física atómica se mide en unidades del primer radio de Bohr en el átomo de hidrógeno (§ 71.5).

Como resultado de los experimentos y los cálculos basados en ellos, se han obtenido una serie de importantes datos acerca de las fuerzas nucleares.

3. Las fuerzas nucleares son *de corto alcance*. Para distancias entre los nucleones de un total de $2,2 \cdot 10^{-15} \text{ m} = 2,2$ fermi las fuerzas nucleares son ya despreciablemente pequeñas. La longitud de 2,2 fermi se denomina *radio de acción de las fuerzas nucleares*.

4. Las fuerzas nucleares son *independientes de la carga*: la interacción nuclear de dos nucleones no depende en absoluto de si tienen o no carga eléctrica los dos nucleones o sólo uno de ellos. Las fuerzas nucleares de interacción del neutrón con el neutrón, son las mismas que las que actúan entre el neutrón y el protón y el protón con el protón, a iguales condiciones. En el sentido de la interacción nuclear, el protón y el neutrón son partículas iguales. A la conclusión sobre la independencia de la carga de las fuerzas nucleares, se llegó basándose en el minucioso estudio de la dispersión de los protones en los deutones y la dispersión de los neutrones en los protones.

Aquí no podemos profundizar el estudio de este problema. Sin embargo, señalemos que al estudiar la dispersión de

los neutrones en los protones, fue resuelto el importante problema del espín del neutrón (§ 80.2).

Podemos cerciorarnos de la independencia de la carga de las fuerzas nucleares, analizando la diferencia en la energía de enlace de dos de los núcleos más sencillos llamados *especulares*. El núcleo *B* se llama especular respecto del núcleo *A*, si el número de protones en *B* es igual al número de neutrones en *A*, mientras que el número de neutrones en *B* es igual a número de protones en *A*. Con otras palabras, para obtener un núcleo especular hay que sustituir los protones por neutrones y éstos por protones.

Estudiemos los núcleos especulares más sencillos: el núcleo del isótopo «ultrapesado» de hidrógeno, tritio ${}^3_1\text{H}$ (o bien ${}^3_1\text{T}$) y el núcleo del isótopo ligero de helio ${}^3_2\text{He}$. El primero contiene un protón y dos neutrones, el segundo, dos protones y un neutrón. Las energías de enlace de estos núcleos son iguales a 8,49 MeV y 7,72 MeV, respectivamente. En cada uno de los dos núcleos hay tres nucleones, pero en el tritio están ligados con mayor fuerza que en el helio. Si reconocemos la independencia de la carga de las fuerzas nucleares, la diferencia en las energías de enlace, igual a 0,77 MeV, se debe referir a cuenta de la fuerza de repulsión coulombiana de los dos protones en el helio, ya que en el tritio sólo hay un protón. La repulsión mutua de los protones disminuye, por lo visto, la energía de su enlace y, por lo tanto, la de todo el núcleo de helio. Si adoptamos que 0,77 MeV es la energía potencial de la repulsión coulombiana de los protones U , mediante la fórmula de electrostática $U = q_1q_2/4\pi\epsilon_0r = e^2/4\pi\epsilon_0r$ podemos hallar la distancia entre los protones, con la cual su energía coulombiana es igual al valor dado. Esta será igual a 1,9 fermi, es decir, del mismo orden que el «radio de acción» de las fuerzas nucleares.

5. Las fuerzas nucleares no son *centrales*. No sólo dependen de la distancia entre las partículas, como tiene lugar en los casos de las fuerzas coulombiana y gravitacional. Las fuerzas nucleares dependen, además de la distancia entre los nucleones, de la orientación de sus espines, es decir, si son paralelos o antiparalelos. Esto se desprende claramente de los experimentos para la dispersión de los neutrones por moléculas de para- y ortohidrógeno. Estos dos tipos de moléculas de hidrógeno se distinguen porque en la molécula de parahidrógeno los espines de los protones son

antiparalelos, mientras que en la molécula de ortohidrógeno, paralelos. Es evidente que si la interacción de los nucleones no depende de la orientación de los espines de los nucleones dispersados y dispersadores, la dispersión de los neutrones transcurriría de igual forma que en el para y ortohidrógeno. No obstante, los experimentos han mostrado que la dispersión de los neutrones en el parahidrógeno y en el ortohidrógeno se diferencia en mucho. Esto certifica la dependencia de las fuerzas nucleares de la orientación de los espines.

6. Para las fuerzas nucleares es característica la *saturación*, semejante a la saturación de las fuerzas de enlace químico de los electrones de valencia de los átomos en la molécula. La saturación se manifiesta en que el nucleón interactúa no con todos los restantes nucleones del núcleo, sino que sólo con ciertos de sus vecinos más cercanos, pero no con todos, incluso si ellos se encuentran también en los márgenes del radio de acción de las fuerzas nucleares. La saturación de las fuerzas nucleares se desprende del carácter de la dependencia de la energía de enlace de los núcleos del número másico A . Si no hubiera saturación y cada uno de los A nucleones interactuara con todos los demás ($A - 1$) nucleones, la energía de enlace del núcleo sería proporcional al número de todos los pares de nucleones en el núcleo, es decir, al número de combinaciones de A partículas a pares. En algebra se demuestra que este número es igual a $A(A - 1)/2$, por consiguiente, la energía de enlace del núcleo debería depender de A como $(A^2 - A)/2$, es decir, como la función cuadrática de A . Sin embargo, como muestran los datos acerca de las energías de enlace y los defectos de masa en los núcleos, la dependencia de la energía de enlace del número másico A , es casi lineal. Por consiguiente, las fuerzas nucleares poseen la propiedad de saturación.

Del mismo modo que la saturación de las fuerzas de ligadura química y de valencia provocan la formación de grupos estables de átomos, es decir, moléculas, la saturación de las fuerzas nucleares también condiciona una estabilidad extremadamente alta de determinados grupos de nucleones.

La saturación total de las fuerzas nucleares se alcanza, prácticamente, sólo en las partículas α , que son la formación estable de dos protones y dos neutrones. La saturación de las fuerzas nucleares puede ser ligada al carácter de corto

alcance de éstas, si suponemos que tras el límite del radio de acción de las fuerzas nucleares de atracción entre los nucleones, actúan fuerzas de repulsión que obstaculizan que penetren en la zona de acción de las fuerzas de atracción demasiados nucleones.

7. El corto alcance de las fuerzas nucleares pudo ser explicado basándose en la suposición acerca del *carácter de intercambio* de dichas fuerzas. La idea de que la interacción entre dos partículas puede realizarse a cuenta del intercambio de una tercera partícula, fue por primera vez expresada en 1934 por I. E. Tamm y D. D. Ivanenko.

En la teoría moderna de los campos físicos, que se estudia en la teoría cuántica de campos, se demuestra que el campo se cuantifica de modo semejante a como se cuantifican las características más importantes de las micropartículas, por ejemplo, su energía. La interacción de intercambio surge como resultado de que las partículas en interacción, parece como si intercambiaran cuantos en el campo correspondiente. Así, la interacción electromagnética se interpreta como el intercambio de cuantos del campo electromagnético, es decir, fotones que se estudiaron en el cap. 68, la gravitación como el intercambio de cuantos del campo gravitatorio, o sea, gravitones.

Hasta la fecha, los gravitones no han sido descubiertos, sin embargo, en la actualidad se realizan trabajos para su hallazgo. Para el descubrimiento de los gravitones, la dificultad experimental más importante con que se tropieza, consiste en la pequeña intensidad de las ondas gravitatorias emitidas por sus posibles fuentes.

En el cuadro de interacciones del campo, hay que considerar que la interacción de las partículas nucleares, los nucleones, también se realiza por medio de un *campo nuclear* especial, mediante el intercambio de cuantos de este campo. Un tiempo relativamente largo se tardó en aclarar qué eran en realidad los cuantos del campo nuclear. Primero consideraban que deberían ser electrones, lo cual parecía ser certificado por la emisión de electrones durante la desintegración β . Aunque no hay electrones en los núcleos (§ 80.4) éstos pueden aparecer durante ciertos procesos que transcurren en el interior de los núcleos y, que como se suponía, podrían ser portadores de interacciones y entre los nucleones. I. E. Tamm demostró que los electrones no pueden ser cuantos del campo nuclear. Esto contradiría los datos

experimentales, es decir, al pequeño radio de acción de las fuerzas nucleares y a la gran fuerza de enlace de los núcleos.

De forma teórica, los cuantos del campo nuclear fueron fundamentados en 1935 por H. Yukawa. Resultaron ser unas partículas con masa en reposo más de 200 veces mayor que la del electrón. Estas partículas recibieron el nombre de *mesones*, ya que su masa en reposo es intermedia entre las masas del electrón y el nucleón (del griego *mesos*, medio, intermedio). De inmediato, los mesones de Yukawa fueron hallados de forma experimental y se les llamó mesones π o bien piones, ya que fueron descubiertos también mesones con otra masa (§ 83.3).

La idea de Yukawa puede ser comprendida, lo mismo que ser valorada con aproximación la masa de este mesón, partiendo de los siguientes razonamientos.

La interacción de dos nucleones puede ser representada con evidencia del modo siguiente. En el entorno de un nucleón surge (nace) un mesón, que se desplaza hacia otro nucleón y es absorbido por él. El tiempo Δt de propagación del mesón de un nucleón a otro es el tiempo de su interacción. En este lapso, las energías de los nucleones que actúan mutuamente, varían: la del nucleón que cede el mesón disminuye, la del nucleón que absorbe el mesón, aumenta. Podemos decir que en el intervalo de tiempo Δt existe incertidumbre en la energía de cada uno de los nucleones en interacción, ya que es imposible decir cuando abandonó el mesón uno de los nucleones y cuando lo absorbía el otro. De acuerdo con el principio de incertidumbre de Heisenberg (§ 70.2), la incertidumbre de la energía $\Delta \mathcal{E}$ está relacionada con el tiempo de su existencia por la relación $\Delta \mathcal{E} \cdot \Delta t \approx \hbar$. Como la incertidumbre de energía está ligada a la pérdida o adquisición de un mesón, ésta no puede ser menor que la energía del mesón. Para simplificar, supongamos que $\Delta \mathcal{E}$ es igual a la energía en reposo del mesón:

$$\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E}_0 = m_\pi c^2,$$

donde m_π es la masa en reposo del mesón π . Por lo tanto,

$$\Delta t \approx \hbar / \Delta \mathcal{E} \approx \hbar / m_\pi c^2.$$

Vamos a considerar que los mesones en el núcleo son partículas relativistas, es decir, se mueven a velocidades v próximas a la de la luz en el vacío c . Para mayor sencillez sea $v = c$. Ya que por intermedio del mesón se efectúa

la interacción entre los nucleones, la distancia R_π que recorrerá el mesón, será igual al radio de acción de las fuerzas nucleares: hagamos $R_\pi = 1,5$ fermi. Por consiguiente,

$$R_\pi = v \Delta t = c \Delta t \approx c\hbar/(m_\pi c^2) = \hbar/(m_\pi c), \quad (80.8)$$

de donde

$$m_\pi = \hbar/(R_\pi c). \quad (80.9)$$

Si ponemos los datos numéricos en la anterior relación, podremos calcular la masa del mesón de Yukawa m_π , que será igual a $m_\pi \approx 250 m_e$, donde m_e es la masa en reposo del electrón. De acuerdo con los datos modernos, la masa en reposo del pión es igual a 264 ó 273 masas electrónicas, en función del tipo del pión y, además, de si está cargado o no cargado (§ 83.4).

Como vemos, cálculos muy aproximados nos dan un resultado por completo satisfactorio. La relación (80.8) define el radio de acción de las fuerzas, cuya transmisión se realiza mediante partículas con masa en reposo determinada. De la fórmula (80.8) vemos que este radio es igual a la longitud de onda de Compton (efecto Compton) de una partícula con la correspondiente masa en reposo (§ 68.6).

La relación (80.8) con la masa prefijada del mesón π , determina el radio de acción de las fuerzas nucleares. Esta relación puede ser interpretada de la manera siguiente. Durante el tiempo $\Delta t = \hbar/m_\pi c^2 \approx 10^{-23}$ s, de forma constante se emiten y absorben mesones π que aquí intervienen como procedimiento para la descripción de la interacción de los nucleones con ayuda del campo de mesones. Estos mesones π son virtuales. Si al nucleón se le comunica energía complementaria al chocar con otros nucleones, en lugar del mesón π virtual, el nucleón emite un mesón π real (pión) (§ 83.4).

Si en calidad de cuantos del campo consideramos los fotones, obtendremos $R_f = \infty$, ya que su masa en reposo es igual a cero. Esto significa, que el radio de acción de las fuerzas electromagnéticas es infinitamente grande: al realizar la interacción, los fotones pueden recorrer distancias cuan se quiera grandes. Esto corresponde al conocido concepto de que las fuerzas electromagnéticas (eléctricas y magnéticas) disminuyen con lentitud al aumentar las distancias entre las cargas o corrientes que actúan recíprocamente, reduciéndose a cero en el infinito.

§ 80.6. Dimensiones de los núcleos

1. En relación con los experimentos de Rutherford para la dispersión de las partículas α mediante núcleos, fue indicado el método de estimación de las dimensiones de los núcleos. Estas dimensiones obtenidas según el método indicado, dependen no sólo de las propiedades del propio núcleo, sino que también de la energía de la partícula α que lo bombardea. La dimensión del núcleo determinada por este método, está condicionada por las fuerzas coulombianas, que tienen radio de acción mucho mayor que las fuerzas nucleares específicas.

2. Como *dimensión lineal propia del núcleo* hay que entender su dimensión condicionada por las fuerzas nucleares de interacción de sus nucleones. Al determinar las dimensiones del núcleo conviene tomar en consideración que el núcleo es un sistema de partículas que se somete a la mecánica cuántica y, por lo tanto, al principio de incertidumbre de Heisenberg. Por esta causa, las dimensiones de la región en la que se hallan las partículas nucleares, pueden ser prefijadas sólo con la precisión que permite dicho principio. Dicho en otros términos, los límites de la región, llamada dimensiones del núcleo, están «difuminados» por necesidad. Esto también se refiere por completo a la apreciación de la región del espacio ocupada en el átomo por los electrones, es decir, a la definición de las dimensiones del átomo en su conjunto.

3. De manera experimental, la dimensión del núcleo puede ser determinada al estudiar la dispersión de las partículas eléctricamente neutras en los núcleos, cuando aquellas tienen energía suficientemente grande, así como los electrones de energías ultraaltas. Los experimentos para la dispersión de los neutrones en los núcleos ha mostrado que el radio del núcleo aumenta con el crecimiento del número másico, según la ley

$$R = R_0 \sqrt[3]{A}, \text{ donde } R_0 \approx (1,4 \dots 1,5) \text{ fermi.} \quad (80.10)$$

La fórmula (80.10) puede ser interpretada del modo siguiente. El núcleo es un conjunto de partículas de dimensiones aproximadamente iguales, situadas a iguales distancias las unas de las otras, de manera que para cada partícula corresponde un volumen «eficaz» igual. Entonces, el volumen del núcleo será proporcional al número de nucleones

que hay en él, lo que expresa la fórmula (80.10). En efecto, si R es el radio del núcleo y R_0 , el «radio» de un nucleón, tendremos la igualdad $(4/3)\pi R^3 = (4/3)\pi R_0^3 A$, de donde se deduce la fórmula (80.10).

Los núcleos más pesados, por ejemplo los de uranio, tienen secciones «transversales» cerca de $3 \cdot 10^{-28}$ m², mientras que sus radios se aproximan por el orden de su valor a 10^{-14} m.

4. Haciendo uso de la fórmula (80.10) podemos calcular la densidad media ρ de la sustancia nuclear. Suponiendo que el núcleo tiene la forma de una esfera de radio R ,

$$\rho = \frac{M_N}{(4/3)\pi R^3}. \quad (80.11)$$

Aquí M_N es la masa del núcleo. Si aceptamos la masa del núcleo $M_N = m_n A$, donde m_n es la masa del neutrón,

$$\rho = \frac{1,675 \cdot 10^{-27}}{(4/3)\pi (1,5 \cdot 10^{-15})^3} \approx 1,3 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3.$$

Señalemos que la densidad de la sustancia nuclear no depende del número A de nucleones en el núcleo. El resultado muestra que la densidad de la sustancia nuclear es colosal, no puede ser comparada con la densidad de las sustancias corrientes, que constan de átomos de los elementos químicos y sus compuestos.

§ 80.7. Modelo nuclear de la gota líquida

1. En la actualidad no hay aún conocimientos completos sobre las fuerzas nucleares, lo que hace imposible la creación de la teoría completa del núcleo atómico. Por esta razón, en física del núcleo son empleados diversos modelos de éste, que permiten describir y calcular diferentes magnitudes que caracterizan las propiedades de los núcleos y los procesos que en ellos transcurren. Diferentes modelos son como fotografías de un mismo cuadro, pero desde distintas posiciones. Cada una de ellas da la representación sólo de ciertas propiedades de los núcleos atómicos.

Aquí vamos a examinar sólo el modelo más sencillo del núcleo, es decir, de la gota líquida. Se ha elegido este modelo a causa de que es relativamente sencillo. Además, permite describir de forma cuantitativa no sólo ciertas propiedades de los núcleos, sino también el proceso de su desintegración. Este tiene gran importancia para conocer

los fundamentos físicos de la energía nuclear (véase el cap. 82).

2. Desde el punto de vista histórico, el modelo de la gota líquida fue propuesto en 1936 por Ya. I. Frenkel y desarrollado por Bohr y Weizsaecker. En este modelo se hace uso de la analogía entre el núcleo atómico y una gota de agua cargada. Por ejemplo, de modo semejante a las fuerzas nucleares de corto alcance, las fuerzas de interacción entre las moléculas de un líquido tienen pequeño radio de acción. Las fuerzas nucleares, como las que actúan entre las moléculas de un líquido, poseen la propiedad de saturarse. Además, para una gota de líquido es característica la densidad constante de su sustancia (para las condiciones externas prefijadas, o sea, temperatura y presión), que no depende de la cantidad de partículas que constituyen la gota. Como ya sabemos, el núcleo tiene una energía específica de enlace aproximadamente constante y una densidad permanente, que no depende del número de nucleones que hay en el núcleo. Por último, la analogía entre el núcleo y la gota líquida se manifiesta en que en los dos casos se observa una determinada movilidad de las moléculas que forman la gota y los nucleones que constituyen el núcleo.

Sin embargo, hay que remarcar una vez más que el núcleo-gota debe considerarse *cargado* y sometido a las leyes de mecánica cuántica. Por esta causa, el núcleo se distingue en esencia de la gota líquida.

Durante la confección del modelo nuclear de la gota líquida, tuvo considerable importancia el crecimiento gradual de la razón $(A - Z)/Z$ de la unidad hasta 1,6 al final del sistema, junto con el aumento de Z y A . La mayor estabilidad se observa en aquellos núcleos que son caracterizados por la misma «concentración» de protones y neutrones. El crecimiento de la razón $(A - Z)/Z$, junto con el aumento de A , significa que crece la concentración de neutrones en el «líquido nuclear». A cuenta del aumento de la energía coulombiana de repulsión de los protones, que aumenta de forma proporcional a Z^2 , decrece la concentración de protones y, correspondientemente, aumenta la concentración de neutrones en el núcleo-gota.

3. La base teórica del modelo de la gota líquida del núcleo fue la fórmula de Weizsaecker para la energía total del núcleo, que en dicha fórmula está representada como la suma de seis términos:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_4 + \mathcal{E}_5 + \mathcal{E}_6. \quad (80.12)$$

El primer término \mathcal{E}_1 es la energía en reposo del núcleo, ligada con las masas en reposo de los nucleones que forman el núcleo (§§ 80.3, 80.4):

$$\mathcal{E}_1 = [Zm_p + (A - Z)m_n] c^2.$$

El segundo término \mathcal{E}_2 toma en consideración el desprendimiento de energía al formarse el núcleo de los nucleones, es decir, la energía de enlace del núcleo. Es negativo, ya que la energía de enlace *se desprende* durante la fusión nuclear. Como fue aclarado en el § 80.4, la energía específica de enlace para un nucleón puede ser considerada, con la primera aproximación, igual para todos los núcleos, por lo tanto, la energía total de enlace en el núcleo es proporcional al número A de nucleones en el núcleo:

$$\mathcal{E}_2 = -\alpha_1 A,$$

con ello, el coeficiente α_1 debe ser hallado a base de datos experimentales.

El tercer término \mathcal{E}_3 tiene en cuenta la llamada *energía superficial del núcleo*, semejante a dicha energía en los líquidos (§ 34.7). Lo mismo que las moléculas que se hallan en la capa superficial del líquido, los nucleones exteriores, situados en los límites del núcleo, sufren atracción unilateral por parte de los nucleones interiores, la que está dirigida al interior del núcleo. Esto condiciona una energía potencial complementaria de los nucleones exteriores y, por lo tanto, de todo el núcleo. Como en el caso de un líquido, la energía superficial del núcleo es proporcional al área de su superficie:

$$\mathcal{E}_3 = \sigma \cdot 4\pi R^2,$$

donde σ es el coeficiente de la tensión superficial del núcleo (§ 34.7). Como de acuerdo con (80.10) el radio del núcleo es proporcional a $A^{1/3}$, la expresión para \mathcal{E}_3 se puede escribir así:

$$\mathcal{E}_3 = \alpha_2 A^{2/3},$$

donde α_2 es un nuevo coeficiente de proporcionalidad que también debe ser obtenido en los experimentos.

El cuarto término tiene en cuenta la energía potencial positiva de la repulsión coulombiana de los protones en el núcleo:

$$\mathcal{E}_4 \approx \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R} \approx \frac{(Ze)^2}{4\pi\epsilon_0 R},$$

donde ϵ_0 es la constante dieléctrica en unidades del SI. Sustituyendo R de acuerdo con (80.11), obtenemos

$$\mathcal{E}_4 = \alpha_3 Z^2 A^{-1/3},$$

donde el coeficiente α_3 puede ser calculado de modo teórico.

La magnitud \mathcal{E}_5 tiene en cuenta la diversa estabilidad de los núcleos que contienen diferente número de protones y neutrones. La estabilidad del núcleo está ligada directamente con su energía, con la particularidad de que, como siempre, el estado de un sistema de partículas es tanto más estable, cuanto menor es su energía. Los más estables, por lo que tienen la mayor energía específica de enlace, son los núcleos que contienen igual número de protones y neutrones:

$Z = A - Z$, es decir, $A = 2Z$; $A - 2Z = 0$. La desviación relativa de la igualdad del número de protones y neutrones es igual a $(A - 2Z)/A$. Por consiguiente, la energía adicional que corresponde a un nucleón, condicionada por la desigualdad del número de protones y neutrones en el núcleo, será función de dicha razón. Su forma exacta es desconocida. Considerando que ella no depende del signo del argumento $(A - 2Z)/A$, es decir, de qué partículas son precisamente mayoría en el núcleo, los protones o neutrones, se supone que esta función es cuadrática:

$$\frac{\mathcal{E}_5}{A} = \alpha_4 \left(\frac{A - 2Z}{A} \right)^2 \text{ o bien } \mathcal{E}_5 = \alpha_4 \frac{(A - 2Z)^2}{2},$$

donde el coeficiente α se halla en los datos experimentales.

Por fin, el último término en (80.12) toma en consideración el hecho de que la interacción entre los nucleones depende de la orientación de sus espines. Esto lleva a que en los núcleos con número par de protones y neutrones, la energía de enlace es la máxima, mientras que en los núcleos con número impar de protones y neutrones, la mínima. Esta diferencia en la energía de enlace de los núcleos tiene en cuenta la magnitud \mathcal{E}_6 . A causa de las dificultades para la elección unívoca de dicha magnitud en dependencia de A , con frecuencia se hace uso de la siguiente:

$$\mathcal{E}_6 = \pm \alpha_5 \cdot A^{-3/4},$$

donde α_5 es un coeficiente que se halla de forma empírica. Los signos más y menos se refieren a los núcleos con número par de protones y neutrones y a los núcleos con número impar de unas y otras partículas.

De acuerdo con su definición según la fórmula (80.5), la energía de enlace del núcleo es la diferencia entre la energía en reposo de los nucleones que lo forman y la energía completa del núcleo:

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{en}} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}. \quad (80.13)$$

En la actualidad se toman los siguientes valores numéricos de los coeficientes en la fórmula de Weizsaecker: $\alpha_1 = 15,75$ MeV; $\alpha_2 = 17,8$ MeV; $\alpha_3 = 0,71$ MeV; $\alpha_4 = 23,7$ MeV; $\alpha_5 = 34$ MeV. Poniendo estos valores en (80.13), obtenemos la siguiente fórmula para la energía de enlace del núcleo:

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{en}} = 15,75A - 17,8A^{2/3} - 0,71 Z^2 A^{-1/3} - 23,7 (A - 2Z)^2 A^{-1} \pm 34A^{-3/4}. \quad (80.14)$$

4. Hasta el momento no hemos introducido criterio alguno para determinar la estabilidad del núcleo atómico. Demos el nombre de estables a tales núcleos atómicos cuya composición no varía con el tiempo.

La fórmula semiempírica (80.14) para la energía de enlace del núcleo permite establecer correlaciones entre la carga Z del núcleo y su número másico A , para los que los núcleos resultan ser los más estables. Estudiemos los núcleos que tienen los datos A ($A = \text{const}$), es decir, isóbaros que

se distinguen por la carga del núcleo Z . Para semejantes núcleos la energía de enlace $\Delta\mathcal{E}_{\text{en}}$, definida por la fórmula (80.14), será únicamente función de Z . Partiendo de consideraciones generales, se puede establecer el criterio de estabilidad de los núcleos. Es evidente, que para el valor de A dado, los núcleos más estables serán aquellos que tienen los valores de Z correspondientes al valor mínimo de la energía total \mathcal{E} del núcleo. Estos valores de Z_{est} pueden ser hallados de la condición que expresa el mínimo de energía del núcleo. Un cálculo que omitimos, nos lleva a la fórmula

$$Z_{\text{est}} = A/(2 + 0,015 A^{2/3}). \quad (80.15)$$

En calidad de Z_{est} hay que tomar el valor entero más cercano al obtenido por la fórmula (80.15), que concuerda bien con los datos experimentales. De ella, en particular, sigue que para núcleos no muy pesados $Z_{\text{est}} \approx A/2$, o sea, el número de protones en el núcleo es igual al de neutrones.

Capítulo 81

RADIOACTIVIDAD NATURAL

§ 81.1. Generalidades acerca de las radiaciones radiactivas

1. Recibe el nombre de *radiactividad natural* la transformación espontánea de unos núcleos atómicos en otros. Se acompaña por la emisión de determinadas partículas (rayos α y σ , antineutrino y neutrino) y de la radiación electromagnética (rayos γ). Por regla, la radiactividad natural se observa en los núcleos pesados, situados al final del Sistema Periódico de Mendeléiev, tras el plomo. No obstante, también hay núcleos ligeros con radiactividad natural: los isótopos de potasio ${}^{40}_{19}\text{K}$, de carbono ${}^{14}_6\text{C}$, de rubidio ${}^{87}_{37}\text{Rb}$, etc.

La radiactividad natural fue descubierta en 1896 por A. Becquerel. Éste se ocupaba del estudio del problema acerca de si acompaña o no la fluorescencia de cualquier naturaleza la radiación de rayos X. Becquerel realizaba

experimentos con sales de uranio, algunas de las cuales tienen capacidad fluorescente y actúan sobre la placa fotográfica. Becquerel reveló que los compuestos de uranio, que durante muchos años se encontraban en la oscuridad, continuaban actuando sobre la placa fotográfica, con la particularidad de que la acción más fuerte era ejercida por el uranio metálico. Este hecho le hizo llegar a la conclusión de que el uranio emite rayos especiales.

Las investigaciones mostraron que estos rayos penetran a través de finas pantallas metálicas e ionizan los gases por los que pasan. Una particularidad admirable de la radiación descubierta era su *espontaneidad* y *constancia*, completa independencia de la variación de las condiciones externas: iluminación, presión y temperatura.

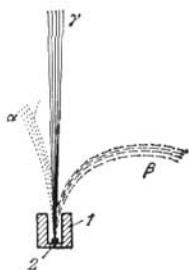


Fig. 81.1.

Pierre y Marie Curie descubrieron que la uraninita es capaz de crear una radiación cuya intensidad supera cuatro veces la de la radiación de uranio. Esto ofreció la base para buscar una fuente de radiación más potente que el uranio. En 1898 Pierre y Marie Curie descubrieron dos nuevos elementos [radiactivos: polonio y radio ($^{210}_{84}\text{Po}$) ($^{226}_{88}\text{Ra}$).

Las sustancias que emitían nuevas radiaciones fueron llamadas *radiactivas*, mientras que la nueva propiedad de la materia, relacionada con la presencia de radiaciones especiales, *radiactividad*.

2. De inmediato después del descubrimiento de polonio y radio fue establecida la heterogeneidad de las radiaciones que emiten. Resultó, que la radiación consta de tres tipos de rayos: α , β y γ . El análisis de la composición de la radiación se realizó según la desviación de las radiaciones radiactivas en el campo magnético. En la fig. 81.1 es mostrado el esquema de separación de los rayos α , β y γ en el campo magnético, dirigido perpendicularmente al plano de la figura, de arriba abajo: 1—recipiente de plomo de gruesas paredes, 2—elemento radiactivo Ra. El carácter de la desviación de los rayos en el campo magnético nos muestra que los rayos α portan carga positiva, los rayos β , negativa, los rayos γ no tienen carga.

Posteriores investigaciones han mostrado que los rayos α son un flujo de núcleos de helio. Para aclarar la naturaleza de los rayos α , Rutherford efectuó el siguiente experimento. Una ampolla de vidrio con gas radiactivo radón (${}^{222}_{86}\text{Rn}$) fue ubicado en un recipiente de vidrio en el que se creó vacío profundo. Las partículas α emitidas por el radón eran absorbidas por las paredes del recipiente y, con esto, se transformaban en átomos de helio, cada uno de los cuales se unía dos electrones. Los átomos de helio formados se desprendían de las paredes del recipiente al calentarlo.

El análisis del espectro del gas en el recipiente, mostró que coincide realmente con el espectro de radiación de helio. De esta forma se confirmó que las partículas α emitidas por el radón se convertían en helio. El estudio de la desviación de los rayos α en los campos magnético y eléctrico, permitió medir la carga específica de la partícula α q/m_α (m_α es la masa de dicha partícula) y certificó que las representaciones sobre su naturaleza eran correctas. La carga de la partícula α es igual a $2e$, mientras que su masa coincide con la del núcleo del isótopo de helio ${}^4_2\text{He}$.

3. Los rayos β son un flujo de electrones en rápido movimiento, cuya velocidad supera la de los rayos catódicos (electrónicos) corrientes. La energía de las partículas β alcanza 10 MeV. Su velocidad se aproxima a la de la luz en el vacío. Las mediciones de la carga específica q/m_β , donde m_β es la masa de la partícula, certificaron las conclusiones acerca de la naturaleza de los rayos β .

4. Los rayos γ son una radiación electromagnética dura, que entre todas las radiaciones radiactivas tienen el mayor poder de penetración. Los rayos γ proporcionan una ionización relativamente débil de la sustancia por la que pasan. La naturaleza electromagnética de los rayos γ y sus propiedades fueron estudiadas mediante los mismos métodos que se utilizaron al estudiar el origen y las propiedades de los rayos X (§ 62.5).

Los datos fundamentales sobre las propiedades de los rayos γ fueron obtenidos al estudiar su absorción y dispersión en la sustancia. Los rayos γ tienen mayor frecuencia que los rayos X y las propiedades cuánticas en los primeros se manifiestan en mayor grado que en los segundos.

5. Por medio de experimentos fue establecido que todas las radiaciones radiactivas ejercen influjo químico, provocan el ennegrecimiento de las placas fotográficas. Las radia-

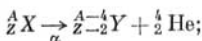
ciones radiactivas llaman la ionización de los gases y, a veces, de los cuerpos condensados por los que ellos pasan, excitan la fluorescencia de una serie de sólidos y líquidos. Estas propiedades sirven de base para los métodos experimentales de descubrimiento e investigación de las propiedades de los rayos radiactivos (§ 81.8)

§ 81.2. Reglas de desplazamiento durante las transformaciones radiactivas

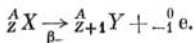
1. Los experimentos de Rutherford, dedicados a la aclaración de la naturaleza de los rayos α , mostraron que el decrecimiento del radón radiactivo con el tiempo transcurre según la ley e^{-bt} , donde b es cierta magnitud constante. Resultó que dicha constante, que caracteriza el transcurso del proceso radiactivo en el tiempo, no depende en absoluto de las condiciones externas, así como de la concentración de los átomos radiactivos. Como fue aclarado, la desintegración del radio en las sales RaCl_2 y RaBr_2 sólo depende de la cantidad de átomos de radio en esos compuestos, es decir, la velocidad del proceso no es función de si se desintegra la sustancia en forma de un elemento químicamente puro o de sus compuestos. Todos estos factores nos llevan a la conclusión de que las *transformaciones radiactivas son una propiedad de los núcleos atómicos*, que pueden sufrir de modo espontáneo semejantes transformaciones.

2. Las transformaciones de los núcleos, acompañados por la emisión de rayos α y β reciben, respectivamente, el nombre de *desintegración α* y *β* . El término «desintegración γ » no existe. El núcleo que se desintegra denomínase *precursor*, mientras que el núcleo, producto de la desintegración, *hijo*. Al analizar los resultados de las desintegraciones radiactivas, por vías experimentales, fueron descubiertas las *reglas de desplazamiento* durante las desintegraciones radiactivas:

durante la desintegración α :



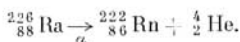
durante la desintegración β :



Aquí X es el símbolo químico de núcleo precursor, Y, del hijo, ${}^4_2\text{He}$, el núcleo del isótopo de helio, ${}^0_{-1}\text{e}$, designación del electrón: su carga es igual a -1 (en unidades de carga elemental e), mientras que el número másico es igual a cero, ya que la masa del electrón es 1836 veces menor que la del protón.

Las reglas de desplazamiento son corolarios de dos leyes de la conservación que se cumplen durante las desintegraciones radiactivas, es decir, de la conservación de la carga eléctrica y del número másico: la suma de cargas (así como de los números másicos) de los productos de desintegración es igual a la carga (número másico) de núcleo inicial.

La desintegración del radio con desprendimiento de radón y una partícula α ilustra dichas reglas:



La desintegración α hace disminuir el número másico en 4 y el número de carga nuclear en 2, es decir, desplaza el elemento en dos células a la izquierda en el sistema de Mendeléiev. La desintegración β no hace variar el número másico, mientras que hace aumentar en 1 el número de carga nuclear, es decir, desplaza el elemento a una célula a la derecha en el sistema de Mendeléiev.

3. Por regla el núcleo hijo, obtenido como resultado de la desintegración radiactiva, es también radiactivo. Su núcleo hijo, que ya es «nieto» respecto del inicial, puede asimismo ser radiactivo, etc. Así surge una cadena de transformaciones radiactivas y los núcleos relacionados con esta cadena forman una *serie* o *familia radiactiva*. Los miembros de las series radiactivas son los isótopos radiactivos de los elementos, situados en las células correspondientes del Sistema Periódico.

Los núcleos radiactivos naturales forman tres *familias radiactivas*, que se denominan por el nombre del elemento que encabeza la serie: familia de uranio (${}^{238}_{92}\text{U}$), de torio (${}^{232}_{90}\text{Th}$) y de actinio (${}^{235}_{89}\text{Ac}$). Además, existe una familia radiactiva más, obtenida de forma artificial y que comienza en el elemento transuránico neptunio (${}^{237}_{93}\text{Np}$). El paso de un miembro a otro de cada una de las familias radiactivas naturales transcurre por una cadena de desintegraciones α y β y se acaba en los núcleos estables de los isótopos de

plomo. La familia de torio se acaba en el núcleo ${}_{82}^{208}\text{Pb}$, de uranio en ${}_{82}^{206}\text{Pb}$, de actinio en ${}_{82}^{207}\text{Pb}$. La familia de neptunio termina en el núcleo de vismuto ${}_{83}^{209}\text{Bi}$.

No conociendo con detalle, cuál miembro de la serie dada sufre desintegración α o β , con absoluta determinación podemos decir cuántas desintegraciones α y β deben producirse para que el núcleo inicial dado se convierta en el núcleo final prefijado. Como ejemplo, hallemos cuántas desintegraciones α y β sufre el núcleo de uranio para transformarse en el de plomo: ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow \dots \rightarrow {}_{82}^{206}\text{Pb}$.

El número de desintegraciones α , n_α se halla de inmediato si dividimos la diferencia de números másicos del núcleo inicial y final por 4, ya que dicho número sólo varía durante la desintegración α , con la particularidad de que en una desintegración disminuye en 4. Para nuestro ejemplo $n_\alpha = (A_1 - A_2)/4 = 8$.

Para hallar el número de desintegraciones β n_β nos dirigimos a la variación del número de carga nuclear. Ha disminuido en $92 - 82 = 10$ unidades. Sin embargo, hay que tener en cuenta que con la desintegración α el número de carga disminuye en 2, con la desintegración β , en 1. De este modo obtenemos la ecuación para determinar el número de desintegraciones β : $Z_1 - Z_2 = 2n_\alpha - n_\beta$; $2n_\alpha - n_\beta = 10$. Como ya conocemos el valor de n_α , obtenemos $n_\beta = 6$. De esta manera resulta que durante la transformación en plomo, el núcleo de uranio sufre ocho desintegraciones α y seis β .

§ 81.3. Ley fundamental de la desintegración radiactiva

1. Las desintegraciones radiactivas disminuyen con el tiempo el número de núcleos precursores no desintegrados. Hallemos la ley según la que transcurre el decrecimiento del número de núcleos que se desintegran. Sea que en el momento inicial de tiempo $t = 0$ hay N_0 núcleos del elemento radiactivo X. Aclaremos qué número de núcleos de este elemento quedarán sin desintegrarse en el momento de tiempo t tomado al azar. A causa del carácter espontáneo del proceso de desintegración, es natural suponer que en transcurso de un intervalo de tiempo mayor se desintegrará un número más grande de núcleos. Además, durante el lapso dado, por ejemplo en el transcurso de un minuto, se desintegran tanto

más núcleos, cuanto más núcleos hay. Estas dos suposiciones son la base para obtener la ley de las transformaciones radiactivas. Si designamos por N el número de núcleos no desintegrados en el momento de tiempo t , y el número de núcleos no desintegrados en el momento $t + dt$ por $N - dN$, la variación del número de núcleos no desintegrados, es decir, el número de núcleos desintegrados, será proporcional a N y dt , o sea,

$$dN \sim N dt \quad \text{o bien} \quad dN = -\lambda N dt, \quad (81.1)$$

donde el coeficiente positivo de proporcionalidad λ recibe el nombre de *constante de desintegración* o bien constante radiactiva para el tipo dado de núcleos. El signo menos en el segundo miembro de (81.1) quiere decir que dN debe ser negativo, es decir, se produce la desintegración de los núcleos, la disminución del número de núcleos no desintegrados. Su número final es menor que el inicial. De la relación (81.1) sigue que la constante de desintegración es de por sí el decrecimiento relativo del número de núcleos que sufren desintegración por la unidad de tiempo:

$$\lambda = - \frac{dN/N}{dt}. \quad (81.2)$$

Con otras palabras, la constante de desintegración caracteriza la parte de núcleos que se desintegra por la unidad de tiempo, es decir, determina la *velocidad* de desintegración radiactiva. La constante λ no depende de las condiciones externas y sólo se determina por las propiedades internas del núcleo y tiene la dimensión $[\lambda] = T^{-1}$.

2. Con ayuda de la relación (81.1) se puede resolver el problema que fue planteado en el p. 1: hallar la ley de transcurso en el tiempo del proceso de desintegración radiactiva. De forma análoga a como lo hicimos en el § 72.8, dividamos la expresión (81.1) e integremos la ecuación obtenida:

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt.$$

Después de la integración tenemos $\ln(N/N_0) = -\lambda t$, definitivamente,

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (81.3)$$

Aquí N_0 es el número inicial de núcleos radiactivos que existía en el momento que aceptamos como comienzo de registro del tiempo, es decir, para $t = 0$, N , el número de núcleos radiactivos en el momento de tiempo t . En la fig. 81.2 se muestra la dependencia entre $\ln(N/N_0)$ y el tiempo t . Esta nos permite determinar la constante de desintegración λ por la inclinación de la recta. Se puede mostrar que $\operatorname{tg} \alpha = \lambda K$ (compárese con la pág. 259).

3. Para apreciar la estabilidad de los núcleos radiactivos respecto de la desintegración, para juzgar acerca de

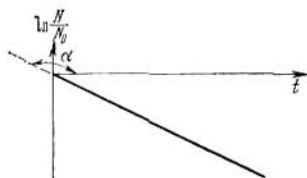


Fig. 81.2.

la velocidad de desintegración, en la práctica se usa con mayor frecuencia no la constante de desintegración λ , sino la magnitud de período de semidesintegración $T_{1/2}$. Así se denomina el tiempo durante el cual se desintegra la mitad de la cantidad inicial de núcleos o el tiempo, al pasar el

cual queda no desintegrada la mitad del número inicial de núcleos: $t = T_{1/2}$ si $N(T_{1/2}) = N_0/2$. De esta definición, sobre la base de ley de desintegración (81.3), obtenemos la relación entre $T_{1/2}$ y λ : $N_0/2 = N_0 \exp(-\lambda T_{1/2})$, de donde mediante la reducción de N_0 y la logaritmación, tendremos

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}, \text{ o bien } \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,693} T_{1/2} = 1,44 T_{1/2}. \quad (81.4)$$

Los períodos de semidesintegración de diversos elementos radiactivos naturales oscilan en márgenes muy amplios. El período de semidesintegración de uranio constituye 4,5 mil millones de años, de radio 1590 años, de protactinio 32 000 años, de radón 3,825 días y de radio-C (uno de los isótopos de polonio) $1,5 \cdot 10^{-4}$ s. El período de semidesintegración de ciertos elementos radiactivos producidos de modo artificial, constituye millonésimas y cienmillonésimas partes de segundo.

4. La constancia del período de semidesintegración $T_{1/2}$ (o bien λ) para el elemento radiactivo dado significa que estas magnitudes son las características de enormes

conjuntos de núcleos atómicos. La desintegración radiactiva es un proceso estadístico (§ 81.6).

En relación con el concepto de período de semidesintegración, surge a veces la representación falsa de que si el período de semidesintegración es igual a $T_{1/2}$, el período total de desintegración es igual a $2T_{1/2}$. Esto no es así. Si después de un tiempo igual a $T_{1/2}$ queda la mitad de la cantidad inicial de núcleos ($N_0/2$), al pasar un tiempo $2T_{1/2}$ quedará la mitad de la mitad de N_0 , es decir, $1/4$ de la cantidad inicial, después de $3T_{1/2}$, la mitad de $N_0/4$, es decir, $N_0/8$, etc.

§ 81.4. Actividad y su medición

1. Es lógico que surja la pregunta: ¿cómo medir un período de semidesintegración muy grande o muy pequeño? La aplicación directa de la ley de desintegración (81.3) no sirve para este fin. Pero viene en nuestra ayuda el hecho de que los productos de la desintegración radiactiva, por regla, también son radiactivos. Por esta causa, la cantidad de núcleos hijo, hablando en general, varía con el tiempo. No obstante, puede llegar el llamado *equilibrio móvil* entre el crecimiento del número de núcleos hijo (a causa de la desintegración de los precursores) y la disminución de su número a consecuencia de la desintegración.

En condiciones de equilibrio, el número de núcleos hijo nacidos por unidad de tiempo, es igual, por un lado, al número de núcleos hijo desintegrados y, por otro lado, al número de núcleos precursores desintegrados. Por lo tanto, con el equilibrio móvil el número de desintegraciones por unidad de tiempo de núcleos precursores e hijo es igual: $-dN_{pr}/dt = -dN_h/dt$. Pero de acuerdo con (81.1)

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N; \quad (81.5)$$

por consiguiente, durante el equilibrio es válida la relación siguiente:

$$\lambda_{pr} N_{pr} = \lambda_h N_h, \text{ es decir, } \frac{N_{pr}}{N_h} = \frac{\lambda_h}{\lambda_{pr}} = \frac{T_{pr}}{T_h}. \quad (81.6)$$

Durante el equilibrio, los números de núcleos precursores e hijo son proporcionales a sus períodos de semidesintegración. Se hace uso de esta relación en aquellos casos, cuando el

período de semidesintegración de un tipo de núcleos es demasiado pequeño o bien demasiado grande, es decir, cuando, prácticamente, es imposible emplear la ley de desintegración (81.3).

2. Según definición, el número de desintegraciones por unidad de tiempo $A = -dN/dt$ recibe el nombre de *actividad* de una preparación radiactiva. De (81.5) se desprende que la *actividad de la preparación o preparado es igual al producto de la constante de desintegración por el número de núcleos no desintegrados, que contiene dicha preparación.*

Debido a la constante disminución de los núcleos no desintegrados, la actividad de la preparación restante disminuye de modo constante. Dicha disminución es insignificante si el período de semidesintegración es grande, como para el uranio o radio, pero es preciso tenerla en cuenta si el período de semidesintegración constituye varios años y más aún, días. Por ejemplo, en el caso de los conocidos baños de radón, su actividad disminuye más de dos veces después de dos días, ya que el período de semidesintegración del radón es igual a 3,825 días. Semejante preparación radiactiva debe ser renovada con frecuencia.

3. En el SI sirve de unidad de actividad el segundo a menos la primera potencia (s^{-1}). Esta es la actividad de una preparación radiactiva en la que se produce una desintegración por segundo. Esta unidad denomínase *becquerel* (Bq).

De unidad de actividades fuera de sistema sirve el curio (Ci), así llamada en honor de los esposos Pierre y Marie Curie. El curio es la actividad de 1 g de radio, o sea, el número de actos de desintegración que transcurre en 1 s en 1 g de radio. Calculemos este número.

Para ello, expresemos el período de semidesintegración del radio $T_{1/2} = 1590$ años en segundos y hallemos la constante de desintegración λ . Seguidamente hay que conocer cuantos núcleos contiene 1 g de radio, es decir, el número de átomos de radio en 1 g. Es igual a la constante de Avogadro N_A dividida por la masa de un kilomol M :

$$N = \frac{N_A}{M} = \frac{6,023 \cdot 10^{26} \text{ 1/k mol}}{226 \text{ kg/k mol}} = 2,67 \cdot 10^{24} \text{ kg}^{-1} = 2,67 \cdot 10^{21} \text{ g}^{-1}.$$

Después de esto, de inmediato hallamos la actividad de 1 g de radio:

$$A = \lambda N = \frac{0,693}{T_{1/2}} N = \frac{0,693}{1590 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \cdot 2,67 \cdot 10^{21} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}.$$

Como vemos en un gramo de radio cada segundo se desintegran 37 mil millones de núcleos.

En la actualidad se emplea la siguiente definición: un curio es la actividad de tal preparación radiactiva en la que cada segundo se producen $3,7 \cdot 10^{10}$ desintegraciones.

El curio es una unidad grande, porque de por sí el radio también es un elemento muy activo y la masa igual a 1 g, una magnitud bastante grande para preparaciones reales. Por esta causa, en la práctica se emplean unidades de actividad menores. Se utilizan unidades fraccionales de curio:

$$1 \text{ mCi} = 10^{-3} \text{ Ci}; \quad 1 \text{ } \mu\text{Ci} = 10^{-6} \text{ Ci}.$$

Además, se hace uso de la unidad llamada rutherford (Rd), es decir, la actividad de la preparación en la cual, por segundo, se producen 10^6 actos de desintegración: $1 \text{ Rd} = 10^6 \text{ s}^{-1}$. Es lógico que $1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^4 \text{ Rd}$.

§ 81.5. Cómo hacer uso de la ley de desintegración radiactiva

1. Las fórmulas (81.1)–(81.5) permiten resolver muchos problemas del estudio de la radiactividad. Por ejemplo, con la fórmula (81.1) puede ser calculada la cantidad de núcleos (o la masa) del elemento radiactivo dado que se desintegra o queda sin desintegrar durante uno u otro intervalo de tiempo. Sin embargo, hay que tener en cuenta que con la fórmula (81.1) puede ser hallado el número de núcleos desintegrados sólo en el caso, cuando dicho intervalo es muchas veces menor que el período de semidesintegración, $\Delta t \ll T_{1/2}$. En caso contrario, el resultado tendrá carácter absurdo: el número de núcleos desintegrados resultará ser mayor que su cantidad inicial. Aclaremos esto con un ejemplo. Haciendo uso de (81.1) y (81.5) podemos hallar que en el transcurso de un intervalo infinitamente pequeño Δt se desintegra la siguiente parte de la cantidad inicial de núcleos:

$$\left| \frac{\Delta N}{N} \right| = \lambda \cdot \Delta t = 0,693 \frac{\Delta t}{T_{1/2}}.$$

De aquí vemos, que con $\frac{\Delta t}{T_{1/2}} > \frac{1}{0,693} = 1,44$, es decir, para $\Delta t > 1,44 T_{1/2}$ tenemos $\Delta N/N > 1$, o sea, el número de núcleos desintegrados supera el número de los que teníamos! Para los núcleos con pequeño período de semidesintegración esto podría no ser advertido. Por ejemplo, a primera vista parece natural resolver con ayuda de (81.1) el problema siguiente: hallar la parte de radón que se desintegra durante 6 días. Pero con semejante solución resultará que $\Delta N/N > 1$, es decir, $\Delta N > N$.

2. De modo riguroso tales problemas se resuelven mediante la ley de desintegración (81.3). Primero se halla cuántos núcleos quedan no desintegrados $N(t)$ en el momento de tiempo t . En lo que se refiere al número de núcleos que se han desintegrado en el transcurso de tiempo desde $t = 0$ hasta t , es evidente que será igual a $N_0 - N(t)$. Semejante solución es correcta, aunque requiere cálculos más voluminosos. Hallemos a qué condiciones podemos emplear la fórmula (81.1) en lugar de (81.3) y la posterior substracción. Pongamos en (81.1) la relación entre λ y $T_{1/2}$, según la fórmula (81.4):

$$\lambda N(t) \Delta t = -0,693 N(t) \frac{\Delta t}{T_{1/2}}.$$

De la relación hallada vemos que el resultado del cálculo con la fórmula (81.4) será tanto más preciso, cuanto menor es la magnitud $\Delta t/T_{1/2}$, es decir, cuanto más considerable sea la desigualdad $\Delta t \ll T_{1/2}$.

§ 81.6. Carácter estadístico de la desintegración radiactiva

1. La ley de desintegración radiactiva (81.3) es una consecuencia de la suposición de que la desintegración transcurre de modo espontáneo. Las suposiciones fundamentales, aceptadas al deducir la fórmula (81.1), no nos permiten llegar a la conclusión *de qué núcleo precisamente* sufre la desintegración en el intervalo de tiempo dt dado. La cuestión radica en que todos los núcleos de los átomos del elemento químico que tratamos son *indistinguibles*. Sólo podemos hablar del número de núcleos que sufren desintegración en el intervalo dado de tiempo desde t hasta $t + dt$. Semejante concepto de la desintegración radiactiva significa que se trata de un proceso estadístico, es decir, que la desintegración del núcleo dado es un acontecimiento aleatorio que puede suceder con más o menos probabilidad.

Introduzcamos la noción de *probabilidad de desintegración* de un núcleo por unidad de tiempo. Si durante el tiempo dt se han desintegrado dN núcleos de la cantidad total de éstos N , el decrecimiento relativo $-dN/N$ del número de núcleos, que se produce por unidad de tiempo, es decir, la magnitud $\left(-\frac{dN}{N}\right)dt$, es la probabilidad de desintegración de un núcleo.

2. Semejante definición de la probabilidad coincide exactamente con el sentido de la constante de desintegración λ (véase (81.2)). O sea, que por definición, dicha magnitud es la probabilidad de desintegración de un núcleo por la unidad de tiempo.

A continuación, supongamos que la constante de desintegración no depende del tiempo. Desde el punto de vista físico esto quiere decir que para la desintegración radiactiva de un núcleo, no tiene importancia cuánto tiempo «ha vivido» dicho núcleo y que λ es una constante que caracteriza todos los núcleos de la clase dada. Podemos mostrar que semejante definición de la constante de desintegración nos lleva a la ley de la desintegración radiactiva (81.3) que, por esta causa, resulta ser una *ley estadística*.

§ 81.7. Empleo del fenómeno de la radiactividad para medir el tiempo en geología y arqueología

1. El decrecimiento del número de núcleos radiactivos según la ley (81.3) puede ser un medio para medir el tiempo pasado desde el momento cuando la cantidad de núcleos radiactivos era igual a N_0 , hasta cierto momento de tiempo cuando su cantidad es igual a N . Con otras palabras, la desintegración radiactiva puede desempeñar el papel de un reloj. El intervalo de tiempo entre los momentos cuando el número de núcleos radiactivos era N_0 y se convirtió en N , de acuerdo con (81.3) y (81.4) es igual a

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{N_0}{N} = 1,44 T_{1/2} \ln \frac{N_0}{N}. \quad (81.7)$$

Por regla, como N se toma la cantidad de núcleos que no se han desintegrado en el momento presente, de forma que la fórmula (81.7) determina la edad del conjunto dado de núcleos radiactivos. En la práctica, para diversos fines son necesarios relojes con diferente «marcha». Para determinar la edad de los minerales que yacen en la corteza terrestre, hay que emplear «un reloj geológico» que marcha con suficiente lentitud, o sea, hay que utilizar procesos de desintegración radiactiva con período de semidesintegración del mismo orden que las épocas geológicas, centenares y miles de millones de años. A este requerimiento satisfacen los períodos de semidesintegración de los isótopos de uranio —uranio-238 y uranio-235. En lo fundamental, su mezcla constituye el uranio natural. Sus períodos de semidesintegración son de 4,5 miles de millones y 900 millones de años, respectivamente.

En la actualidad, el uranio natural químicamente puro, contiene 99,28 % de ${}_{92}^{238}\text{U}$, 0,714 % de ${}_{92}^{235}\text{U}$ y 0,006 % de ${}_{92}^{234}\text{U}$, que es producto de la desintegración de ${}_{92}^{238}\text{U}$. A causa de la pequeñez de su cantidad, el uranio-234 puede ser despreciado. Los dos isótopos de uranio ${}_{92}^{238}\text{U}$ y ${}_{92}^{235}\text{U}$ son los que encabezan las familias radiactivas independientes y que, al fin y a la postre, se convierten en isótopos de plomo (§ 81.2). En fin de cuentas, los núcleos de plomo son núcleos de uranio que se han desintegrado. Por la correlación de las cantidades de plomo y uranio en el uranio natural, podemos calcular el intervalo de tiempo, durante el cual se acumuló la cantidad dada de plomo debido a la desintegración de uranio.

2. La edad de los objetos hallados en las excavaciones arqueológicas se determina con ayuda del fenómeno de radiactividad. Pero el «reloj de uranio» para este fin no sirve por dos causas. La primera consiste en que los objetos, producto de la actividad humana, no contienen uranio y lo segundo, que dicho «reloj» va demasiado despacio en lo que atañe a la historia humana, donde el tiempo se mide por siglos o milenios. Por esta razón, como reloj puede servir la desintegración radiactiva con período de semidesintegración de un orden de varios siglos o milenios. La propia naturaleza ha creado el «reloj» necesario para este fin.

3. Las partículas que constituyen los llamados rayos cósmicos primarios, teniendo una energía colosal, al actuar recíprocamente con los núcleos de los elementos que componen la atmósfera terrestre, destruyen los núcleos de ésta en toda clase de «fragmentos» (§ 83.2). Estos fragmentos también poseen gran energía y forman los rayos cósmicos secundarios. Como resultado de la interacción de los rayos cósmicos con los núcleos del nitrógeno atmosférico, éstos se transforman en núcleos de carbono con número másico 14 en vez de 12 como el carbono corriente. El isótopo de carbono $^{14}_6\text{C}$ es radiactivo, con la particularidad de que su período de semidesintegración es de unos 5570 años, lo que plenamente satisface a los arqueólogos. Además, la constancia de la intensidad de los rayos cósmicos primarios (§ 83.2), condiciona la cantidad permanente de carbono radiactivo en la atmósfera. Del carbono radiactivo se forma el gas carbónico radiactivo que se asimila por las plantas lo mismo que el corriente CO_2 . Junto con los alimentos vegetales, el carbono radiactivo penetra en el organismo de los animales y, siendo asimilado, entra en la composición de los tejidos y órganos.

En el vegetal viviente o en el animal el porcentaje de carbono radiactivo, en comparación con el corriente, queda siempre constante con el tiempo, ya que las pérdidas de carbono se cubren por medio de la alimentación. Pero si el organismo muere, cesa la alimentación y ya no se produce el abastecimiento de carbono. Desde el momento de la muerte del organismo, el reloj radiactivo comienza su marcha: el contenido de carbono radiactivo en el organismo o en el artículo de materiales orgánicos comienza a decrecer de acuerdo con la ley de desintegración radiactiva (81.3). De este modo podemos determinar el tiempo pasado desde

el momento de la muerte del organismo o el tiempo del artículo hecho de material orgánico.

4. Con ayuda del contador de radiaciones radiactivas (§ 81.8) (el isótopo $^{14}_6\text{C}$ posee radiactividad β) fue hallado que el carbono radiactivo que contiene 1 g de celulosa viva u obtenida poco tiempo atrás (por ejemplo, un árbol recién aserrado) emite, en término medio, 17,5 partículas por minuto. Esto quiere decir que la actividad de nuestro isótopo radiactivo constituye 17,5 desintegraciones por minuto. Transformemos el período $T_{1/2} = 5570$ años en minutos y hallaremos qué cantidad de núcleos de $^{14}_6\text{C}$ tiene semejante actividad:

$$N = \frac{1}{\lambda} \frac{dN}{dt} = 1,44 T_{1/2} \frac{dN}{dt} = 1,44 \cdot 5570 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 17,5 \approx \approx 7,5 \cdot 10^{10}.$$

Esto quiere decir, que a 1 g de carbono, contenido en la celulosa fresca, le corresponden 75 mil millones de núcleos de carbono radiactivo. Su cantidad disminuye a cuenta de la desintegración radiactiva. Si su decrecimiento no se compensa (el organismo ha muerto), la cantidad de núcleos radiactivos decrecerá con el tiempo según la ley (81.3). La actividad del carbono radiactivo que queda disminuirá constantemente. Si comparamos la actividad en momento de tiempo t con la actividad en el momento $t = 0$, cuando el árbol acababa de ser cortado, puede ser determinado el intervalo de tiempo entre estas actividades. En efecto, de acuerdo con la definición de actividad (81.5) podemos escribir las siguientes correlaciones que se refieren al momento $t = 0$ y al momento presente:

$$A_0 = \left| \left(\frac{dN}{dt} \right)_0 \right| = \lambda N_0, \quad A_t = \left| \left(\frac{dN}{dt} \right)_t \right| = \lambda N(t).$$

Pero según la ley de desintegración $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$. Dividiendo miembro por miembro la primera igualdad por la segunda, obtenemos $A_0/A_t = e^{\lambda t}$, de donde determinamos el tiempo buscado t :

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{A_0}{A_t} = 1,44 T_{1/2} \ln \frac{A_0}{A_t}.$$

5. Empleando este método para los artículos de madera, que se encuentran durante las excavaciones arqueológicas,

hablando en rigor, de este modo se puede saber cuándo pereció o fue cortado el árbol del que fue hecho el artículo dado, es decir, será hallada la edad del artículo encontrado.

Examinemos un ejemplo. Sea que en el artículo de madera hallado a 1 g de celulosa corresponden 350 impulsos registrados por el contador en el transcurso de 40 min, es decir, la actividad es igual a $350/40 = 8,75$ desintegraciones por minuto. Con ayuda de la fórmula hallada definimos de inmediato la edad de dicho artículo:

$$t = 1,44T_{1/2} \ln \frac{17,5}{8,75} = \frac{1}{\ln 2} T_{1/2} \ln 2 = T_{1/2} = 5570 \text{ años.}$$

De esta forma ha sido precisada la edad de muchos artículos hallados durante las excavaciones.

§ 81.8. Métodos experimentales de estudio de las radiaciones y partículas radiactivas

1. Para el estudio de diversas propiedades de las radiaciones radiactivas (partículas α y β , cuantos γ), así como para investigar las partículas en la física nuclear moderna, se hace uso de diferentes métodos, basados en la acción ionizante y fotoquímica de las partículas a examinar. Vamos a estudiar algunos de ellos.

Crookes advirtió que al penetrar partículas α en una sustancia fluorescente (luminiscente), éstos provocan débiles destellos luminosos, llamados centelleo. Fue establecido que cada partícula α al caer en dicha sustancia provoca un destello luminoso y que esto puede ser empleado para contar las partículas α . Sin embargo, la cuenta visual directa del número de destellos es difícil y fatigosa. A finales de la década del cuarenta, fueron construidos *contadores de centelleo* de partículas. Semejante contador consta de una sustancia fluorescente en la cual las partículas, que poseen energía suficientemente grande, provocan centelleo. Cada destello actúa sobre el fotocátodo del multiplicador electrónico y desprende de él electrones. Después de pasar n circuitos del multiplicador, dan en la salida un impulso de corriente que se transmite a la entrada del amplificador y pone en acción el contador electromecánico de impulsos. En un oscilógrafo se puede obtener una curva de registro que muestra la intensidad de impulsos aislados, que es proporcional a la energía de una partícula contada por separado. De este modo,

no sólo se determina el número de partículas, sino que también su distribución según las energías.

En la fig. 81.3 está representado el esquema de un contador de centelleo. Con el fin de que la mayor cantidad de luz, que surge como resultado del destello, llegue hasta el

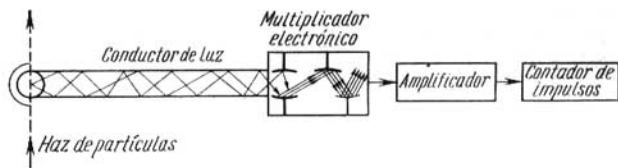


Fig. 81.3.

fotocátodo, entre la sustancia y el multiplicador fotoelectrónico se instala un conductor de luz, barra cilíndrica de vidrio orgánico, lucita, por el interior de la cual pasa la luz sufriendo continuamente reflexión interior completa, prácticamente, sin pérdidas.

2. La radiación de Vavilov — Cherenkov se utiliza para contar partículas y cuantos γ (en el último caso, según los electrones secundarios creados por los cuantos γ). Los *contadores de Cherenkov* se emplean para contar las partículas que se mueven por la sustancia a velocidades que superan la velocidad de fase de la luz en el medio dado. En tal caso, durante el movimiento de cada partícula cargada surge la radiación de Vavilov — Cherenkov (§ 59.7). Si dicha radiación se fija, es posible contar las partículas que pasan. El esquema del contador de Cherenkov se muestra en la fig. 81.4.

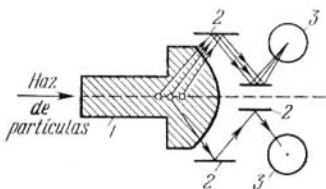


Fig. 81.4.

Las partículas cargadas penetran a lo largo del eje a un bloque de lucita con índice de refracción $n = 1,5$. Bajo el ángulo característico para el efecto de Cherenkov

$\left(\cos \theta = \frac{1}{(v/c)n} \right)$ surge una radiación que se enfoca por la

superficie esférica del cuerpo 1 de lucita y se refleja mediante el sistema de espejos 2 en el fotocátodo 3 de dos multiplicadores, ubicados fuera de la trayectoria de las partículas en movimiento. A causa de las condiciones específicas de surgimiento de la radiación de Vavilov — Cherenkov, con semejantes contadores pueden ser contados (con $n = 1,5$) electrones con energía mayor que 0,18 MeV, protones con energías que superan 320 MeV y cuantos γ que crean electrones secundarios de energías suficientemente grandes.

Como el contador de Cherenkov registra la dirección de la radiación, permite determinar la dirección de movimiento de la partícula que provoca la radiación. La observación de la radiación de Vavilov — Cherenkov bajo diversos ángulos permite identificar las partículas por sus velocidades y energías. En la actualidad, los contadores de Cherenkov se instalan en los satélites artificiales de la Tierra y las naves cósmicas para estudiar la radiación cósmica. Dichos contadores han jugado importante papel en el descubrimiento de dos partículas elementales: el antiprotón y el antineutrón (§ 83.7).

3. Las cámaras de ionización, que sirven para observar y registrar partículas (§ 48.2), se basan en la acción ionizante de las partículas con suficiente energía. Si las partículas que pasan por el gas tiene energía que supera la energía de ionización de las moléculas del gas, semejantes partículas son capaces de crear iones primarios y secundarios de los dos signos. Los iones primarios se crean directamente por los rayos α y β , los secundarios por los rayos X o γ . En el último caso, bajo la acción de la radiación surgen primero los electrones secundarios (fotoionización), provocando éstos después la ionización de las moléculas o átomos de gas. El registro de los neutrones está basado en el estudio de los procesos de su interacción con los núcleos.

El número de pares de iones que se forman en el gas por unidad de tiempo, es la medida de la intensidad del flujo de partículas o de cuantos que provocan la ionización. El número de pares de iones puede ser medido, si los iones formados se dirigen por el campo eléctrico a los electrodos y se mide la corriente. A las determinadas condiciones, la corriente de ionización es proporcional a número de pares de iones surgidos durante 1 s. Hablando de otra manera es proporcional a la intensidad del flujo de partículas que provocan la ionización. Semejante proporcionalidad sólo se observa en el régi-

men de corriente de saturación (§ 48.2), cuando todos los iones alcanzan los electrodos y no desaparecen a cuenta de la recombinación o la difusión hacia las paredes. Los dispositivos que funcionan basándose en este principio en el régimen de corriente de saturación denominanse cámaras de ionización. El esquema de principio de dicha cámara está representado en la fig. 81.5. En función de la forma de los electrodos 1 y 2 se distinguen cámaras planas, cilíndricas y esféricas. Al electrodo 1 se alimenta la tensión u de un orden de varios centenares de voltios. El electrodo 2, que recibe el nombre de *interno* o *acumulador*, se une al amplificador. La corriente de ionización se mide por la caída de la tensión en la resistencia R de alto valor óhmico del amplificador.

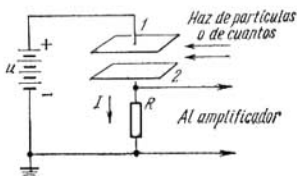


Fig 81.5.

4. Los dispositivos que trabajan en el régimen de amplificación gaseosa reciben el nombre de *contadores* (§ 48.4). Para éstos, tiene la mayor importancia la región de la descarga en gases, llamada región de *impulsos equivalentes* o *meseta de Geiger* (según el apellido de Geiger que en 1928, junto con Müller, hicieron por primera vez uso de esta zona de la descarga en gas para contar los electrones). La meseta de Geiger se caracteriza por una fuerte descarga, surgida por colisiones, por el gran papel que juega la luminiscencia ultravioleta de la descarga, que desprende fotoelectrones de las moléculas y los átomos de gas, así como de las paredes del tubo de descarga. En la meseta de Geiger la corriente de ionización *no depende* del número de iones primarios, formados por cada partícula ionizante que penetró en el contador inicialmente. La estructura del contador (detector) de Geiger—Müller fue estudiado en el § 48.4.

5. Para la investigación de las partículas elementales tuvo mucha importancia la *cámara de Wilson*, que lleva el nombre del científico que la creó en 1911—1912. En principio de funcionamiento y la estructura de la cámara de Wilson fueron estudiados en el § 36.9. Esta cámara se ubica, por regla, en un fuerte campo magnético homogéneo. En dicho campo, las partículas cargadas sufren la acción de la fuerza de Lorentz y sus trayectorias se curvan (§ 41.2). Por el radio

de curvatura de la trayectoria y por la velocidad conocida de la partícula puede ser determinada su carga específica. Y viceversa, conociendo el valor de la carga específica, a base del radio de curvatura, se determina la velocidad y energía de la partícula.

6. También puede hacerse visible la huella de una *partícula ionizante en vuelo en un líquido sobrecalentado* (§ 36.10), que ebulle al disminuir bruscamente su presión. Los iones que se forman a lo largo de la trayectoria de la partícula cargada, son centros de intensa vaporización que lleva a la aparición de una cadena de burbujas de vapor. Este principio fue realizado en la *cámara de burbujas*, propuesta en 1952 por Gleser. En calidad de líquidos de trabajo se usan en ella el hidrógeno líquido, propano C_3H_8 y otros líquidos de fácil ebullición (principalmente freones). La ventaja de la cámara de burbujas, en comparación con la de Wilson, es una densidad considerablemente mayor (unas 10^3 veces) de la sustancia que rellena la cámara. Esto permite emplearla para registrar partículas de energías muy grandes, que se frenan en la cámara de burbujas en segmentos miles de veces menores que en la cámara de Wilson. Si en ésta puede ser fotografiado un pequeño sector de la trayectoria de una partícula muy rápida, la huella de la partícula fijada en la cámara de burbujas corresponde a un sector de la trayectoria mil veces mayor que en la cámara de Wilson.

7. El último de los métodos experimentales en el que nos vamos a detener, es el de las *emulsiones fotográficas nucleares* o de *capa gruesa*, elaborado por L.V. Misovski y A.P. Zhdanov. Se basa en la utilización del ennegrecimiento de la capa fotográfica bajo la acción de las partículas cargadas rápidas que pasan por la capa de emulsión fotográfica. Las emulsiones nucleares se emplean en forma de capas de un grosor desde 0,5 hasta 1 mm. Esto permite investigar la trayectoria de partículas de grandes energías. Por ejemplo, una partícula con energía de un orden de 10 MeV forma una huella de longitud de un orden de 0,1 mm y no sale de la capa.

Para estudiar las huellas de las partículas que tienen *una energía muy grande y que crean largas huellas, una gran cantidad de placas fotográficas se apila*. En este caso, los sectores consecutivos de la trayectoria de la partícula pueden ser estudiados por el ennegrecimiento de la emulsión en las placas de la pila que van una tras de otra.

Una importante ventaja del método de emulsión fotográfica, además de la comodidad de su empleo, consiste en que nos da una *huella* de la partícula *que no desaparece*, que después puede ser minuciosamente estudiada. Esto llevó a la extensa aplicación del método de las emulsiones fotográficas nucleares para el estudio de las propiedades de nuevas partículas elementales y la investigación del espacio cósmico (mediante la instalación de placas con emulsión nuclear en los satélites, cohetes y naves cósmicas). Mediante este mismo método, añadiendo a la emulsión compuestos de boro o litio, pueden ser estudiadas las huellas de los neutrones, que como resultado de una reacción con núcleos de boro y litio, crean partículas α que provoca el ennegrecimiento de la capa de emulsión nuclear. Por las huellas de las partículas α se determinan las velocidades y las energías de los neutrones, que provocaron la aparición de partículas α .

§ 81.9. Concepto de la teoría de la desintegración radiactiva

1. Para comprender el mecanismo de la desintegración α jugaron importante papel los experimentos de Rutherford para la difracción de partículas α en núcleos de uranio. Fue hallado que las partículas α con una energía de 8,8 MeV se repelen del núcleo según la ley de Coulomb a cualquier distancia de éste, incluso hasta 30 fermi. Esto significa, que la altura de la barrera potencial coulombiana del núcleo de uranio no es menor que 8,8 MeV. Por otro lado, las partículas α que emite el propio núcleo de uranio tienen sólo una energía de 4 MeV, es decir, una altura mucho menor de la barrera de potencial. De aquí se desprende que la salida de la partícula α de un núcleo, al transcurrir su desintegración α , es de por sí el efecto de paso de la partícula por la barrera potencial, es decir, el *efecto túnel* (§ 70.). Este concepto fundamental permitió explicar una serie de hechos experimentales, que atañen a la desintegración α . A estos, se refieren, ante todo, la *regla empírica de Geiger—Nuttall*: mientras mayor sea la constante de desintegración radiactiva λ , mayor será el alcance o recorrido de las partículas α que se emiten. De forma cuantitativa esta regla se expresa:

$$\ln \lambda = A + B \ln R, \quad (81.8)$$

donde R es el alcance de la partícula α en el aire a 0°C , A y B , coeficientes empíricos, iguales para los miembros de una misma familia radiactiva.

2. La teoría de la desintegración α debería explicar por qué los elementos que están uno junto a otro en la tabla de Mendeléiev, emiten partículas α cuyas energías poco se diferencian entre sí, pero, al mismo tiempo, sus períodos de semidesintegración son diferentes en alto grado. Por ejemplo, para los isótopos radiactivos de polonio $^{218}_{84}\text{Po}$ y $^{214}_{84}\text{Po}$ las velocidades iniciales que las partículas α que se emiten son iguales a $1,68 \cdot 10^7$ m/s y $1,92 \cdot 10^7$ m/s, respectivamente, es

decir, son muy próximas, mientras que sus períodos de semidesintegración, 3,05 min y 10^{-6} s, se diferencian en mucho.

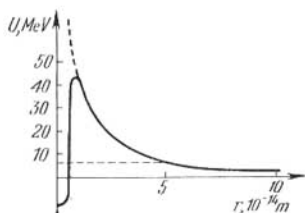


Fig. 81.6.

que de un núcleo radiactivo pueden salir partículas α , cuya energía es menor que la altura de la barrera y que constituye unidades de MeV. Para el examen cuantitativo del efecto túnel, hay que conocer la forma de la barrera de potencial, es decir, la dependencia entre la energía potencial de la partícula α y su distancia hasta el centro del núcleo. En la fig. 81.6 está representada la forma aproximada de esta dependencia. La pared exterior de la barrera, condicionada por la repulsión coulombiana de la partícula α del núcleo, es una hipérbola. La forma de la pared interior del pozo de potencial, se determina por la dependencia entre las fuerzas nucleares y la distancia. Como éstas son de muy corto alcance en comparación con la fuerza coulombiana, la pared interior de la barrera de potencial es mucho más abrupta que la exterior. En la fig. 81.6 está representada por una recta vertical.

Como ya hemos dicho en el § 70.6, la transparencia de la barrera depende en alto grado de su forma. No obstante, incluso para la barrera de forma relativamente sencilla, representada en la fig. 81.6, la solución matemática del problema acerca de la desintegración α es bastante voluminosa. Por esta razón, para aclarar la esencia del problema, examinaremos una barrera de potencial muy sencilla, con paredes verticales rectangulares (véase la fig. 70.5). La transparencia de semejante barrera se calcula por la fórmula (70.3):

$$D \approx \exp \left(- \frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} \right) \quad (81.9)$$

En el p. 3 del § 70.6 fueron explicadas las designaciones empleadas en esta fórmula.

Es fácil ligar la transparencia de la barrera con la constante de desintegración λ . La partícula α , que se encuentra en el pozo de potencial, al acercarse a la barrera puede reflejarse de ésta y quedarse en el núcleo, pero puede «infiltrarse» a través de la barrera, salir de núcleo. La transparencia de la barrera es la probabilidad de que la partícula α salga del núcleo con un «choque» de ésta contra la barrera. La constante de desintegración del núcleo λ es, por definición, igual a la probabilidad de desintegración del núcleo por unidad de tiempo (§ 81.3). Por consiguiente, para hallar λ hay que multiplicar la transparencia de la barrera D por el número n de colisiones de las partículas α contra la pared de la barrera:

$$\lambda = Dn. \quad (81.10)$$

La magnitud n es inversa al tiempo τ durante el que la partícula α vuela de una pared de la barrera a otra, es decir, la distancia L igual al «diámetro» de núcleo: $L = 2r_0$, si r_0 es el radio del núcleo. Designando por v la velocidad de la partícula α , obtenemos que $\tau = 2r_0/v$; por consiguiente

$$n = \frac{1}{\tau} = \frac{V}{2r_0} = \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{2mr_0^2}}. \quad (81.11)$$

Aquí, la velocidad v de la partícula α está expresada por medio de \mathcal{E} de acuerdo con la fórmula no relativista $\mathcal{E} = mv^2/2$, lo que se ha hecho para no complicar los cálculos. Poniendo (81.11) y (81.9) en (81.10), de modo definitivo obtenemos:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{2mr_0^2}} \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} 2r_0\right). \quad (81.12)$$

4. La fórmula (81.12) expresa la dependencia entre la constante de desintegración y la energía de las partículas que se desprenden. Ella debe contener la regla de Geiger—Nuttall. Después de realizar la logaritmación de (81.12), obtenemos

$$\ln \lambda = \ln \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{2mr_0^2}} - \frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} 2r_0. \quad (81.13)$$

El primer término queda prácticamente constante en los límites de cada familia radiactiva. Por esta razón, (81.13) se puede escribir en forma correspondiente a la regla de Geiger—Nuttall:

$$\ln \lambda = A + Bf(\mathcal{E}). \quad (81.8')$$

El segundo término de (81.8') no es la función logarítmica del alcance, como en la regla de Geiger—Nuttall (81.8), pero semejante falta de correspondencia puede ser explicada. Por un lado, la regla empírica de Geiger—Nuttall no es absolutamente exacta. Por otro lado, la teoría expuesta es también muy aproximada, de forma que no puede ser esperada una concordancia completa entre la teoría y el experimento. Pero concordancia cualitativa existe: de acuerdo con (81.12) ó (81.13) mientras mayor es la energía de las partículas α que se desprenden y, por consiguiente, su alcance, tanto mayor es la

constante de desintegración. Esto nos lo podemos imaginar de la forma siguiente: cuanto mayor es la energía de las partículas α en el núcleo radiactivo, más difícil es que éste pueda sujetar la partícula α , tanto mayor es la probabilidad de la desintegración α del núcleo.

5. La fórmula (81.12) nos explica por qué al ser pequeña la diferencia de velocidades de las partículas α emitidas, los períodos de semidesintegración de los núcleos que les emiten pueden considerablemente distinguirse. La causa de este fenómeno consiste en que la energía \mathcal{E} de las partículas α se encuentra en el exponente de la fórmula (81.9), pero las funciones exponenciales son muy sensibles a la variación del exponente. Esto lleva a que para pequeñas diferencias de las energías \mathcal{E} , se obtiene una enorme diferencia en las constantes de desintegración o en los períodos de semidesintegración.

Una teoría más exacta de la desintegración α , que toma en consideración la forma de la barrera de potencial aducida en la fig. 81.6, permitió obtener una voluminosa fórmula, que enlaza la constante de desintegración con la energía de la partícula α y con el número de orden del elemento en el Sistema periódico. Dicha fórmula concuerda con los datos experimentales y es una especificación teórica de la regla empírica de Geiger—Nuttall.

6. Los experimentos han mostrado que cada elemento radiactivo emite grupos de partículas α monoenergéticas, es decir, varios grupos de partículas α , con la particularidad de que en los límites de un grupo las energías de las partículas α son casi constantes. Por esta razón, podemos decir que el espectro de energía de las partículas α que se emiten durante la desintegración α es lineal. Aquí es útil establecer analogía entre la capa electrónica del átomo y su núcleo. De modo semejante a como el espectro de rayas de los fotones, emitidos por el átomo, es resultado de la discontinuidad, la cuantificación de energía del átomo y también el espectro de rayas de las energías de partículas α emitidas por los núcleos del elemento dado certifica la cuantización de la energía del núcleo atómico: la energía del núcleo atómico sólo puede tener una serie discreta de valores.

§ 81.10. Rayos γ

1. Mediante los experimentos se ha establecido que la radiación γ de los núcleos, por regla, no es un tipo independiente de radiactividad. Los rayos γ acompañan los procesos de desintegraciones radiactivas α y β . Examinemos de qué modo emite el núcleo los rayos γ .

Sea que después de emitir una partícula α , el núcleo precursor se convierte en núcleo hijo. Por lo general, este último se halla excitado. Al pasar al estado normal o bien menos excitado, el núcleo hijo emite un fotón γ del mismo modo que el átomo al pasar del estado excitado al normal, emite un fotón de radiación óptica o de rayos X. El mecanismo de emisión de los rayos γ por núcleo es igual que el de emisión de fotones por el átomo. Sin embargo, una impor-

tante diferencia consiste en lo siguiente: las energías de los fotones γ resultan ser mucho mayores que las de los fotones ópticos. Este fenómeno está relacionado con las grandes diferencias en los niveles de energía del núcleo, en comparación con la diferencia de niveles de las capas electrónicas del átomo. Los niveles electrónicos de energía en el átomo están separados en una energía del orden de un electrónvoltio. Las mediciones de energía de los fotones γ han mostrado que las energías de los niveles nucleares están separadas, aproximadamente, en 0,1 MeV.

Estas apreciaciones de la energía de transiciones de los electrones y nucleones se obtienen con facilidad haciendo uso de la fórmula $\Delta\mathcal{E} = \hbar^2/2ma^2$ (véase (16.24)) y si consideramos que el electrón y el nucleón están «cerrados», respectivamente, en el dominio del átomo ($a \approx 10^{-10}$ m) y de núcleo ($a \approx 10^{-14}$ m):

$$\Delta\mathcal{E}_{el} \approx \frac{10^{-68}}{2 \cdot 10^{-30} \cdot 10^{-20} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 3 \text{ eV},$$

$$\Delta\mathcal{E}_n \frac{10^{-68}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27} \cdot 10^{-28} \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}} \approx 0,2 \text{ MeV}.$$

Así pues, los rayos γ son una radiación electromagnética de muy cortas ondas, con longitud de onda que no supera 10^{-11} m, es decir, 0,01 nm.

2. *La radiación γ que acompaña la desintegración α del núcleo precursor, se emite por un núcleo hijo.*

Para demostrar esta deducción examinemos la desintegración α del radio, a consecuencia de la cual éste se convierte en radón. Si el núcleo de radio emite una partícula α con la energía máxima, el núcleo hijo tendrá la energía mínima, es decir, se encontrará en estado normal. Y viceversa, si el núcleo de radio emite una partícula α de menor energía, el núcleo hijo poseerá no la menor energía y, por consiguiente, se hallará en estado de excitación. La diferencia de energías entre los estados normal y excitado del núcleo hijo, deberá ser igual a la energía del fotón γ emitido. Los datos experimentales confirman por completo estos razonamientos.

3. El estudio del espectro de energía de las partículas α y las mediciones de la energía de los fotones γ permiten llegar a la conclusión: lo mismo que el espectro de energía de las partículas α , *el espectro de los rayos γ es de rayas*. El estudio de los espectros de energía de las partículas α y de

los rayos γ es un importante método de investigación de los niveles de energías de los núcleos atómicos.

4. La gran energía de los fotones γ explica el elevado poder de penetración de los rayos γ . Este supera el de los rayos X de atravesar la sustancia sin notable debilitación.

La *defectoscopia por rayos γ* se basa en el gran poder de penetración de los rayos γ . Este método se emplea para descubrir defectos en los artículos mediante su radiografía mediante rayos γ y encuentra extensa aplicación en la industria y obras de construcción (metalurgia, construcción naval, etc.). Diversos deterioros locales de las costuras de soldadura, de las piezas metálicas de fundición y otros artículos se descubren por la intensidad diferente de los rayos γ que han atravesado los cuerpos que se investigan. En función de la composición, espesor, densidad y otras propiedades del artículo que sufre la radioscopia variará la intensidad de los rayos γ , que llegan al receptor instalado tras el artículo. Por medio de este método se determinan la posición, dimensiones y forma del defecto (grietas, cavidades, costuras de soldadura incompleta, etc.).

5. Las radiaciones de onda corta, los rayos γ y X, se absorben en determinada medida y ejercen influjo en las sustancias en que transcurre la absorción. El influjo de la radiación γ , así como de otros tipos de rayos ionizantes, sobre la sustancia se determina por la llamada *dosis de radiación D*.

Recibe el nombre de *dosis de radiación* la razón entre la energía de radiación y la masa de la sustancia irradiada. La unidad de dosis de radiación es un *julio por kilogramo* (J/kg), es decir, la dosis de radiación con la que a la masa de la sustancia irradiada igual a 1 kg se le transmite una radiación ionizante igual a 1 J. Dicha unidad denomínase *gray* (Gy).

La unidad de dosis fuera de sistema es un *rad* (rd):

$$1 \text{ rd} = 10^{-2} \text{ Gy.}$$

La *potencia de la dosis de radiación N* es una dosis reducida a la unidad de tiempo:

$$N = D/t.$$

La unidad de potencia de la dosis es un *vatio por kilogramo* (W/kg) o un *gray por segundo* (Gy/s).

6. La *dosis de exposición de radiación D_e* es la característica energética de la radiación que se valora por el efecto de

ionización del aire atmosférico seco. Como unidad de medida se emplea el *culombio por kilogramo* (C/kg), o sea, una dosis de exposición de la radiación fotónica, de rayos X o γ , con la que la suma de las cargas eléctricas de los iones de un mismo signo, creados por los electrones, liberados en el aire irradiado de masa igual a 1 kg, al utilizar por completo el poder ionizante, es igual a 1 C.

Como unidad de dosis de exposición fuera de sistema, se emplea el *röntgen* (R): $1R = 2,58 \cdot 10^{-4}$ C/kg. El röntgen corresponde a la dosis de exposición, para la que en 1 cm^3 de aire seco a presión atmosférica normal surge una carga sumaria de iones de un mismo signo, igual a una unidad absoluta de carga electrostática.

La *potencia de la dosis de exposición* $N_e = D_e/t$ se mide en *amperios por kilogramo* (A/kg), es decir, la potencia de una dosis de exposición de radiación fotónica, con la que por 1 s dicha dosis aumenta 1 C/kg.

Unidades de dosis de exposición fuera de sistema:

$$\begin{aligned} 1 \text{ R/s} &= 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ A/kg;} \\ 1 \text{ R/min} &= 4,30 \cdot 10^{-6} \text{ A/kg;} \\ 1 \text{ R/h} &= 7,17 \cdot 10^{-8} \text{ A/kg.} \end{aligned}$$

§ 81.11. Efecto Mössbauer

1. Cuando decimos que los espectros del átomo y de los rayos γ son de rayas, constan de líneas monocromáticas, conviene tener en cuenta que no existen radiaciones rigurosamente monocromáticas. La causa de este fenómeno reside en que el tiempo, cuando el átomo o el núcleo están excitados, es finito. Sólo en el estado fundamental, cuando la energía es mínima, el átomo o el núcleo pueden hallarse un tiempo cuan se quiera largo. Todos los estados de excitación del núcleo tienen energías que se determinan con una precisión hasta de la magnitud $\Delta\mathcal{E}$ que se desprende del principio de incertidumbre (§ 70.2):

$$\Delta\mathcal{E} \approx \hbar/\Delta t, \quad (81.14)$$

donde Δt es el tiempo de vida del núcleo en estado de excitación. Sólo para el estado fundamental de un núcleo estable $\Delta t = \infty$ y $\Delta\mathcal{E} = 0$. Mientras menor sea la magnitud Δt , mayor será la incertidumbre $\Delta\mathcal{E}$ de la magnitud de la energía del estado de excitación.

La incertidumbre en la energía del estado de excitación acondiciona también la incertidumbre en las frecuencias de los fotones γ emitidos por el núcleo excitado durante su desintegración, es decir, el carácter no monocromático de la radiación γ de los núcleos. Valorémosla.

2. Como ejemplo, estudiemos el núcleo de iridio $^{191}_{77}\text{Ir}$, cuyo estado de excitación corresponde a una energía $\mathcal{E} = 129$ keV. La incertidumbre de la energía de este nivel es igual a $\Delta\mathcal{E} \approx \hbar/\Delta t$, donde Δt es el tiempo de vida del núcleo en estado de excitación. ¿Cómo se puede valorar? Para los cálculos de valoración tomemos simplemente que Δt es igual al período de semidesintegración del núcleo. Para el isótopo de iridio que se examina este tiempo $\Delta t = T_{1/2} = 10^{-10}$ s. Entonces, a base de (81.14), la incertidumbre en la energía del nivel excitado 129 keV constituye $5 \cdot 10^{-6}$ eV. Esta magnitud denomínase *anchura natural* Γ de nivel energético \mathcal{E} , mientras que la magnitud $\Delta\nu = \Gamma/\hbar \approx 1/\Delta t$ recibe el nombre de *anchura natural de la raya espectral de la radiación γ* de frecuencia $\nu = \varepsilon/\hbar$ (compárese con el § 72.8). En el caso dado la anchura relativa (de la raya espectral) es igual a $\Gamma/\mathcal{E} = 4 \cdot 10^{-11}$. La razón Γ/\mathcal{E} determina el grado del carácter no monocromático de la radiación γ .

3. Un importante problema de física nuclear consiste en la búsqueda de procedimientos para medir pequeños cambios de energía, comparables con la anchura natural del nivel Γ . Esto daría la posibilidad de medir la energía de los niveles en los núcleos con alta precisión relativa Γ/\mathcal{E} .

Un método de medición de pequeños cambios de energía, es decir, de una magnitud comparable con el ancho del nivel Γ , es el estudio de la *absorción por resonancia* de los rayos γ por los núcleos. Si el núcleo absorbe los rayos γ con una frecuencia ν , esto quiere decir que la diferencia de energías de sus niveles energéticos excitado y normal, $\Delta\mathcal{E} = \hbar\nu$. Es posible el proceso denominado absorción por resonancia: el núcleo puede absorber rayos sólo de aquellas frecuencias que el mismo puede emitir. Recordemos el § 71.4. Fenómenos análogos transcurren en el dominio de las frecuencias ópticas: el átomo absorbe la luz sólo de las frecuencias que él emite.

Sin embargo, de hasta 1958 la aplicación de este método se veía dificultada por la circunstancia de que la energía de los cuantos γ emitida o absorbida no coincidía con la energía de transición del núcleo entre dos niveles. Esto está condi-

cionado por el retroceso del núcleo, cuando éste emite o absorbe un fotón γ . Al pasar el núcleo del estado de excitación con una energía \mathcal{E} al estado fundamental, la energía que se desprende se lleva no sólo en forma de un fotón γ , sino que parcialmente se transmite al núcleo debido al retroceso. El núcleo emisor recibe una cantidad de movimiento (impul-

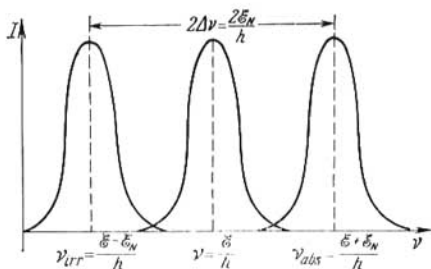


Fig. 81.7.

so) igual en magnitud a la del fotón emitido, pero dirigida en sentido opuesto. Estimemos la energía \mathcal{E}_N de retroceso del núcleo:

$$\mathcal{E}_N = \frac{p_n^2}{2m_n} = \frac{p_f^2}{2m_n} = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 \frac{1}{2m_n} = \frac{(h\nu)^2}{2m_n c^2} = \frac{\mathcal{E}^2}{2m_n c^2}. \quad (81.15)$$

En esta fórmula p_n es el impulso que adquiere el núcleo durante su retroceso, numéricamente igual a la cantidad de movimiento del fotón $p_f = h\nu/c$ (§ 68.5); m_n es la masa del núcleo. Poniendo los datos numéricos, hallamos que $\mathcal{E}_N \approx 0,05$ eV. Esto supera en mucho la anchura natural del nivel. De este modo, el retroceso de núcleo durante la emisión reduce la energía del fotón γ en la magnitud \mathcal{E}_N , y su frecuencia en $\Delta\nu = \mathcal{E}_N/h$. Así, pues, $h\nu_{em} = \mathcal{E} - \mathcal{E}_N$.

De manera análoga, para que el núcleo con una energía de excitación \mathcal{E} pueda absorber un fotón, la energía de éste debe ser mayor que \mathcal{E} en una magnitud igual a la energía de retroceso del núcleo. La energía de fotón a absorber debe ser suficiente no sólo para la excitación del núcleo, sino que también para asegurar al propio núcleo la energía \mathcal{E}_N para el retroceso: $h\nu_{ab} = \mathcal{E} + \mathcal{E}_N$ (fig. 81.7).

Al fin de cuentas, resulta que las frecuencias de los fotones que el núcleo puede emitir y absorber, no son iguales entre sí, sino que están desplazadas en la magnitud $2\Delta\nu = 2\mathcal{E}_N/h$. La absorción de los rayos γ no tiene por completo carácter de resonancia. Esto reduce fuertemente las ventajas de este método: después de registrar el hecho de la absorción de los rayos γ de una frecuencia determinada, sin un análisis complementario no se puede llegar a una deducción unívoca acerca de los niveles energéticos del núcleo.

4. En 1958 Mössbauer confeccionó un método que permitía reducir prácticamente a cero la energía de retroceso del núcleo y crear las condiciones para la absorción por resonancia de los rayos γ por los núcleos. El fenómeno de carencia de retroceso de los núcleos, cuando éstos emiten rayos γ , recibe el nombre de efecto Mössbauer. La idea de Mössbauer puede ser comprendida de la fórmula (81.15): la energía de retroceso del núcleo será tanto menor, cuanto mayor sea su masa. Pero es imposible aumentar la masa en reposo del núcleo. Mössbauer creó tales condiciones, con las que la energía de retroceso de un núcleo que emite un fotón γ , es percibido no sólo por el núcleo dado, sino que por un gran conjunto de núcleos, ligados estrechamente en un todo único. Esto se cumplirá si los núcleos emisores no están libres, sino que ligados y hállanse en un cristal. Ya que la masa de todo el cristal es mucho mayor que la de un núcleo, de forma correspondiente disminuirá también la pérdida de energía para el retroceso. En semejante caso, con alto grado de precisión, podemos considerar que la energía de retroceso es igual a cero y, por lo tanto, la absorción de los rayos γ resulta ser por resonancia. Las rayas de emisión y absorción de los rayos γ tienen una anchura del orden de la natural y, por lo tanto, alcánzase la posibilidad de medir con precisión pequeñas diferencias de energías o de frecuencias que son de un orden de la anchura natural del nivel o de la raya espectral. Así, por ejemplo, las mediciones para la transición γ en los núcleos de ^{57}Fe con energía de transición $\mathcal{E} = 14,4$ keV, permitieron determinar la variación de energía con una precisión hasta la magnitud Γ/\mathcal{E} , igual a $3 \cdot 10^{-13}$; para la transición γ en ^{87}Zn con energía de transición $\mathcal{E} = 93$ keV, Γ/\mathcal{E} resultó ser igual a $5 \cdot 10^{-16}$.

5. La posibilidad de medir muy pequeñas variaciones de energía y la elevada precisión de estas mediciones, permitieron aplicar con éxito el efecto Mössbauer para observar

en física moderna efectos muy finos e importantes. Por ejemplo, en 1960, por medio de este procedimiento fue medido en un laboratorio el corrimiento de las rayas espectrales en un campo gravitacional (el llamado «corrimiento al rojo»). En el § 24.6, donde fue tratada la teoría de gravitación de Einstein, ya conocimos este fenómeno. Examinémoslo con mayor detalle.

Si un fotón se mueve por un campo gravitacional, al pasar del punto con potencial gravitacional φ_1 al punto con el potencial φ_2 , su energía varía en la magnitud $\Delta\mathcal{E} = -m(\varphi_2 - \varphi_1) = -m\Delta\varphi$, en el campo de gravedad homogéneo, en la magnitud $\Delta\mathcal{E} = -mg\Delta h$ (§ 18.4). Del mismo modo como durante el movimiento de un cuerpo en el campo de gravedad el aumento de la energía potencial provoca una misma disminución de su energía cinética, el aumento de la energía gravitacional del fotón transcurre a cuenta de la disminución de su «propia» energía $\mathcal{E} = h\nu$. Esto explica la presencia del signo menos en la relación

$$\Delta\mathcal{E} = -m\Delta\varphi \quad \text{o bien} \quad h\Delta\nu = -m\Delta\varphi. \quad (81.16)$$

La masa del fotón está ligada a su energía y frecuencia con la relación $m = \mathcal{E}/c^2 = h\nu/c^2$. La variación relativa de la frecuencia al pasar el fotón por diferencia gravitacional de potencial $\Delta\varphi$, es igual a

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\Delta\varphi}{c^2} \quad (81.17)$$

Esta relación se manifiesta del modo siguiente. Sea que en la Tierra se ha registrado cierta frecuencia de radiación del Sol. El potencial del campo de gravedad del Sol en la superficie de la Tierra es mayor que en la superficie del Sol ($\Delta\varphi > 0$) y, de acuerdo con (81.17), $\Delta\nu/\nu$ será negativa. Por lo tanto, todas las frecuencias espectrales del Sol y las estrellas, registradas en la Tierra, resultarán disminuidas, desplazadas hacia el extremo rojo del espectro. Por esta causa, este efecto recibe el nombre de corrimiento gravitacional al rojo. Para la radiación solar, dicho corrimiento constituye

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\Delta\varphi}{c^2} \approx 10^{-6}.$$

Para apreciar si esto es mucho o poco, pasemos de la frecuencia a la longitud de onda. Como fue mostrado en el § 61.4, la variación relativa de la longitud de onda es igual

a la variación relativa de la frecuencia, $\Delta\nu/\nu = -\Delta\lambda/\lambda$. El signo menos refleja el aumento de λ con la disminución de la frecuencia. Para la longitud media de onda del espectro solar $\lambda = 500$ nm y su «enrojecimiento» gravitacional constituirá $\Delta\lambda = 10^{-6}\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ nm, es decir, será notable en la cuarta cifra después de la coma. Si en el Sol esta raya espectral tiene la longitud de onda de 500 nm, en la Tierra, esta misma raya tendrá una longitud de onda de 500,0005 nm. Incluso para la espectroscopia óptica moderna, este efecto es bastante fino, aunque el campo gravitacional del Sol es muy fuerte en comparación con el campo de gravedad de la Tierra.

6. El efecto de Mössbauer ha permitido medir el corrimiento gravitacional al rojo, pasando un fotón pequeñas distancias por el campo de gravedad de la Tierra. La idea del experimento es muy sencilla. Si un fotón γ de frecuencia ν se lanza hacia arriba desde el suelo del laboratorio, en el techo de éste su frecuencia, a cuenta del corrimiento gravitacional al rojo, será menor que en el suelo. Si se consigue medir con precisión el corrimiento de frecuencia y se compara con el teórico, puede ser comprobada la predicción de la teoría de la relatividad acerca del corrimiento al rojo. Apreciemos qué requisitos deben satisfacer los aparatos para realizar este experimento. Al ascender verticalmente por el campo de gravedad de la Tierra a una altura de 10 mm, el corrimiento gravitacional al rojo, será igual a

$$\left| \frac{\Delta\nu}{\nu} \right| = \frac{\Delta\varphi}{c^2} = \frac{g\Delta h}{c^2} \approx \frac{10 \cdot 10}{10 \cdot 10^{16}} = 10^{-15}.$$

Este corrimiento de la frecuencia será registrado si se efectúa la absorción por resonancia de los fotones γ de forma que la anchura relativa de la raya de absorción sea menor que este valor de $\Delta\nu/\nu$. Es necesario que con una absorción por resonancia intensa, no haya por completo absorción de los fotones γ , cuya frecuencia difiera de la resonancia en una magnitud igual a $\Delta\nu = 10^{-15} \nu$. Con otras palabras, hay que tener fuentes y receptores de rayos γ , con una anchura relativa de las rayas que fuese menor o igual que la extremadamente pequeña magnitud 10^{-15} .

El efecto Mössbauer permitió resolver este problema. Se tomaron dos fuentes cristalinas de rayos γ , situadas a una distancia de 20 m el uno del otro. Si el receptor se encontraba a una misma altura que la fuente de fotones γ , se produ-

ciría la absorción por resonancia. Pero al elevar el receptor a una altura de 20 m, la absorción cesa, ya que la frecuencia del fotón, que incide en el núcleo, es menor a causa del corrimiento gravitacional al rojo. Para restaurar la absorción hubo que hacer uso del efecto Doppler (§ 59.8). Al acercarse el receptor a la fuente la frecuencia que éste percibe aumenta. Con una velocidad determinada de acercamiento, el aumento Doppler de la frecuencia compensa la disminución gravitacional de ésta y la absorción por resonancia se restablece. Los cálculos han mostrado que la velocidad necesaria de acercamiento es fácil de alcanzar. Semejante experimento fue realizado en 1960 (§ 24.6) y en condiciones terrestres confirmó de forma muy precisa una de las predicciones de la teoría general de la relatividad.

El efecto Mössbauer se utiliza ampliamente en la llamada espectroscopia nuclear para investigaciones de precisión de los niveles energéticos de los núcleos atómicos y para el estudio de muy finos efectos en física moderna de los sólidos. Aquí no podemos realizar su análisis.

§ 81.12. Noción acerca de las regularidades de la desintegración β

1. A primera vista, la estructura protono-neutrónica de núcleo excluye la posibilidad de la salida de electrones de éste, ya que en él no los hay. Por este motivo, la interpretación teórica de transformaciones radiactivas β_- de los núcleos fue un difícil problema de la física nuclear. El propio término «desintegración» debe ser aquí utilizado en sentido convencional. El signo menos en la designación β_- para el proceso radiactivo β natural, está relacionado con que es posible el proceso β_+ de la radiactividad β artificial (§ 82.2).

La actividad β del núcleo es resultado de la transformación mutua de los protones y neutrones que entran en el núcleo. La emisión de las partículas β es análoga a la del fotón por el átomo. Del mismo modo que en el átomo excitado no hay fotones «preparados», éstos sólo surgen en el proceso de fotión del átomo de un estado a otro, el núcleo tampoco contiene ni electrones ni positrones. Estos nacen en el proceso de transición del nucleón dado de un estado cuántico a otro, por ejemplo, del neutrónico al protónico con la emisión de un electrón. Esta es una de las fundamentaciones de los conceptos modernos sobre los protones y neu-

trones, como diversos estados cuánticos de una misma partícula, es decir, los nucleones (§ 80.3).

2. Una seria dificultad en la comprensión del mecanismo de desintegración β , surgió al investigar las energías de los electrones que emiten las fuentes radiactivas β . La emisión de partículas β es resultado de la transición del núcleo de un estado energético discreto a otro. Los núcleos atómicos tienen niveles energéticos cuantificados. Esto se certifica por las energías discretas de los rayos α y γ . Parecía que el espectro de las energías de las partículas β también debe ser discreto, es decir, representar de por sí un conjunto de

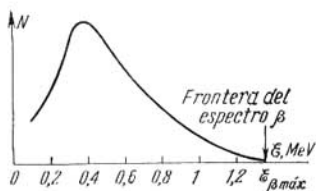


Fig. 81.8.

los valores determinados posibles de las energías de los electrones. Pero en realidad no se observó nada semejante. Durante la desintegración β los espectros energéticos de los electrones son siempre continuos.

En la fig. 81.8 se aduce el espectro energético de los electrones emitidos por el potasio ${}^{40}_{19}\text{K}$ de radiactividad natural. Por el eje de abscisas se ha trazado la energía de las partículas β , por el de ordenadas, el número de partículas β que tienen dicha energía. En la curva vemos que el espectro de los electrones β es continuo. Iguales núcleos emiten electrones con las energías más diferentes, desde cero hasta cierto límite superior. La presencia de este límite superior es muy importante. La gráfica tiende a cero de modo no asintótico, sino que bruscamente cruza el eje de abscisas siendo límites los valores de energía $\epsilon_{\beta \text{ máx}}$. El límite superior es la característica de la fuente de rayos β . Para la fuente dada son imposibles las energías de electrones que superan $\epsilon_{\beta \text{ máx}}$.

La investigación de las energías máximas de las partículas β de diversas fuentes ha mostrado que en todos los casos la energía máxima de las partículas β es igual a la diferencia de niveles energéticos de los núcleos que emiten partículas β .

Este hecho dificultó aún más la explicación del espectro continuo de las energías de los electrones durante la desintegración β . En efecto, de lo que hemos expuesto en los

párrafos anteriores se desprende que los núcleos atómicos pueden sólo hallarse en estados energéticos determinados. En tal caso, ¿por qué los núcleos con actividad β , que antes y después de la desintegración β tenían energías determinadas, pueden emitir electrones con energías de los más diferentes valores? Se crea la impresión de que todos los electrones salen del núcleo con idénticas energías, iguales a la diferencia de niveles energéticos del núcleo, pero que antes de salir de la muestra radiactiva pierden la energía parcialmente y de diferente manera, al chocar con los átomos de la muestra. Si esta suposición es justa, la preparación con actividad β se debe calentar por sí sola. Sin embargo, las mediciones calorimétricas más minuciosas no permitieron revelar el esperado calentamiento. La energía desaparecía sin dejar huellas. Sobre la física surgió la amenaza de que la ley de la conservación de la energía fuera violada.

Algunos físicos y entre ellos Bohr, incluso intentaron fundamentar de forma teórica la posibilidad de alteración de la ley de la conservación de la energía en ciertos procesos elementales que transcurren en el micromundo y también en los fenómenos intranucleares. De acuerdo con dichas ideas de Bohr, la justeza de la ley de la conservación de la energía debe manifestarse en el micromundo sólo de forma estadística, es decir, para una gran cantidad de procesos elementales. No obstante, todos los logros de la teoría cuántica en el dominio de física atómica y nuclear no contradecían a ninguna de las leyes de la conservación. En particular, con asombrosa precisión, la ley de la conservación de la energía se confirmaba para los procesos elementales. En aquellos difíciles años para la física, cuando transcurría el proceso de formación de la mecánica cuántica y la física nuclear, la situación con la teoría de la desintegración β resultó ser muy difícil.

3. Las dificultades con la energía de las partículas β se profundizaban a causa de haberlas también con el espín de núcleo. Como vimos en el (§ 80.2) el carácter del espín del núcleo, sea el de número entero o medio (en unidades \hbar), se determina por el número másico del núcleo. En los núcleos con número másico par el espín es entero, con número impar, medio. Durante la desintegración β el número másico no varía. Por otro lado, la experiencia muestra que para dicha desintegración, tampoco cambia el carácter del espín. El espín del núcleo hijo queda entero al desintegrarse un núcleo con espín de dicho tipo y medio, si el espín del núcleo

precursor también es medio. Pero el electrón emitido por el núcleo tiene asimismo espín medio. Por consiguiente, durante la desintegración β debe variar el carácter del espín del núcleo. Con el espín entero del núcleo precursor, el del núcleo hijo debe convertirse en medio y viceversa. Pero como han mostrado las mediciones de los espines de los núcleos con radiactividad β y otros datos, no ocurre nada semejante.

4. Estas dos serias dificultades para explicar la desintegración β fueron vencidas por Pauli en 1931. Supuso que durante cada acto de desintegración β , el núcleo emite no una sino dos partículas. Además del electrón se emite una partícula más sin carga eléctrica y de pequeñísima masa y cuyo espín es igual a $\hbar/2$, como el electrón.

Basándose en esta hipótesis Fermi confeccionó los principios de la teoría moderna de desintegración β . Propuso llamar *neutrino* la nueva partícula introducida por Pauli, lo que significa «pequeño neutrón». Se ha aceptado designar el neutrino con el símbolo ν_e . De acuerdo con los datos modernos, la partícula que se emite durante la desintegración β electrónica no es un neutrino ν_e electrónico, sino el llamado *antineutrino* electrónico, designado por $\bar{\nu}_e$ y que, como el neutrino electrónico, tiene un espín $\hbar/2$, carga nula, masa nula y momento magnético que no supera 10^{-9} del magnéton de Bohr (§ 42.2).

La hipótesis de neutrino resolvió de inmediato todas las dificultades de la teoría de la desintegración β . La energía que faltaba, la diferencia entre la energía máxima de los electrones $\mathcal{E}_{\beta\text{máx}}$ y la real, es llevada por el antineutrino electrónico. La energía total que pierde el núcleo al emitir el electrón, es en realidad igual a $\mathcal{E}_{\beta\text{máx}}$, es decir, al límite superior del espectro β . Pero ésta puede ser distribuida de diferente modo entre el electrón y el antineutrino, de acuerdo con la curva en la fig. 81.8. En particular, el valor nulo de la energía del electrón quiere decir que toda la energía de la desintegración β se lleva por el antineutrino. En el punto límite de la curva en la fig. 81.8, donde la energía del electrón es igual a $\mathcal{E}_{\beta\text{máx}}$, toda la energía de desintegración es llevada por el electrón, mientras que la del antineutrino es igual a cero. En todos los puntos medios de la curva, la energía de desintegración se distribuye entre el electrón y el antineutrino de forma que la suma de las energías de estas partículas es siempre igual a $\mathcal{E}_{\beta\text{máx}}$.

El hecho de que estas partículas tengan espín igual a $\hbar/2$, también resolvió la dificultad relacionada con el espín del núcleo. Ya que durante la emisión del electrón se emite además un antineutrino, que como el electrón tiene un espín $\hbar/2$, el espín sumario de las dos partículas, con orientación mutuamente inversa de sus espines, puede ser igual a cero.

5. Para confirmar la hipótesis del neutrino (y antineutrino), fue necesario demostrar su existencia de modo experimental. Aquí surgieron grandes dificultades. La falta de carga eléctrica y la diminuta masa condicionan una debilísima interacción del neutrino con la sustancia. Por ejemplo, la capacidad ionizante del neutrino es tan pequeña que un acto de ionización del aire por el neutrino corresponde a 500 km de recorrido. El gigantesco poder de penetración del neutrino ha permitido crear la llamada astronomía del neutrino. El grosor de globo terráqueo no es obstáculo para el neutrino, lo mismo que el espesor del propio Sol. Por esta razón, en astrofísica, con ayuda de los neutrinos emitidos por núcleos que se encuentran en las regiones internas del Sol, se obtiene información acerca de las regiones de nuestra estrella que son, por ahora, de difícil acceso para las investigaciones.

El enorme poder de penetración del neutrino dificulta su fijación en los instrumentos. Para el descubrimiento experimental del antineutrino fue empleada la ley de la conservación de la cantidad de movimiento (como vemos, esta ley se utiliza extensamente en la física moderna). La idea de uno de dichos experimentos consiste en lo siguiente*). Si durante la desintegración β el núcleo emitiera un solo electrón, aquél sufriría retroceso en una dirección en absoluto opuesta a la de emisión del electrón, con la particularidad de que su cantidad de movimiento sería numéricamente igual a la del electrón. Si, por lo contrario, el núcleo emite, además de electrón, el antineutrino, según la ley de la conservación de la cantidad de movimiento, la suma vectorial de tres cantidades de movimiento —del electrón, antineutrino y del núcleo de retroceso— debe ser igual a cero, lo mismo que antes de la desintegración (fig. 81.9). Consideramos que antes de la desintegración el núcleo estaba inmóvil. De este modo, si el antineutrino en realidad se emite, el retro-

*) Véase también el § 83.7.

ceso del núcleo transcurrirá no en el sentido de la recta por la que vuela el electrón, es decir, no en dirección rigurosamente opuesta al electrón. Esto ha sido confirmado plenamente en los experimentos.

6. Para resolver el problema de surgimiento de electrones durante la desintegración β es preciso recordar, una vez más, que en el transcurso de dicha desintegración de acuerdo con la regla de corrimiento, el número de nucleones en el núcleo no varía, mientras que la carga de ésta crece en la unidad. La única posibilidad de realización simultánea de dichas condiciones es la transformación en el núcleo del

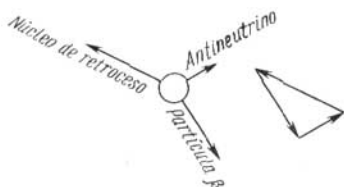


Fig. 81.9.

neutrón ${}^1_0\text{n}$ en el protón ${}^1_1\text{p}$ con la creación, al mismo tiempo, de un electrón ${}^0_{-1}\text{e}$ y la salida de un antineutrino ${}^0_0\tilde{\nu}_e$:



Para esta transformación satisface la ley de la conservación de la carga eléctrica y, como hemos visto en la idea encarnada en los experimentos estudiados más arriba, la ley de la conservación de la cantidad de movimiento. También se conserva el balance de los números másicos. Queda por aclarar las posibilidades energéticas de semejante transformación. Esta debe ser acompañada por el desprendimiento de energía, necesaria para la creación del electrón y el antineutrino durante el transcurso espontáneo del proceso de radiactividad β natural. La masa en reposo del neutrón es mayor que la suma de las masas en reposo del protón y el electrón, es decir, que la masa del átomo de hidrógeno en $0,840 \cdot 10^{-3}$ uma. Según la ley de Einstein, a esta masa Δm corresponde la energía $\Delta \mathcal{E} = \Delta m \cdot c^2 = 782$ keV. Por lo tanto, esta energía

puede distribuirse entre el electrón y antineutrino que salen del núcleo, o sea, la reacción (81.18) desde el punto de vista energético, es posible.

7. Los razonamientos expuestos nos sugieren que la reacción (81.18) puede transcurrir no sólo en el núcleo, donde los neutrones están ligados, sino que también *con los neutrones libres*. Realmente, en 1959 esta reacción fue revelada con los neutrones libres. En el experimento fue mostrado que el *neutrón libre es una partícula radiactiva β* , cuyo período de semidesintegración es igual a $0,93 \cdot 10^3$ s. Los electrones emitidos por los neutrones libres tenían espectro energético continuo, del tipo que se muestra en la fig. 81.8, con ello la energía máxima de los electrones, de acuerdo con los cálculos aducidos más arriba, era igual a 782 keV.

El período de semidesintegración de los núcleos con radiactividad β diverge del período de semidesintegración de los neutrones libres. La causa de este fenómeno reside en que los neutrones ligados en el núcleo encuentranse en otros estados, diferentes de los neutrones libres. Esto también se refiere a los protones, que en los núcleos pueden pasar al estado neutrónico. Como veremos más adelante, en esto consiste el proceso de radiactividad β_+ de ciertos núcleos con radiactividad artificial (§ 82.2).

Capítulo 82

TRANSFORMACIONES ARTIFICIALES DE LOS NÚCLEOS ATÓMICOS

§ 82.1. Transformación del nitrógeno en oxígeno. *Descubrimiento del neutrón*

1. El estudio de la radiactividad natural ha desempeñado un importante papel en la investigación de la estructura y las propiedades de los núcleos atómicos. Apareció la posibilidad de *sondear el núcleo con ayuda de partículas α* , que poseen energías suficientemente grandes y son capaces de penetrar en el interior del núcleo. De esta forma comenzó el estudio de las *reacciones nucleares*, es decir, de las transfor-

maciones artificiales de los núcleos atómicos, proporcionadas por la interacción con partículas o entre ellos mismos.

La primera reacción nuclear fue realizada en 1919 por Ernesto Rutherford mediante partículas α emitidas por polonio ${}^{214}_{84}\text{Po}$ y que tienen una energía de unos 7,5 MeV. El esquema del experimento se aduce en la fig. 82.1. En la cámara C , que se rellenaba de diferentes gases, era ubicada la fuente radiactiva de polonio A . El centelleo provocado por la incidencia de cualquiera partículas en la pantalla S

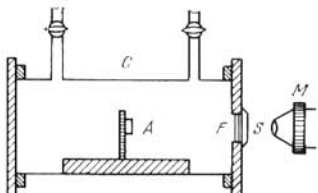


Fig. 82.1.

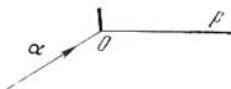


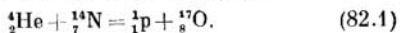
Fig. 82.2.

se observaba mediante el microscopio M . Con las presiones de los gases que se creaban en la cámara, las partículas α tenían tales alcances que la hoja de aluminio F , antepuesta a la pantalla S , absorbía por completo todas las partículas α emitidas por el polonio. De este modo, en el microscopio no se debería observar el centelleo provocado por las partículas α . El experimento mostró que al rellenar la cámara de nitrógeno se observaba el centelleo, pero al llenarla de oxígeno o CO_2 , éste no surgía.

2. El minucioso estudio de este fenómeno en una cámara de Wilson automatizada, permitió obtener fotos estereoscópicas de las trazas de las partículas y medir el alcance de su recorrido. Las fotos de las huellas mostraron que raramente la huella de la partícula α acababa en la horquilla representada en la fig. 82.2. En el punto O desaparece la huella de la partícula absorbida por el núcleo de nitrógeno y, en su lugar, se forman dos huellas: la huella corta y gruesa del núcleo de oxígeno ${}^{16}_8\text{O}$, que sufre retroceso, y la huella larga y fina que con evidencia no pertenecía a la partícula α . La investigación de las partículas que crean una huella larga y fina con ayuda de un campo magnético, per-

mitió hallar su carga específica q/m . Esta resultó ser igual a la del núcleo de hidrógeno, es decir, del protón.

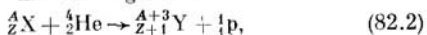
Esto hizo que Rutherford llegara a la siguiente interpretación de los resultados del experimento. En el punto O se produce el choque de una partícula α con el núcleo de nitrógeno, por lo que se forman dos partículas cargadas, una de las cuales era el protón. El carácter de la segunda podría ser determinado si aceptamos que en el proceso que se estudia se cumplen las leyes de la conservación del número másico y de la carga eléctrica, lo mismo que durante la desintegración radiactiva natural. Esto ofrece para la segunda partícula un número másico igual a $4 + 14 - 1 = 17$ y para carga del núcleo, $2 + 7 - 1 = 8$. Por consiguiente, la segunda partícula es el núcleo del isótopo de oxígeno ${}^{17}_8\text{O}$ y la reacción nuclear debería tener el aspecto



Semejante esquema de la reacción fue confirmado por otra vía, es decir, aplicando las leyes de la conservación de la energía y de la cantidad de movimiento a los productos de la reacción. Como resultado, fue hallado que la razón entre las masas de las partículas formadas era igual a 17:1, lo que corresponde a la reacción nuclear correspondiente a la fórmula (82.1).

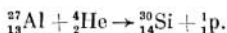
Con el fin de que transcurra la reacción (82.1) es preciso el «impacto directo» de la partícula α contra el núcleo. Esto sucede muy rara vez, ya que el núcleo atómico tiene muy pequeñas dimensiones (§ 80.6) y la concentración de núcleos-blancos es también muy pequeña en el nitrógeno. Por esta causa, las fotografías de las horquillas se observan pocas veces. La reacción nuclear (82.1) fue la primera transformación artificial de un elemento químico en otro.

3. Después de realizar la primera reacción nuclear artificial, comenzaron amplias investigaciones de las transformaciones de los núcleos de los átomos de boro, aluminio, flúor, potasio y otros elementos bajo la acción de las partículas α . En forma general, todas estas reacciones pueden ser escritas de la manera siguiente:



donde ${}^A_Z\text{X}$ es el núcleo inicial irradiado con partículas α , ${}^{A+3}_{Z+1}\text{Y}$, el núcleo obtenido como resultado de la reacción. Puede servir de ejemplo de una reacción nuclear la de trans-

formación del núcleo de aluminio ${}_{13}^{27}\text{Al}$ en el núcleo de silicio ${}_{14}^{30}\text{Si}$:



Durante esta reacción fueron descubiertos protones con un alcance de unos 0,9 m. Un alcance tan grande del protón es explicado porque en esta reacción se desprende una energía igual a 2,26 MeV.

4. Las reacciones nucleares bajo la acción de las partículas α , fueron la causa del descubrimiento de los neutrones que entran en la composición de los núcleos atómicos. En 1930, al irradiar el núcleo de berilio ${}_{4}^9\text{Be}$ con partículas α , fue descubierto el surgimiento de una radiación con muy alto poder de penetración. Se supuso que el núcleo de berilio ${}_{4}^9\text{Be}$, al unirse con una partícula α , se transforma en un núcleo excitado de carbono ${}_{6}^{13}\text{C}$, cuya transición al estado normal se acompaña de la emisión de cuantos de rayos γ duros. Las valoraciones de la energía de los supuestos rayos γ según su absorción, llevaron a la conclusión de que el cuanto γ debe tener una energía próxima a 7 MeV.

En 1931 Irene Curie y Federico Joliot descubrieron que la «radiación de berilio», al pasar por compuestos que contienen hidrógeno, por ejemplo la parafina, arranca con intensidad protones que tienen un alcance hasta de 26 cm. Para obtener protones con semejantes alcances, los cuantos γ deberían tener una energía igual a 55 MeV y no a 7 MeV. Las posteriores investigaciones mostraron que la radiación a la que en un principio se le atribuía carácter electromagnético, provoca la aparición de núcleos de retroceso en tales gases como el nitrógeno, argón e incluso en el relativamente pesado criptón. Con esto, para los alcances de los núcleos de retroceso que se observan en el argón, los cuantos γ deberían tener una energía casi en un orden de magnitud mayor que la que en realidad tenían las partículas de la radiación penetrante que irradiaba el berilio.

Esta dificultad fue resuelta en 1932 por J. Chadwick. Éste demostró que los alcances y velocidades de los núcleos de retroceso observados en diversos gases, pueden surgir al chocar estos núcleos no con los cuantos γ , sino con partículas cuya masa es próxima a la del protón. Dichas partículas recibieron el nombre de *neutrones* (${}_0^1\text{n}$). En efecto, un neutrón con masa en reposo m_n y velocidades v_0 y v_1 , antes y después del choque elástico central con el núcleo inmóvil de masa M ,

comunicará a éste durante la colisión una velocidad v que puede ser hallada mediante las leyes de la conservación de la cantidad de movimiento y de la energía:

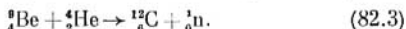
$$v = \frac{2m_n}{m_n + M} v_0.$$

Para los casos cuando los neutrones pasan por el nitrógeno ($M = 14$) e hidrógeno ($M = 1$), la razón de las velocidades de los núcleos de retroceso, es igual a

$$\frac{v_N}{v_H} = \frac{m_n + 1}{m_n + 14}.$$

De los datos experimentales acerca de las velocidades de los núcleos de retroceso, la razón v_N/v_H resultó ser aproximadamente igual a 0,13. Esto proporciona para m_n un valor cercano a la unidad. El gran poder de penetración de los neutrones se explica por no tener éstos carga eléctrica. Como no sufren la interacción coulombiana con los electrones y núcleos de los átomos, los neutrones actúan de modo recíproco con los núcleos gracias a las fuerzas nucleares y por tener momento magnético los núcleos y los neutrones. Esta interacción es precisamente lo que lleva a la aparición de los núcleos de retroceso que se observan en los experimentos.

De este modo, la reacción nuclear en la que los neutrones fueron obtenidos por primera vez, tiene el siguiente aspecto:



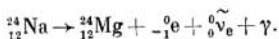
Más adelante, los neutrones han jugado un importantísimo papel, como partículas que provocan las reacciones nucleares.

§ 82.2. Fenómenos de la radiactividad artificial

1. Como se indica en el (§ 80.7), un núcleo estable se caracteriza por contener número determinado de protones y neutrones: con ayuda del modelo de gota líquida del núcleo, fue obtenida la fórmula (80.15) por medio de la cual se determina el número de protones en el núcleo estable y también el de neutrones en él. Si de forma artificial, mediante la irradiación del núcleo con cualesquiera partículas, se viola el equilibrio entre los protones y neutrones en él, el núcleo resultará ser *radiactivo artificial*. Si en un núcleo ligero se encuentra un neutrón excesivo, aquí se producirá

la conversión del neutrón en protón según la fórmula (81.18) lo que se acompaña con el desprendimiento de un electrón.

2. Los núcleos ligeros, en los que artificialmente se crea un número excesivo de neutrones en comparación con los protones, es decir, tales núcleos en donde se ha violado la condición de su estabilidad (80.15) son, por regla, radiactivos β_- . Un ejemplo típico es la transformación del isótopo estable de sodio ${}^{23}_{11}\text{Na}$, bajo la acción de los neutrones, en el isótopo radiactivo ${}^{24}_{11}\text{Na}$, que posee radiactividad β_- y se convierte en el isótopo estable de magnesio ${}^{24}_{12}\text{Mg}$, con la particularidad de que el proceso es acompañado de la emisión de un electrón, un antineutrino electrónico ${}^0_0\tilde{\nu}_e$ (§ 81.12) y un cuanto γ :

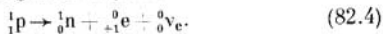


El isótopo radiactivo de carbono ${}^{14}_6\text{C}$, surgido del núcleo estable de nitrógeno ${}^{14}_7\text{N}$ bajo la acción de los neutrones (con desprendimiento de protones), al desintegrarse de nuevo se convierte en un isótopo estable de nitrógeno:



El isótopo radiactivo de cobalto ${}^{60}_{27}\text{Co}$, emite electrones y se transforma en un isótopo estable de níquel ${}^{60}_{28}\text{Ni}$.

3. La condición (80.15) de estabilidad de los núcleos puede ser también alterada introduciendo en ellos protones excesivos. Esto llevará al crecimiento de la energía del núcleo en comparación con su valor mínimo, correspondiente a la condición (80.15) y a que el núcleo adquiera propiedades radiactivas. Semejantes núcleos pueden sufrir desintegración radiactiva que corresponde a la conversión del protón excesivo en un neutrón según el esquema

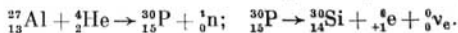


La partícula con carga unitaria positiva ${}^0_{+1}\text{e}$ que en tal caso aparece, tiene masa igual a la del electrón y espín $\hbar/2$; recibió el nombre de *positrón*. La reacción es acompañada del desprendimiento de un neutrino electrónico ${}^0_0\nu_e$, partícula sin carga con masa en reposo igual a cero, lo que se deduce de los mismos razonamientos que fueron expuestos en el § 81.12 al estudiar la desintegración β_+ .

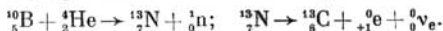
4. El fenómeno de la radiactividad artificial fue descubierto en 1934 por Irene y Federico Joliot-Curie. Irradiando

con partículas α los núcleos de aluminio, boro y otros elementos ligeros e investigando los productos de la reacción mediante la cámara de Wilson ubicada en un campo magnético, los científicos revelaron la emisión de positrones.

Al mismo tiempo dicha emisión *no cesaba* al terminar la irradiación con partículas α , sino que continuaba después del cese de la irradiación, decreciendo con el tiempo por la ley exponencial $N = N_0 e^{-\lambda t}$, característica para la desintegración radiactiva. Las reacciones que proporcionan la radiactividad artificial transcurrían por el siguiente esquema:



El isótopo de fósforo ${}_{15}^{30}\text{P}$ (radiofósforo) es radiactivo β_+ : su período de semidesintegración $T_{1/2} = 2,5$ min. De manera análoga se forma el radionitrógeno:



El período de semidesintegración de nitrógeno radiactivo es igual a 14 min.

Para la radiactividad β_+ positrónica, junto con el positrón se emite un neutrino electrónico.

El análisis químico confirmó que las reacciones escritas eran correctas. El fenómeno de la radiactividad artificial «marca» los átomos de los isótopos radiactivos. La salida de las partículas β puede ser registrada por medio de cualquier contador (detector) (§ 81.6). Los períodos de semidesintegración cómodos para fines de investigación, condicionaron la extensa aplicación del método de los átomos «marcados» en la ciencia y la técnica.

§ 82.3. Surgimiento y destrucción de los pares electrón-positrón

1. En 1932, dos años antes de que los esposos Joliot-Curie descubrieran la radiactividad artificial, C.D. Anderson advirtió los positrones entre las partículas constituyentes de los rayos cósmicos (§ 83.2). De inmediato fue aclarado que los positrones surgen durante la *formación de pares*. Así se denomina el proceso de *transformación de un cuanto γ de gran energía en un par de partículas*, es decir, *el electrón y el positrón*. Este proceso, que transcurre según el esquema $\gamma \rightarrow {}_{-1}^0\text{e} + {}_{+1}^0\text{e}$, se provoca por el choque del cuanto γ con cualquiera partícula cargada, por ejemplo, con el núcleo

atómico, en el campo del cual se forma el par electrón-positrón.

De forma experimental este fenómeno puede ser descubierto, por ejemplo, en la cámara de Wilson ubicada en un campo magnético. Por la influencia de la fuerza de Lorentz que actúa sobre la carga en movimiento por el campo magnético, la carga se desvía. El electrón y el positrón que tienen cargas de signos contrarios, se desvían en direcciones opuestas. En la fig. 82.3 se aduce la fotografía de un par formado

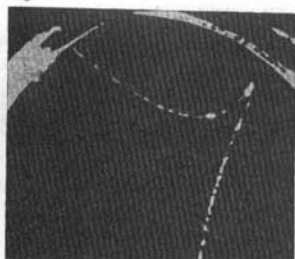


Fig. 82.3.

en el gas que rellena la cámara de Wilson por la acción de cuantos γ duros.

2. La formación del par «electrón + positrón» debe transcurrir en correspondencia con las leyes de la conservación de la energía y de la cantidad de movimiento. De la primera ley se desprende que para la creación del par, el fotón γ debe tener una energía que no sea menor que $2m_0c^2$, es decir, $h\nu \geq 2m_0c^2 = 1,022 \text{ MeV}$, donde $m_0c^2 = 0,511 \text{ MeV}$ es

la energía en reposo de cada una de las partículas formadas. La ley de la conservación de la cantidad de movimiento impone limitaciones adicionales al proceso de formación del par. La cuestión radica en que al formarse del fotón dos partículas con masa en reposo $m_0 \neq 0$, la cantidad de movimiento sumaria de las dos partículas es menor que la del fotón ($h\nu/c^*$). Por esta razón, en el sistema «fotón—par electrón—positrón» la ley de la conservación de la cantidad de movimiento resulta ser violada.

Esto significa que para la formación del par es necesario la participación de una partícula más, la tercera, que adquiera parte de la cantidad de movimiento del fotón. Por regla, dicha partícula es un núcleo atómico, pero puede también ser uno de los electrones de la corteza electrónica del átomo de la sustancia en la que transcurre el frenado de los rayos γ duros. En este último caso, el electrón de retroceso

*) Proponemos al lector que lo demuestre.

recibe una cantidad de movimiento que puede ser descubierta por la huella de dicho electrón en la cámara de Wilson. Durante la formación del par, la cantidad de movimiento del núcleo de retroceso también puede ser registrada de modo experimental.

El surgimiento de un par de partículas (electrón y positrón), cada una de las cuales posee un espín igual a $\hbar/2$, de un fotón γ requiere, además del cumplimiento de las leyes de la conservación de la energía y la cantidad de movimiento, que el fotón tenga espín entero (en unidades \hbar), igual a 0 ó 1. Una serie de importantes consideraciones, que nosotros no vamos a examinar, llevó a la conclusión de que el fotón no puede ser una partícula sin espín y que, por lo tanto, éste es igual a \hbar .

3. Además del proceso de surgimiento del par electrón-positrón, es posible el *proceso inverso de unión* de dichas partículas, debido al cual el par *se destruye* y, en la mayoría aplastante de los casos, surgen dos cuantos γ . Este proceso puede ser descrito de la forma siguiente:



La aparición durante este proceso de dos cuantos γ se desprende de la ley de conservación de la cantidad de movimiento. En efecto, si hasta la unión de las partículas $-{}_1^0e$ y ${}_1^0e$, la cantidad de movimiento sumario de las dos partículas en el sistema de coordenadas ligado con el centro de masas del sistema «electrón-positrón» era igual a cero, para que la cantidad de movimiento quede invariable después de la destrucción del par deben formarse dos cuantos cuyas cantidades de movimiento estén dirigidas a lados opuestos. Cada uno de los cuantos γ se lleva una energía igual a $h\nu = mc^2 \geq 0,511$ MeV.

La demostración experimental directa de la existencia de la destrucción del par son los experimentos de A.A. Artsimovich, A.I. Alijanov y A.I. Alijanian. Estos científicos hicieron uso del hecho que en estado libre la existencia del positrón es muy corta. Al pasar por la sustancia, se une con uno de los electrones del átomo de ésta y, por ello, surgen dos cuantos γ . En los experimentos que describimos, la fuente de positrones se situaba en el interior de una cubierta de plomo que, a su vez, se instalaba entre dos contadores. El espesor de la cubierta se elegía de tal manera, que en su interior todos los positrones se unieran con los electrones y

los cuantos γ formados salieran al exterior y fuesen registrados por los contadores. Los experimentos mostraron que en cada acto de unión del positrón con el electrón surgían dos cuantos γ que se dirigían hacia lados opuestos. La medición de la intensidad de los rayos γ permitió medir la energía $h\nu$ de los cuantos que resultó ser próxima a 0,5 MeV.

4. Los fenómenos de formación y destrucción de los pares electrón-positrón tienen interés como ejemplo de la ligazón mutua entre diversas formas de materia. Tropezamos aquí con la transformación de la materia en forma de sustancia en materia en forma de campo electromagnético y con la transformación inversa. Claro está, que durante estas transformaciones se observan todas las leyes de la conservación. Así la masa del cuanto γ , del que se forma el par, es absolutamente igual a la masa de las partículas formadas. Por lo tanto, no se puede ni hablar de cualesquiera «destrucción» o «nacimiento» de la masa y mucho menos de la materia durante estos procesos. Por esta razón se debe evitar el término «aniquilación» («transformación en la nada») del par. Este término se encuentra a veces en la literatura al describir el proceso de transformación del par en cuantos γ .

§ 82.4. Núcleo compuesto. Característica general de las reacciones nucleares

1. En cualquier reacción nuclear, salvo la fusión espontánea de los núcleos (§ 82.8), los núcleos atómicos chocan con partículas (neutrones, partículas α , protones) o entre sí. No obstante, estas colisiones se distinguen de los choques entre cuerpos y partículas que se estudian en la mecánica clásica (§ 17.1), así como de los choques entre las partículas con la corteza electrónica de los átomos y moléculas. En los choques no nucleares sólo se considera la transmisión de la cantidad de movimiento y energía de la partícula que choca a una cualquiera partícula del blanco con la que se produce la colisión. Por ejemplo, cuando un átomo se excita o ioniza mediante su colisión con un ion, transcurre la transmisión de la energía del ion a uno de los electrones del átomo. Como resultado, este electrón o traspasa al estado energético excitado, o bien, en el caso de la ionización, se expulsa del átomo.

2. Durante los choques nucleares tropezamos con una situación diferente en principio. El núcleo es de por sí una

formación muy densa y cuando en él incide la partícula que choca, ésta no actúa mutuamente con uno cualquiera de los nucleones. Al penetrar en el núcleo, la partícula «se atranca» en él, con la particularidad de que la energía de aquella se transmite *no a uno, sino a muchos nucleones*. La captura por el núcleo de la partícula que incide lleva a la creación de un *núcleo* intermedio llamado *compuesto*. En esto consiste la primera etapa de la reacción nuclear.

3. N. Bohr, L.D. Landau y Ya.I. Frenkel, que desarrollaron la teoría del núcleo compuesto, mostraron que la energía que trae consigo la partícula, en un corto intervalo de tiempo, se distribuye *uniformemente* entre todas las partículas del núcleo compuesto. De acuerdo con la teoría de dicho núcleo, éste, lo mismo que todo núcleo pesado excitado (con gran número másico), puede ser considerado como un sistema estadístico de partículas que realizan movimientos desordenados, semejantes a los de las partículas en una gota líquida. Por sus propiedades, el núcleo compuesto debe ser análogo a la *gota líquida* (§ 80.7), ya que la rápida redistribución de la energía entre las partículas en el núcleo es sólo posible para frecuentes choques de partículas, lo que es característico para la redistribución de la energía entre las partículas de un líquido. Si a un núcleo compuesto con número másico A se ha comunicado una energía \mathcal{E} , a la energía media de excitación \mathcal{E}/A para una partícula debe corresponder cierta «temperatura nuclear» T determinada de la condición

$$\frac{\mathcal{E}}{A} = \frac{3}{2} kT,$$

donde k es la constante de Boltzmann (§ 26.9). La medida de la «temperatura nuclear» es la energía cinética media, que corresponde a una partícula de núcleo compuesto. Por ejemplo, para $A = 100$ y $\mathcal{E} = 10$ MeV, la «temperatura nuclear» es por su orden de magnitud igual a 10^9 K. Muestra el carácter convencional de este concepto el enorme valor de T .

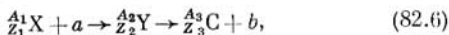
4. El examen estadístico del núcleo-gota compuesto fue muy fructífero para la descripción de las regularidades generales del transcurso de las reacciones nucleares, en particular para comprender la segunda etapa de la reacción nuclear, es decir, la salida del núcleo compuesto de unas u otras partículas. Como resultado de discrepancias aleatorias de la distribución uniforme de la energía de excitación entre las

partículas del núcleo compuesto, en una de ellas puede concentrarse una energía suficiente para la salida de esta partícula del núcleo. Este proceso puede considerarse como la «evaporación» de una partícula del núcleo-gota compuesto.

Entre la primera etapa de la reacción nuclear y la salida del núcleo compuesto de unas u otras partículas pasa, por regla, un intervalo de tiempo mucho mayor que el llamado *tiempo nuclear*. Por tiempo nuclear tomamos el tiempo necesario para que una partícula con energía de un orden de 1 MeV y velocidad $10^7 \dots 10^8$ m/s cubra una distancia que por su orden de magnitud sea igual al diámetro del núcleo 10^{-15} m, es decir, un tiempo

$$\tau_N = \frac{10^{-15}m}{10^7 m/s} = 10^{-22} s.$$

En la actualidad el intervalo $10^{-22} \dots 10^{-23}$ s es el menor tiempo que existe en la naturaleza. Por el momento no han sido observados intervalos de tiempo menores. El tiempo $10^{-22} \dots 10^{-23}$ s caracteriza la transmisión de las interacciones nucleares más fuertes (§ 83.5). El tiempo de vida de un núcleo compuesto alcanza a $(10^6 \dots 10^7) \cdot \tau_N$. Esto significa, que la transformación del núcleo compuesto, o sea de la segunda etapa de la reacción nuclear, transcurre, por regla, *independientemente* de la captura de la partícula incidente por el núcleo-blanco, es decir, de la primera etapa de la reacción. Las dos etapas de la reacción nuclear pueden ser representadas por el siguiente esquema:



donde ${}_{Z_1}^{A_1}X$ es el núcleo-blanco inicial, a , la partícula incidente, ${}_{Z_2}^{A_2}Y$, el núcleo compuesto, ${}_{Z_3}^{A_3}C$, el núcleo resultado de la reacción nuclear, b , la partícula que emerge del núcleo como resultado de la reacción.

En el caso, cuando la partícula emitida por el núcleo es idéntica a la incidente, la fórmula (82.6) describe la dispersión de la partícula (inelástica o elástica en función de si son o no iguales las energías de las partículas $a = b$, antes y después de la dispersión). Si la partícula b no es idéntica a a , la *reacción nuclear* transcurre en el sentido usual de una palabra.

5. Las reacciones nucleares pueden ser clasificadas por diversos rasgos: por las energías de las partículas que las

provocan, según el tipo de las partículas que en ellas toman parte y por el carácter de las transformaciones nucleares que transcurren. Son distinguidas reacciones nucleares con energías pequeñas, medias y grandes. Las reacciones con pequeñas energías (de un orden de un electrónvoltio) se producen, fundamentalmente, con participación de los neutrones. Las reacciones con energías medias (hasta de varios MeV) son provocadas, además, por partículas cargadas (protones, partículas α) y cuantos γ . Cuando las energías son grandes (centenares y miles de MeV), las reacciones llevan al nacimiento de partículas elementales que no existen en estado libre. Éstas tienen gran importancia para el estudio de las propiedades y la estructura de dichas partículas (véase el cap. 83).

6. Según el tipo de las partículas que participan en las reacciones nucleares se distinguen las reacciones bajo la acción de los neutrones, reacciones provocadas por partículas cargadas (además de las enumeradas más arriba, éstas pueden ser los deuterones (deutones) y iones de múltiples cargas de los elementos químicos pesados). Además de los elementos químicos pesados, los aceleradores también (§§ 41.4, 41.6) son fuentes de partículas cargadas.

Para la designación breve de la reacción nuclear se han aceptado los siguientes símbolos: (a, b) , donde a es la designación simbólica de la partícula que provoca la reacción; b , designa la partícula que surge debido a la reacción. Por ejemplo, las reacciones (α, p) y (α, n) transcurren por la acción de las partículas α y causan la salida del núcleo de protones y neutrones, respectivamente.

§ 82.5. Concepto de interacción de los neutrones con la sustancia

1. Como los neutrones no tienen carga eléctrica, cuando éstos pasan por una sustancia no interaccionan, prácticamente, con las cortezas electrónicas de los átomos y las moléculas. La interacción de los neutrones sólo transcurre con los núcleos, por lo que se explica el gran poder de penetración de los neutrones (en comparación con las partículas cargadas). El carácter de la interacción entre los neutrones y los núcleos es diferente para los casos cuando se trata de partículas rápidas y lentas. Los neutrones se llaman *rápidos* si su velocidad v es tan alta que la longitud de la onda de

De Broglie (onda de materia) que a ella corresponde $\lambda = \hbar/mv$ es mucho menor que el radio R del núcleo, es decir, $\hbar/mv \ll \ll R$ o bien $v \gg \hbar/mR$. Las energías de los neutrones rápidos se encuentran en los márgenes de 0,1 a 50 MeV. Si $\lambda \geq R$, es decir, $v \leq \hbar/mR$, se dice que los neutrones son *lentos*. Sus energías no pasan de los 100 keV.

2. En el caso de los neutrones rápidos podemos considerar que el núcleo es para el neutrón una especie de blanco, con el que choca. El área del blanco se considera igual a la sección geométrica del núcleo, es decir, el área de la sección de un núcleo esférico por el círculo máximo.

Para los neutrones lentos con energías hasta de 0,5 eV (también se denominan neutrones *térmicos*) «la sección transversal eficaz» de su interacción con los núcleos resulta ser $10^2 \dots 10^3$ veces mayor que la sección geométrica del núcleo. Aquí es oportuno aducir la siguiente analogía óptica. Si las dimensiones lineales de un centro que dispersa la luz superan considerablemente la longitud de la onda luminosa λ , la dispersión de la luz transcurre de acuerdo con las leyes de óptica geométrica. Esto corresponde al caso de los neutrones rápidos. La dispersión de la luz en objetos con dimensiones lineales $d \approx \lambda$ se produce según las leyes de la óptica ondulatoria, lo que corresponde al caso de los neutrones lentos.

3. Los experimentos han mostrado que como resultado de la interacción de los neutrones con los núcleos, puede producirse tanto la dispersión de los neutrones en los núcleos, como la captura de los neutrones por los núcleos. En las sustancias llamadas *moderadores* la interacción de los neutrones con los núcleos se reduce, principalmente, a la dispersión, mientras que los procesos de captura no juegan importante papel.

En calidad de moderadores de neutrones se utiliza el grafito, el agua pesada (D_2O , HDO) y compuestos de berilio. Al pasar por semejantes sustancias, los neutrones rápidos sufren dispersión en los núcleos y se moderan hasta que su energía \mathcal{E} se haga igual a la del movimiento térmico de los átomos de la sustancia moderadora, es decir, $\mathcal{E} \approx kT$, donde T es la temperatura absoluta. La energía de estos neutrones térmicos se convierte, fundamentalmente, en la energía de retroceso de los núcleos. A la temperatura ambiente, la energía de los neutrones térmicos es igual a 0,025 eV. Las posteriores colisiones de los neutrones térmicos con los nú-

cleos de la sustancia-moderadora no pueden proporcionar el decrecimiento de la energía de los neutrones, ya que se alcanza el equilibrio térmico entre los neutrones y el medio ambiente: con la misma probabilidad los neutrones pueden perder o adquirir una energía de un orden de kT . Las siguientes colisiones de los neutrones térmicos con los núcleos sólo pueden provocar la difusión de los neutrones en la sustancia sin que éstos pierdan energía, hasta que el neutrón salga de los límites del moderador.

4. En 1934, Enrique Fermi, al investigar el fenómeno de la radiactividad artificial, advirtió que las sustancias que adquieren radiactividad artificial al actuar los neutrones sobre sus núcleos, muestran una actividad mucho mayor si los neutrones pasan previamente por un moderador, por una sustancia que contiene hidrógeno, del tipo de la parafina. Resultó que en ciertos casos los neutrones lentos, al pasar por la sustancia, sufren no sólo dispersión, sino también *captura*.

La captura de los neutrones lleva a la radiactividad artificial de los núcleos de la sustancia. Los experimentos han mostrado que con determinadas energías de los neutrones lentos, su captura por los núcleos transcurre con la mayor intensidad. Este fenómeno, llamado *absorción por resonancia de los neutrones*, tiene lugar al coincidir la energía del neutrón con la diferencia de niveles energéticos del núcleo compuesto.

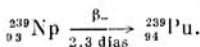
§ 82.6. Elementos transuránicos

1. Las reacciones nucleares de uranio con neutrones, han desempeñado un particular papel en física nuclear. Gracias a estas reacciones fue descubierta la fisión nuclear, sobre la que hablaremos en el párrafo siguiente, así como fue revelada la posibilidad de crear elementos químicos, cuyos átomos tienen una carga del núcleo que sobrepasa a 92. Estos elementos han recibido el nombre de *transuránicos*. Con brevedad vamos a detenernos en la obtención de algunos de ellos.

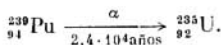
La captura por resonancia de los neutrones lentos por el más difundido isótopo de uranio ${}_{92}^{238}\text{U}$, provoca la formación de isótopo radiactivo ${}_{92}^{239}\text{U}$, que al sufrir una transformación radiactiva β_- , con período de semidesintegración igual a 23 min, se convierte en el isótopo del elemento transuránico neptunio ${}_{93}^{239}\text{Np}$:



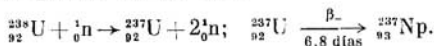
2. A su vez, el núcleo del isótopo de neptunio ${}_{93}^{239}\text{Np}$, que posee radiactividad β_- con período de semidesintegración 2,3 días, se transforma en plutonio ${}_{94}^{239}\text{Pu}$:



Plutonio ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ es un elemento transuránico importantísimo. Gracias a su eficaz fisión bajo la acción de los neutrones térmicos (§ 82.7), juega un notorio papel en la producción de energía nuclear. Plutonio ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ es radiactivo α con un gran período de semidesintegración (24 000 años). Se transforma en el isótopo estable de uranio ${}_{92}^{235}\text{U}$:



3. La reacción nuclear del tipo $(n, 2n)$ transforma el isótopo de uranio ${}_{92}^{238}\text{U}$ en el isótopo radiactivo artificial ${}_{92}^{237}\text{U}$, que siendo radiactivo β_- se convierte en el isótopo de neptunio ${}_{93}^{237}\text{Np}$ que es radiactivo α , con el enorme período de semidesintegración $2,2 \cdot 10^6$ años:



El isótopo de neptunio ${}_{93}^{237}\text{Np}$ da comienzo a una de las familias radiactivas de transformaciones nucleares (§ 81.2).

Además de los elementos transuránicos examinados más arriba, también existen otros, obtenidos mediante el bombardeo de los isótopos estables de los elementos pesados ${}_{92}^{238}\text{U}$ y ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ con haces de núcleos acelerados de neón (§ 82.8).

§ 82.7. Fisión nuclear

1. Entre las transformaciones nucleares ocupa particular puesto la fisión de los núcleos pesados en fragmentos de masa aproximadamente igual, lo que tiene enorme importancia en las ciencias y la técnica modernas. En 1934, Fermi investigando la radiactividad artificial, descubrió que el uranio irradiado por neutrones, da productos radiactivos que poseen varios períodos de semidesintegración. Al principio se supuso que transcurre la formación de elementos transuránicos: el núcleo de uranio, que capturó un neutrón, forma un isótopo más pesado de éste, que a su vez, siendo radiactivo β_- , se transforma en un elemento químico con

$Z = 93$. El núcleo de átomo de este elemento, mediante la desintegración β_- se transforma en el núcleo del átomo de un elemento con $Z = 94$. De este modo surgió por primera vez la suposición de la existencia de elementos químicos *transuránicos*, estudiados en el párrafo anterior.

Para comprobar esta suposición, durante el período de los años 1936—1938 fueron llevados a cabo enérgicas investigaciones de las reacciones nucleares que se producen al irradiar el uranio con neutrones de diversas energías. Gran fue el asombro de los científicos, cuando la investigación de las propiedades químicas de los productos de dichas reacciones mostró que recuerdan las propiedades de los elementos situados en la parte media del Sistema Periódico. Por ejemplo, en 1938, O. Hahn y F. Strassmann, por medio de un preciso análisis radioquímico, demostraron que la irradiación del uranio con neutrones lleva al surgimiento de un elemento químico de la parte media de la tabla periódica, es decir, bario $_{56}\text{Ba}$, que es el análogo químico del radio $_{88}\text{Ra}$. Idéntico resultado fue obtenido por ellos al bombardear con neutrones el isótopo de torio $^{232}_{90}\text{Th}$.

2. Estos asombrosos resultados fueron explicados por primera vez por Frish y Meitner, que supusieron que los núcleos pesados *no son estables*. Al excitarse durante la captura de un neutrón, el núcleo pesado (por ejemplo, de uranio) puede escindirse en dos partes aproximadamente iguales, llamados *fragmentos de fisión*. Con esto, los nucleones del núcleo compuesto inicial deben distribuirse entre los fragmentos de fisión, cumpliendo las leyes de la conservación de las cargas y de los números másicos:

$$Z_U = Z_1 + Z_2; \quad A_U + 1 \approx A_U = A_1 + A_2,$$

donde los índices 1 y 2 se refieren a los fragmentos de fisión Z_U y A_U , la carga y el número másico de núcleo inicial de uranio. El experimento confirmó esta suposición: entre los productos de irradiación del uranio con neutrones fueron descubiertos, además del bario, los isótopos radiactivos de estroncio $_{38}\text{Sr}$ y de itrio $_{39}\text{Y}$ y, además, el isótopo radiactivo de un gas químicamente neutro (criptón o xenón).

3. Sencillas consideraciones nos muestran que la *fisión de núcleo del uranio en dos fragmentos debe acompañarse por el desprendimiento de una gigantesca energía*. En efecto, como hemos conocido en el § 80.4, la energía específica de enlace, es decir, la energía de enlace que corresponde a un

nucleón, en los núcleos de los átomos de los elementos que se encuentran en la parte media del Sistema Periódico, constituye unos 8,7 MeV, mientras que para los núcleos pesados es igual a 7,6 MeV. Este hecho adquiere ahora importancia primordial: durante la fisión del núcleo inestable, «mullido», de uranio en dos fragmentos estables, «empaquetados», debe liberarse una energía igual a 1,1 MeV por nucleón. En total, para el núcleo de uranio ${}_{92}^{238}\text{U}$, que contiene 238 nucleones, debe desprenderse una energía del orden de 200 MeV. Durante la fisión de núcleos contenidos en 1 g de uranio ${}_{92}^{235}\text{U}$ se desprende una energía igual a $8 \cdot 10^{10}$ J o bien 22 MW·h.

4. La parte fundamental de la energía ξ de fisión debe liberarse en forma de energía cinética de los fragmentos de fisión. En efecto, el acto de fisión ha ocurrido y los fragmentos se hallan a una distancia r entre sí. Cuando las fuerzas nucleares de atracción ya no actúan, se manifiesta la energía electrostática coulombiana de repulsión de los núcleos cargados, es decir, de los fragmentos de fisión. La energía potencial de interacción de las cargas Z_1e y Z_2e es igual a

$$U = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

La distancia r entre los fragmentos al acabar la escisión será, por lo visto, $r = R_1 + R_2$, donde R_1 y R_2 son los radios de los núcleos fragmentos de fisión, que pueden ser calculados por la fórmula (§ 80.6)

$$R = 1,4 \cdot 10^{-15} \cdot A^{1/3}$$

Considerando que $Z_1 = Z_2 = 92/2 = 46$, $R_1 = R_2$ y $A_1 = A_2 = 238/2 = 119$, de la fórmula para U obtenemos un valor próximo a 200 MeV. Es evidente que la energía potencial U de repulsión de núcleos-fragmentos debe convertirse en su energía cinética K y los fragmentos de fisión han de volar hacia todos lados a grandes velocidades. Los experimentos han confirmado estas consideraciones y apreciaciones.

5. Resultó que la escisión del uranio puede producirse tanto al bombardearlo con neutrones rápidos, como con lentos (térmicos), pero además la acción de los últimos es más eficaz. Mediciones espectrométricas de masas permitieron establecer que los neutrones térmicos realizan la fisión de los núcleos del isótopo ${}_{92}^{235}\text{U}$, mientras que la energía de

activación, o sea, la energía mínima necesaria para que transcurra la reacción de fisión del núcleo del isótopo $^{235}_{92}\text{U}$, así como de los núcleos de los isótopos de torio y protactinio, que existen en la naturaleza, constituye, aproximadamente, 1 MeV.

La presencia de los fragmentos de fisión de los núcleos fue registrada en la cámara de Wilson, en la que fue introducido el óxido de uranio aplicado en una fina película. Fotografías estereoscópicas revelaron con evidencia las huellas de fragmentos pesados, que durante la escisión volaron en direcciones opuestas. Este mismo resultado fue obtenido mediante el método de las emulsiones fotográficas de capa gruesa (véase t. I, fig. 15.1).

6. Los fragmentos que se forman durante la fisión de los núcleos pesados deben ser radiactivos β_- y pueden emitir neutrones. Esta deducción se desprende directamente al examinar la composición del núcleo pesado inicial y los núcleos, fragmentos de la fisión. En los núcleos de los átomos de los elementos químicos, situados en la parte media de la tabla de Mendeléiev, el número de neutrones N es aproximadamente igual al número de protones, de forma que $N/Z \approx 1$. Para los núcleos pesados, recargados de neutrones, la razón N/Z crece hasta 1,6. De este hecho se desprenden dos deducciones. Primero: en el momento de su formación los fragmentos de fisión deben tener exceso de neutrones en comparación con los protones y, además, debe observarse radiactividad β_- . La gran recarga de los fragmentos nucleares de neutrones debe llevar a que los productos de la desintegración β_- de los núcleos-fragmentos también serán radiactivos β_- . Segundo: es de mucha importancia, el que parte de los neutrones excesivos, que de por sí son la diferencia entre el número de neutrones en el núcleo inicial y su número en los núcleos-fragmentos, será emitida por los fragmentos de fisión en forma de los llamados *neutrones de fisión*.

El número de neutrones formados en los actos de fisión puede ser en cierto grado diferente. Por esta razón, se introduce la noción del *número medio* $\bar{\nu}$ de neutrones surgidos, que corresponde a un acto de fisión. De este modo, para los núcleos de plutonio $^{239}_{94}\text{Pu}$ y uranio $^{235}_{92}\text{U}$, que se escinden bajo la acción de los neutrones térmicos, el número $\bar{\nu}$ es igual a 3,0 y 2,5, respectivamente. Esto quiere decir, que el proceso de fisión nuclear está acompañado de la *multiplicación de los neutrones*.

7. La teoría de fisión de núcleos pesados fue confeccionada en 1939 por Ya.I. Frenkel, así como por N. Bohr y J. Willer, basándose en la hipótesis de la inestabilidad de los núcleos pesados. Esta teoría tenía como base el modelo de gota líquida del núcleo (§ 80.7). Examinemos con brevedad los fundamentos de esta teoría, limitándonos al cálculo del balance energético del proceso de fisión y algunos otros problemas relacionados con esto. En el margen de nuestros intereses se encontrará sólo la primera etapa de la fisión, es decir, la formación de los núcleos-fragmentos y no examinaremos sus transformaciones radiactivas.

Como sabemos del § 80.7 el modelo de gota líquida del núcleo nos permite obtener una fórmula semiempírica para la energía de enlace del núcleo-gota. Esta fórmula contiene una serie de términos, dos de los cuales representan gran interés para examinar la primera etapa de la fisión del núcleo. En primer lugar, esto se refiere a la energía superficial \mathcal{E}_3 de núcleo-gota:

$$\mathcal{E}_3 = 4\pi R^2\sigma,$$

donde σ es la «tensión superficial». En segundo lugar, la energía electrostática \mathcal{E}_4 de interacción de los protones:

$$\mathcal{E}_4 = \frac{3 \cdot Z^2 e^2}{5 \cdot 4\pi\epsilon_0 R},$$

donde Ze es la carga del núcleo, R , su radio. El resto de los términos que reflejan diversas propiedades de las fuerzas nucleares, dependen del número total A de nucleones en el núcleo. Para calcular el balance energético de la fisión del núcleo, todos esos términos no tendrán importancia, ya que el número total de partículas queda invariable.

8. Calculemos la energía que se libera durante la fisión del núcleo inicial con una carga Ze y número másico A , en dos núcleos-fragmentos hijos iguales, de forma que $A_1 = A_2 = A/2$ y $Z_1 = Z_2 = Z/2$. La fórmula para la energía de enlace en el núcleo antes de la escisión, la volvemos a escribir, dejando sólo los términos de gran importancia:

$$\mathcal{E} = 4\pi R^2\sigma + \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 R}. \quad (82.7)$$

Para la fisión del núcleo se debe cumplir la condición de invariabilidad del volumen de la gota, es decir, $\frac{4}{3}\pi R^3 = 2 \cdot \frac{4}{3}\pi R_1^3$, donde R_1 es el radio del núcleo-fragmento. De aquí $R_1 = R/\sqrt[3]{2}$.

La energía de enlace en los dos núcleos-fragmentos según la fórmula (82.7) será escrita de la forma siguiente:

$$\mathcal{E}' = 2 \left(4\pi R_1^2\sigma + \frac{3}{5} \frac{Z_1^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 R_1} \right),$$

Poniendo en lugar de R_1 su expresión y teniendo además en cuenta que $Z_1 = Z/2$, obtenemos:

$$\mathcal{E}' = 2 \left(4\pi\sigma \frac{R^2}{\sqrt[3]{4}} + \frac{3}{5} \sqrt[3]{2} \frac{Z^2 e^2}{16\pi\epsilon_0 R} \right). \quad (82.8)$$

La diferencia $\Delta\mathcal{E}$ de las expresiones (82.7) y (82.8) es la energía que se libera durante la fisión simétrica de un núcleo pesado en forma de la energía cinética de sus fragmentos:

$$\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E} - \mathcal{E}' = 4\pi R^2\sigma \left(1 - \frac{2}{\sqrt[3]{4}}\right) + \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \left(1 - \frac{\sqrt[3]{2}}{2}\right). \quad (82.9)$$

El primer término de la fórmula (82.9) tiene signo negativo, ya que $1 - (2/\sqrt[3]{4}) = 1 - \sqrt[3]{2} \approx -0,26$. Esto corresponde a que si se conserva el volumen, la fisión de núcleo-gota proporciona el aumento de la superficie sumaria de las gotas-fragmentos de fisión *). Desde el punto de vista físico, esto quiere decir que el balance de una sola energía superficial lleva a que el proceso de fisión sea infructuoso energéticamente, es decir, que a la inversa, sea conveniente, en lo que atañe a la energía, la fusión de diminutas gotas con la reducción de la superficie libre. El segundo término de la expresión (82.9) es positivo, ya que la energía electrostática de interacción de los protones decrece. El balance energético total de la fisión se determina por el signo de $\Delta\mathcal{E}$. Con $\Delta\mathcal{E} > 0$ la energía se desprenderá, con $\Delta\mathcal{E} < 0$, se absorberá. Todo depende de la correlación entre la energía superficial, que deberá ser consumida durante la escisión de la gota, y la energía electrostática que se libera durante la fisión.

9. Existen ciertos parámetros críticos Z , R y σ del núcleo-gota, para los que el proceso de escisión transcurre de forma isoenergética, sin variación de la energía del sistema ($\Delta\mathcal{E} = 0$) o bien es energéticamente ventajoso ($\Delta\mathcal{E} > 0$). Escribamos esta condición en la forma $\Delta\mathcal{E} \geq 0$. Entonces según la fórmula (82.9), obtenemos

$$\frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 R} : 4\pi R^2\sigma \geq 2 \frac{\sqrt[3]{2}-1}{2-\sqrt[3]{3}} \geq 0,70. \quad (82.10)$$

El primer miembro de la desigualdad (82.10) es la razón entre la energía de la repulsión coulombiana de los protones, que intenta destruir el núcleo-gota y la energía superficial que tiende a contrarrestar la destrucción de la gota. Suponiendo que, según (80.10), $R = r_0 A^{1/3}$, donde $r_0 = 1,4 \cdot 10^{-15}$ m, podemos reescribir (82.10) del modo siguiente con el signo de igualdad:

$$\frac{3}{5} \frac{e^2}{(4\pi)^2 \epsilon_0 r_0^3 \sigma} \frac{Z^2}{A} = 0,70. \quad (82.10')$$

La única magnitud variable en la igualdad (82.10') es el llamado *parámetro de fisión* Z^2/A . Con el fin de determinar para qué valores del parámetro de fisión el proceso de escisión es ventajoso desde el punto de vista energético, es decir, será cumplida la condición $\Delta\mathcal{E} > 0$, pongamos en la expresión (82.10') los valores numéricos de todas las constantes. Obtendremos la siguiente desigualdad que determina los parámetros de fisión necesarios:

$$Z^2/A > 17. \quad (82.11)$$

*) Es fácil calcular que $2 \cdot 4\pi R_1^2 - 4\pi R^2 = 0,26\pi R^2$.

Esta condición satisface para todos los núcleos, empezando por la plata $^{108}_{47}\text{Ag}$, para la que el parámetro de fisión es ≈ 20 . Mientras mayor es dicho parámetro, el núcleo deberá escindir-se con mayor facilidad.

§ 82.8. Energía de activación de la fisión. Fisión espontánea de los núcleos

1. Parece como si el resultado del párrafo anterior indicara que todos los núcleos de los átomos de los elementos químicos de la segunda mitad del Sistema Periódico (para $Z \geq 47$) deben ser inestables en lo que se refiere al proceso de fisión. La experiencia muestra que la mayoría aplastante de los isótopos con números másicos A mayores que 108, son estables, salvo los más pesados que pueden sufrir la llamada fisión espontánea, sobre lo que hablaremos más adelante. Esta aparente contradicción es explicada porque el cumplimiento de la condición $\Delta\mathcal{E} \geq 0$ es insuficiente para que se produzca la reacción de fisión. Con este fin, es necesario el consumo de cierta cantidad mínima de energía, llamada *energía de activación de la fisión del núcleo* (o *umbral de la fisión*) \mathcal{E}_f . Si la suma de las energías superficial y electrostática de núcleo-gota esférico es la mínima, el núcleo-gota será el más estable. Sea, con ello, que el núcleo tenga radio R . La discrepancia de la forma esférica del núcleo provocará el aumento de su superficie y el correspondiente crecimiento de la energía superficial \mathcal{E}_3 (véase (80.12)). Al mismo tiempo, la energía electrostática \mathcal{E}_4 disminuirá, ya que con la forma esférica del núcleo los protones se acercan entre sí el máximo y su energía de repulsión será la mayor.

2. Siendo pequeñas las deformaciones del núcleo-gota, la condición de su estabilidad se alterará. No obstante, incluso para la más pequeña deformación del núcleo hay que consumir determinada energía. Al principio, con deformación nula, el núcleo se halla en estado estable. Con pequeñas deformaciones el núcleo, o sea una gota cargada, empieza a oscilar: alternativamente se alarga y contrae. Cuando la deformación de núcleo alcanza cierto valor crítico, las oscilaciones del núcleo-gota provocan su escisión. Las etapas consecutivas de la escisión de la gota nuclear se muestran en la fig. 82.4. Los estados intermedios están relacionados con la formación y alargamiento de los «puentes» en la gota (fig. 82.4, c). Si la energía de excitación de núcleo resulta ser menor que la de activación, la deformación de núcleo-

gota excitado no llegará hasta la crítica, el núcleo no se escindirá y volverá al estado fundamental, emitiendo un cuanto γ .

3. Frenkel, lo mismo que Bohr y Willer, estudiaron de manera teórica el problema de la ligazón de la energía de activación de fisión del núcleo con el parámetro de fisión Z^2/A . Se manifestó, que con un valor determinado, llamado *crítico*, del parámetro $(Z^2/A)_{\text{crit}}$ el núcleo se hace inestable y se escinde de modo espontáneo y que

$$(Z^2/A)_{\text{crit}} \approx 49. \quad (82.12)$$

Para $Z^2/A < (Z^2/A)_{\text{crit}}$ es preciso consumir una energía de activación \mathcal{E}_f , con la que se alcance la deformación crítica del núcleo-gota que provoque la escisión. Para los núcleos

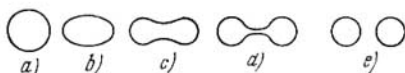


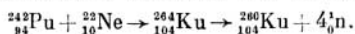
Fig. 82.4.

pesados \mathcal{E}_f constituye 5 . . . 7 MeV, es decir, tiene el mismo orden de magnitud que la energía de enlace del neutrón en un núcleo pesado o la energía de enlace correspondiente a un nucleón, lo que es lo mismo.

Si $Z^2/A > (Z^2/A)_{\text{crit}}$, la existencia del núcleo es imposible. La fisión de semejante núcleo ultrapesado debe transcurrir de modo espontáneo durante un intervalo de tiempo comparable con el tiempo nuclear 10^{-22} s. La condición (82.12) limita la posibilidad de la existencia estable de los núcleos ultrapesados. Los más pesados son los núcleos transuránicos, obtenidos de forma artificial. Ellos tienen los mayores valores del parámetro de fisión. Si para el isótopo de uranio $^{238}_{92}\text{U}$ el parámetro de fisión es igual a 35,6, para el americio $^{242}_{95}\text{Am}$, constituye 37,3.

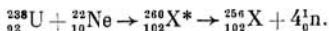
En 1964 en el laboratorio de reacciones nucleares del Instituto unificado de investigaciones nucleares en la ciudad de Dubná, bajo la dirección de G.N. Fliórov, fue obtenido el isótopo de kurchatovio, nuevo elemento transuránico con $Z = 104$ y número másico 260. Para obtener este elemento el isótopo de plutonio $^{242}_{94}\text{Pu}$ fue irradiado con núcleos de neón $^{22}_{10}\text{Ne}$. Después de la captura del núcleo de neón se formó el núcleo compuesto de $^{264}_{104}\text{Ku}$, y en un caso para

10 mil millones de núcleos, después de la emisión de cuatro neutrones, se formaba un núcleo del elemento ${}_{104}^{260}\text{Ku}^*$):



En los haces más potentes de núcleos acelerados de neón, un núcleo de kurchatovio nace en el transcurso de varias horas.

En Dubná, mediante las reacciones de fusión de los núcleos de uranio con los núcleos de neón fueron obtenidos los primeros átomos de un elemento con carga del núcleo $Z = 102$. La reacción transcurría con la formación de un núcleo compuesto excitado ${}_{102}^{260}\text{X}^*$ saliendo posteriormente de él cuatro neutrones:



De 100 millones de núcleos compuestos nace sólo un núcleo del isótopo ${}_{102}^{256}\text{X}$. En el resto de los casos, los núcleos compuestos se escinden en núcleos-fragmentos y neutrones. En las reacciones de fusión fueron por primera vez obtenidos los isótopos de los elementos transuránicos curio ${}_{96}\text{Cm}$, berkelio ${}_{97}\text{Bk}$, californio ${}_{98}\text{Cf}$, mendelevio ${}_{101}\text{Md}$, kurchatovio ${}_{104}\text{Ku}$, así como los isótopos de elementos con cargas de los núcleos 102, 103 y 105. En la actualidad el Sistema Periódico Mendeléiev ha «avanzado» hasta el elemento $Z = 107$.

4. Para los valores de $Z^2/A < (Z^2/A)_{\text{crit}}$ es posible la fisión espontánea de los núcleos, que transcurre de forma análoga a la desintegración α (§ 81.9), es decir, por medio del efecto túnel. En los años 1939—1940, G.N. Fliórov y K.A. Petrzhak observaron por primera vez la fisión espontánea del uranio ${}_{92}^{238}\text{U}$. Mediante métodos sensibles en extremo, descubrieron en una cámara de ionización impulsos creados por fragmentos de fisión de uranio que no había sufrido la acción de los neutrones, que provocan la fisión. El período de semidesintegración de la fisión espontánea es de $10^{16} \dots 10^{17}$ años, según las apreciaciones de Fliórov y Petrzhak. Recordemos que para el uranio ${}_{92}^{238}\text{U}$ de radiactividad α natural, el período de semidesintegración constituye 10 años, es decir, siete órdenes menor.

5. En el experimento se ha revelado la notoria diferencia en la fisión de los núcleos de dos isótopos de uranio: ${}_{92}^{235}\text{U}$ y ${}_{92}^{238}\text{U}$. Como ya hemos señalado en el § 82.7, los núcleos de uranio ${}_{92}^{235}\text{U}$ se escinden bajo la acción de los neutrones con una energía cinética no menos de 1 MeV,

*) Los demás núcleos sufrían procesos de escisión.

mientras que la escisión de los núcleos de uranio ${}_{92}^{235}\text{U}$ se produce al capturar los neutrones más lentos, térmicos. La explicación de esta diferencia consiste en lo siguiente. El núcleo compuesto ${}_{92}^{236}\text{U}$, surgido al capturar un neutrón el núcleo ${}_{92}^{235}\text{U}$, tiene un parámetro de fisión Z^2/A igual a 35,46 y una energía de activación de la fisión $\mathcal{E}_f = 7,0$ MeV. La energía de enlace del neutrón capturado por el núcleo ${}_{92}^{235}\text{U}$, constituye unos 6 MeV. Esto quiere decir, que la escisión de los núcleos ${}_{92}^{235}\text{U}$ puede ser provocada por neutrones con energía cinética no menos de 1 MeV. Para el núcleo compuesto ${}_{92}^{238}\text{U}$, obtenido al capturar un neutrón el núcleo ${}_{92}^{237}\text{U}$, el parámetro de fisión y la energía de activación de fisión son iguales a 35,9 y 6,6 MeV, respectivamente. Estos valores indican que las condiciones de escisión de los núcleos ${}_{92}^{235}\text{U}$ bajo la acción de los neutrones son más favorables que para los núcleos ${}_{92}^{238}\text{U}$. Además, la energía de excitación que se comunica al núcleo ${}_{92}^{235}\text{U}$ al capturar un neutrón es de unos 6,8 MeV.

Los neutrones térmicos provocan la escisión de los núcleos del isótopo de uranio ${}_{92}^{235}\text{U}$ y del elemento transuránico plutonio ${}_{94}^{239}\text{Pu}$.

§ 82.9. Reacción de fisión en cadena

1. Para la aplicación práctica de la fisión de los núcleos pesados tiene la mayor importancia la liberación de una gran energía durante cada acto de fisión y la aparición en este caso de varios (dos, tres) neutrones. Si cada uno de estos neutrones al actuar de modo recíproco con los núcleos vecinos de la sustancia fisionable provoca a su vez en ellos la reacción de fisión, se produce el crecimiento *en avalancha* del número de los actos de fisión. Semejante reacción de fisión recibe el nombre de reacción *en cadena*. Esta ha recibido su denominación por analogía con las reacciones químicas en cadena, es decir, aquellas cuyos productos pueden de nuevo unirse con los materiales iniciales.

En 1939, Ya.B. Zeldovich y Yu.B. Yariton indicaron por primera vez la posibilidad de que existiera la reacción de fisión nuclear en cadena. Cada uno de los neutrones formados durante un acto de fisión, si es capturado por el núcleo, provocará la aparición de nuevos neutrones de fisión que, a su vez, son capaces de provocar la reacción de fisión, etc.

2. Examinemos con mayor detalle la posibilidad de la reacción en cadena. La suposición de que cada uno de los neutrones es capturado por los núcleos vecinos no se realiza en realidad. Parte de los núcleos de los átomos de aquellas sustancias que obligatoriamente están presentes en la región donde transcurre la reacción en cadena, pero no son escindibles, es decir, moderadores de neutrones, agentes de transferencia de calor que retiran éste de la zona de la reacción, etc.

Parte de los neutrones puede simplemente salir tras los límites de la *zona activa*, o sea, del espacio donde se produce la reacción en cadena.

Está claro, que la condición indispensable para el surgimiento de la reacción en cadena es la presencia de neutrones que se multiplican. Introduzcamos la noción de coeficiente k de multiplicación de los neutrones. Recibe el nombre de *coeficiente de multiplicación de los neutrones* la razón entre el número de neutrones en cierto eslabón de la reacción y el número de tales neutrones en el eslabón precedente. Para el desarrollo de la reacción en cadena es condición necesaria que $k \geq 1$. La magnitud k se determina, primeramente, por el valor del número medio de neutrones surgidos durante un acto de fisión (§ 82.7), segundo, por las probabilidades de *diversos procesos de interacción de los neutrones con los núcleos de la sustancia fisionable* y las impurezas que hay en ella, así como de las dimensiones del sistema.

El papel de este último factor es importante a causa de que con la disminución de las dimensiones de la zona activa aumenta la parte de neutrones que salen de sus límites y disminuye la posibilidad del posterior desarrollo de la *reacción en cadena*. *Las pérdidas de neutrones son proporcionales al área de la superficie*, mientras que la generación de neutrones es proporcional a la masa y, por lo tanto, al volumen de la sustancia fisionable. Por ejemplo, para una sustancia fisionable de forma esférica (volumen $V \sim R^3$, superficie $S \sim R^2$, $S/V \sim 1/R$), con la disminución de R , es decir, del volumen y de la masa de la sustancia fisionable, crecerá la parte de *pérdidas de neutrones que salen de la zona activa*. Llamamos *dimensiones críticas* de la zona activa, las dimensiones mínimas de dicha zona con las que es posible la existencia de la reacción en cadena.

La masa mínima de las sustancias fisionables que se encuentran en el sistema de las dimensiones críticas, recibe el nombre de *masa crítica*.

Con el fin de reducir las pérdidas de neutrones y disminuir los *parámetros críticos* de la sustancia fisionable, ésta se rodea con un *reflector*, capa de una sustancia no fisionable con *pequeña sección transversal eficaz para la captura de los neutrones* y *gran sección para su dispersión*. El reflector retorna a la zona activa la mayor parte de los neutrones que de ella sale. Como reflectores se utilizan las mismas sustancias que se usan en calidad de moderadores de neutrones

(§ 82.5), es decir, el agua pesada (D_2O y HDO), grafito, compuestos de berilio.

3. Una de las más importantes características de la reacción en cadena es la velocidad de su desarrollo, que no sólo depende del coeficiente k de multiplicación de los neutrones, sino también del tiempo medio τ entre dos actos de fisión consecutivos. Por lo visto, τ determina el tiempo medio de vida de una «generación» de neutrones, es decir, del tiempo medio desde el momento de fisión hasta la captura de un neutrón por el núcleo del átomo de la sustancia fisiónable. Con mayor precisión, el tiempo τ está compuesto por el tiempo de escisión del núcleo, el tiempo de retraso de la salida del neutrón del núcleo respecto del momento de la fisión y el tiempo que transcurre hasta la siguiente captura.

4. En el caso de una reacción en cadena en desarrollo, para la disminución brusca del tiempo τ , es decir, para obtener una reacción en cadena muy rápida de tipo explosivo, hay que efectuar el proceso de multiplicación con neutrones rápidos; para conseguir una reacción en cadena controlable, hay que aumentar el tiempo τ , o sea, tender a que el tiempo de retraso de la salida de los neutrones con relación al momento de fisión y el tiempo de desplazamiento de los neutrones hasta la siguiente captura, sean los mayores posibles. Lo primero depende del mecanismo de surgimiento de los neutrones secundarios y su control es dificultoso, lo segundo es función de la interacción de los neutrones salidos del núcleo con los núcleos que los rodean, es decir, del moderador de neutrones, de su movimiento en la sustancia y, por fin, de su captura. El control de la reacción en cadena, en lo fundamental, se reduce a influir sobre estos procesos.

§ 82.10. Reactores nucleares

1. Las reacciones nucleares controladas transcurren en los *reactores*, *pilas* o *calderas nucleares*.

Como sustancias primas o fisionables, en los reactores se utilizan ${}_{92}^{235}U$, ${}_{94}^{239}Pu$, ${}_{92}^{238}U$, así como ${}_{90}^{232}Th$. La mezcla natural de los isótopos de uranio contiene una cantidad del isótopo ${}_{92}^{238}U$ 140 veces mayor que la del isótopo ${}_{92}^{235}U$. Para comprender los procesos que pueden transcurrir en el reactor con la mezcla natural de isótopos, hay que tener en cuenta la diversidad de las condiciones con las que se produce la fisión de los núcleos de los isótopos de uranio. El estudio del espectro energético de los neutrones emitidos durante la fisión, muestra que su energía constituye, fundamentalmente, unos 0,7 MeV. Estos neutrones sólo pueden provocar la escisión de los núcleos de ${}_{92}^{235}U$. Aquella pequeña cantidad de neutrones, cuya energía supera la de activación de fisión

del núcleo ${}_{92}^{238}\text{U}$, con alto grado de probabilidad sufren dispersión inelástica y su energía, por regla, resulta ser menor que el umbral de fisión del núcleo ${}_{92}^{235}\text{U}$. A causa de una serie de choques con los núcleos de uranio, los neutrones pierden su energía a *pequeñas* porciones, se moderan y son capturados por los núcleos de ${}_{92}^{238}\text{U}$. La absorción de los neutrones por los núcleos de ${}_{92}^{238}\text{U}$ favorece el desarrollo de la reacción en cadena, mientras que su absorción por los núcleos ${}_{92}^{235}\text{U}$, hace que los neutrones abandonen la reacción en cadena, lo que lleva a la interrupción de ésta. Los cálculos muestran que con la *mezcla natural* de los isótopos de uranio la probabilidad de la interrupción de la reacción en cadena *supera* la probabilidad de desarrollo de dicha reacción y que ni con los neutrones rápidos, ni con los lentos, la reacción en cadena *no puede desarrollarse*.

2. La condición que asegura el desarrollo de la reacción en cadena en los reactores nucleares de neutrones lentos es el empleo de moderadores para reducir la captura de los neutrones por los núcleos de ${}_{92}^{238}\text{U}$. Después de cada uno de los choques con los núcleos del moderador el neutrón pierde su energía a *grandes porciones*, lo que favorece que la energía del neutrón «pase» por aquella zona de energías, con las que se produce su captura por los núcleos de ${}_{92}^{238}\text{U}$. Como moderadores se utilizan el carbono (en forma de grafito), deuterio (en forma de agua pesada D_2O y HDO), berilio y óxido de berilio, cuyos núcleos en menor grado que los de otras sustancias capturan los neutrones térmicos.

3. Distinguimos dos tipos de reactores de neutrones lentos: *homogéneos* y *heterogéneos*. En los primeros, la sustancia fisionable se distribuye uniformemente por el volumen del moderador (por ejemplo, se diluye en el agua). En los segundos, el uranio se sitúa por bloques aislados en el volumen del moderador, es decir, el agua pesada o el grafito. En los reactores homogéneos, durante el transcurso de la moderación los neutrones siempre se encuentran en las proximidades de los núcleos de los átomos de uranio, distribuidos por todo el volumen. Esto lleva a una mayor probabilidad de la absorción de los neutrones por los núcleos de uranio y no por los del moderador, pero al mismo tiempo este hecho reduce la probabilidad de evitar la captura de los neutrones por los núcleos de ${}_{92}^{238}\text{U}$. A la inversa, en los reactores heterogéneos la probabilidad de absorción de los neutrones térmicos por los núcleos de uranio es relativamente pequeña, pero crece la probabilidad de evitar su captura por los núcleos de ${}_{92}^{238}\text{U}$, ya que los neutrones que se moderan con energías «peligrosas» para la captura, pasan la mayor parte del tiempo tras los límites de los bloques de uranio fisionable. También favorece el funcionamiento del reactor la reducción de la fuga de los neutrones, lo que se alcanza a cuenta del aumento de las dimensiones críticas y el empleo de reflectores de neutrones.

4. El rápido desarrollo de la reacción en cadena se acompaña por la liberación de una gran cantidad de energía, lo que puede provocar un *sobrecalentamiento* excesivo del reactor. Cuando el reactor alcanza la potencia requerida, es preciso reducir el régimen de la reacción en desarrollo al régimen crítico con valor de $k = 1$ y, a continuación, mantener este régimen. Para disminuir el coeficiente de multiplicación de los neutrones, en la zona activa del reactor se introducen barras de materiales que en alto grado absorben los neutrones térmicos, por ejemplo, de boro o cadmio. Semejantes *barras de regulación* (o de control) disminuyen el valor de k y evitan el crecimiento de la veloci-

dad de la reacción en cadena, manteniéndola en el régimen estacionario.

5. La escisión de los núcleos de uranio, realizada en los reactores, es acompañada por la formación de una gran cantidad de fragmentos radiactivos. Como muestran los cálculos, para 22 000 kW·h de energía se forma cerca de 1 g de fragmentos. Con ello se emiten rayos β y radiación γ . Además, los reactores que trabajan con moderadores emiten potentes flujos de neutrones térmicos, que se utilizan para obtener diversos isótopos radiactivos artificiales. Estos isótopos se emplean para realizar investigaciones en diversas ramas de la economía nacional.

Los flujos de neutrones y de rayos γ que surgen en los reactores, son de alta intensidad, tienen gran poder de penetración y actúan de modo funesto en el organismo humano. Por esta causa, para la protección del personal que trabaja en los reactores nucleares se hace uso de medidas especiales. Una de las más eficaces es la automatización de los procesos de control del reactor.

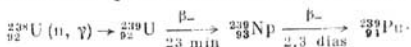
6. Un ejemplo de reactor nuclear heterogéneo de neutrones lentos es el de la central atomoeléctrica soviética, primera en el mundo, puesta en explotación el 27 de junio de 1954. La potencia del reactor alcanza 5 MW, siendo el moderador de neutrones de grafito. La zona activa del reactor es un cilindro de grafito de 1,5 m de diámetro y 1,7 m de altura, rodeado de un reflector de grafito. En la zona activa están situados 128 canales verticales de trabajo para ubicar en ellos la sustancia fisionable, la mezcla natural de uranio enriquecida por el isótopo ^{235}U . Los canales de trabajo se realizan en forma de tubos de acero en los que se asientan casquillos de una aleación de uranio. Por los tubos fluye el agua para la refrigeración del uranio. En la zona activa también hay 22 canales para las barras de regulación, fabricadas de carburo de boro, que absorbe fuertemente los neutrones térmicos. La potencia del reactor se mantiene en el nivel necesario prefijado por medio de las barras de regulación. El agua que enfría el reactor, se hace radiactiva. El agua caliente se alimenta al generador de vapor y en él transmite el calor al agua que circula por el segundo contorno cerrado, en el que se crea vapor a una presión de 12,5 atm y temperatura de 260°C. Este vapor se alimenta a la turbina. El control de las unidades de la central atomoeléctrica está automatizado y se realiza a distancia.

7. La primera central atomoeléctrica soviética (CAE) fue el prototipo de la CAE Beloyarskaya I.V. Kurchatov, la más grande en la URSS. El primer bloque de esta central de 100 MW de potencia fue puesto en funcionamiento en 1964. El empleo de parámetros ultracríticos del vapor (presión 250 atm, temperatura 535—565°C) permitió elevar el rendimiento de esta central.

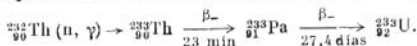
Los reactores de uranio de neutrones térmicos pueden resolver el problema del abastecimiento energético en escala limitada, determinada por la cantidad de uranio ^{235}U . Al utilizar toda la reserva natural de ^{235}U , puede ser obtenida una cantidad de energía equivalente, aproximadamente, a las reservas en la Tierra de combustible corriente.

8. Para aumentar los recursos nucleares energéticos se hace uso de los procesos que transcurren durante la captura de los neutrones por los núcleos de ^{238}U y de torio ^{232}Th . Esto lleva a la aparición de plutonio ^{239}Pu y del isótopo de uranio ^{233}U , fisionables con gran eficacia. El

esquema de obtención de plutonio se examinó en el § 82.6:



La reacción para el torio transcurre según el siguiente esquema:



La captura de los neutrones por los núcleos de ${}_{92}^{238}\text{U}$ se acompaña por la creación de combustible nuclear, que por los métodos químicos puede ser separado de ${}_{92}^{238}\text{U}$. Este proceso denominase *reproducción del combustible nuclear*. Durante la escisión de un núcleo de ${}_{92}^{235}\text{U}$ se forma, en término medio, 2,5 neutrones, de los cuales sólo uno es necesario para la manutención de la reacción en cadena. Los restantes 1,5 neutrones pueden ser capturados por los núcleos de ${}_{92}^{238}\text{U}$ y de ellos se pueden formar 1,5 núcleos de ${}_{94}^{239}\text{Pu}$. En *reactores especiales de reproducción* el coeficiente de reproducción del combustible nuclear supera la unidad. En los reactores nucleares de neutrones lentos esto no puede realizarse. En efecto, en semejantes reactores la escisión se produce en 84,5 casos de 100 absorciones por los núcleos de ${}_{92}^{235}\text{U}$ de los neutrones térmicos. Teóricamente, el coeficiente máximo posible de reproducción del combustible nuclear constituye $2,5 \cdot 0,845 - 1 = 1,11$ en lugar de 1,5. Como resultado de la absorción de los neutrones por el moderador y por su escape tras los límites del reactor, dicho coeficiente disminuye aún más. En los reactores con moderador, el coeficiente de reproducción del combustible nuclear es, por regla, menor que uno. Por ejemplo, en el reactor de la primera CAE era sólo igual a 0,32.

Los reactores de reproducción son de neutrones rápidos. La zona activa de éstos es una aleación de uranio, enriquecido con el isótopo ${}_{92}^{235}\text{U}$, con un metal pesado (bismuto, plomo), que poco absorbe los neutrones. En los reactores de reproducción no hay moderador. El control de semejante reactor se realiza desplazando el reflector o variando la masa de la sustancia fisionable.

9. En la URSS se han creado reactores de neutrones rápidos (reactores rápidos) que crean flujos de neutrones de enorme intensidad. En la Unión Soviética, pionero de la energética nuclear, se llevan a cabo grandes trabajos en el ámbito de la construcción de reactores nucleares y de la utilización para fines pacíficos de la energía de los núcleos fisionables.

La lucha consecutiva de la Unión Soviética por la utilización pacífica de la energía intranuclear se ha reflejado en el convenio concluido en 1964 entre la URSS y los EE.UU. acerca de la acumulación de gran cantidad de materiales fisionables para su empleo en fines pacíficos y, entre ellos, para *potabilizar el agua marítima*. Los cálculos muestran que un reactor rápido de 2,2 GW puede asegurar el funcionamiento de una central eléctrica de 0,5 GW y una potabilizadora de un rendimiento de 180 mil m³ de agua dulce al día, siendo el coste del agua de 2 . . . 3 kopecs por 1 m³. Cuando los reactores alcancen una potencia de 10 . . . 20 GW, el coste del agua potabilizada será tan bajo que se creará la posibilidad de su empleo para el regadío de las tierras de secano.

Al mismo tiempo que se resuelve el problema de la gran energética nuclear y del aumento de la potencia de los reactores, en la URSS se

resuelven también exitosamente los problemas de la energética nuclear menor. La disminución de las dimensiones de los reactores es en extremo importante para el empleo del combustible nuclear en los motores, donde está limitado el peso del combustible. Tales motores se instalan en los submarinos y en los rompehielos para la navegación de altura.

§ 82.11. Bomba atómica

1. Un reactor rápido especial, en el que se produce una reacción nuclear no controlable de tipo explosivo, es la *bomba atómica*. La sustancia nuclear explosiva que en ella se emplea son los materiales fisionables puros $^{235}_{92}\text{U}$, $^{239}_{94}\text{Pu}$ y $^{233}_{92}\text{U}$. Antes de la explosión, el desarrollo de la reacción en cadena se obstaculiza por la salida de los neutrones tras los márgenes de la sustancia fisionable. La reacción rápida en cadena de tipo explosivo es posible siendo determinados parámetros críticos (dimensión y masa) del dispositivo. La carencia de moderador lleva a la considerable reducción de las dimensiones críticas del sistema. Para los isótopos $^{235}_{92}\text{U}$, $^{239}_{94}\text{Pu}$ y $^{233}_{92}\text{U}$ la masa crítica constituye, por regla, 10 . . . 20 kg. Para una densidad de la sustancia $\rho = 18,7 \text{ g/cm}^3$, su masa crítica ocupa el volumen de una bola de 4 . . . 6 cm de radio. A cuenta de la ubicación de la carga en una cubierta de metales de gran densidad y que poco absorben los neutrones, se puede alcanzar cierta disminución de la masa crítica de la sustancia explosiva.

2. Para la realización de la reacción explosiva es preciso que la sustancia explosiva se encuentre primero en un estado con el que el desarrollo rápido de la reacción en cadena no sea posible. La transición de la sustancia de la bomba a condiciones con las que puede transcurrir la reacción nuclear no controlable debe realizarse con la mayor rapidez. Para este fin, primeramente, la carga nuclear de la bomba se divide, por ejemplo, en dos partes, cada una de las cuales se encuentra en las condiciones con las que la reacción es imposible.

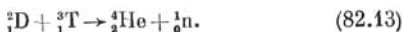
En el momento cuando hay que efectuar la explosión, una de las mitades de la carga se dispara hacia la otra y al unirse las dos, casi instantáneamente, se produce la reacción en cadena explosiva.

3. La reacción explosiva proporciona la liberación de una energía colosal, alcanzando al mismo tiempo una temperatura de 10^7 grados. La fuerza destructiva de la bomba lanzada en Hiroshima fue equivalente a la explosión de 20 000 toneladas de trinitrotolueno. En los modelos posteriores de las armas atómicas, la fuerza destructiva ha alcanzado un equivalente de centenares de miles de toneladas mayor. Si a esto añadimos que durante la explosión atómica surge una gigantesca cantidad de fragmentos radiactivos de fisión, entre los que hay de larga vida, con toda evidencia podemos representarnos la terrible catástrofe que significa una explosión atómica. Por esta causa, adquiere enorme importancia la lucha que consecutivamente lleva la Unión Soviética, dirigida a la prohibición de las armas nucleares.

§ 82.12. Reacciones termonucleares

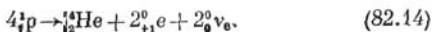
1. Además de la reacción de fisión de los núcleos pesados, hay otra vía para obtener energía nuclear: la fusión de los núcleos de helio de los núcleos de los isótopos de hidrógeno.

Este tiene tres isótopos: el hidrógeno ligero o protio con masa atómica relativa 1,008, el hidrógeno pesado o deuterio con masa atómica 2,015 y el hidrógeno ultrapesado o tritio con masa atómica 3,017. Los núcleos de dichos isótopos reciben el nombre de protón, deutón (o deuterón) y tritón que se designan por: ${}^1_1\text{H}$ ó ${}^1_1\text{p}$, ${}^2_1\text{H}$ ó ${}^2_1\text{D}$, ${}^3_1\text{H}$ ó ${}^3_1\text{T}$. La energía específica de enlace del núcleo de helio (§ 80.4) supera considerablemente la de los núcleos de los isótopos de hidrógeno. Por esta razón, durante la fusión de los núcleos de helio de los de hidrógeno se libera energía. Desde el punto de vista del desprendimiento de energía es muy eficaz la siguiente reacción:



Como fue descubierto, en el transcurso de dicha reacción se libera una energía igual a 17,6 MeV.

2. La liberación de energía por nucleón en las reacciones de fusión es varias veces mayor que durante la fisión de los núcleos pesados. Como ya dijimos, al escindirse los núcleos de uranio se libera una energía de cerca de 200 MeV, lo que por nucleón constituye $200/238 \approx 0,85$ MeV. En lo que se refiere a la reacción (82.13), por nucleón se desprende $17,6/5 \approx 3,5$ MeV, es decir, cuatro veces más. Energía aún mayor se libera durante la fusión del núcleo de helio de cuatro protones:



Con esta reacción se libera una energía igual a 26,8 MeV, es decir, por partícula se desprende una energía igual a $26,8/4 \approx 6,7$ MeV.

3. Para realizar la reacción de fusión, para la unión de núcleos ligeros, hay que vencer una barrera de potencial (barrera de Coulomb) condicionada por las fuerzas de la repulsión coulombiana de los núcleos de cargas del mismo signo. Estimemos de forma cualitativa la altura de dicha barrera.

Para la unión de los núcleos de deutón hay que acercarlos entre sí por completo, es decir, a una distancia entre sus centros igual al radio doble del núcleo de hidrógeno, $r \approx \approx 3 \cdot 10^{-16}$ m. Con este fin, es necesario efectuar trabajo igual a la energía potencial electrostática de los núcleos que se encuentran a dicha distancia entre sí: $U = e^2/4\pi\epsilon_0 r$.

Sustituyendo los valores numéricos hallaremos que la altura de la barrera de potencial será, aproximadamente, 0,1 MeV. Los núcleos de deutón podrán vencer esta barrera si al chocar poseyeran la energía cinética correspondiente. La energía cinética media del movimiento térmico de los deuterones ($3/2 kT$) es igual a 0,1 MeV y es suficiente para vencer la barrera de potencial a $T = 2 \cdot 10^9$ K, es decir, a una temperatura de miles de millones de grados, lo que es mucho mayor que la temperatura en las regiones interiores del Sol, que se considera de unos 10^7 K.

Como vemos de los datos aducidos, la reacción de fusión de los núcleos requiere el calentamiento a altas temperaturas. Por este motivo dicha reacción recibe el nombre de *termonuclear*.

4. No obstante, las reacciones termonucleares de fusión pueden también transcurrir a temperaturas menores que 10^9 K. La cuestión radica en que las velocidades de los núcleos están distribuidas según la ley de Maxwell y, por lo tanto, a una temperatura inferior a 10^9 K, por ejemplo $T \approx 10^7$ K, hay cierta parte de núcleos cuya energía supera la altura de la barrera de potencial y que, por consiguiente, pueden comenzar la reacción de fusión.

Las partículas que se encuentran en la «cola» de la distribución de Maxwell tienen a $T \approx 10^7$ K una energía de un orden de decenas de kiloelectronvoltios, lo que, a pesar de todo, es mucho menor que la barrera de Coulomb. En las reacciones nucleares de partículas cargadas, la probabilidad de la penetración en túnel a través de la barrera de Coulomb a temperaturas corrientes es muy pequeña durante la colisión de los núcleos. Sin embargo, dicha probabilidad aumenta con rapidez al crecer la energía de las partículas que chocan. Por ejemplo, para dos núcleos de deuterio con una energía media de las partículas de 1,7 keV (que corresponde a la temperatura de $2 \cdot 10^7$ K) esta probabilidad supera 10^{47} veces la de la fusión en túnel de dos núcleos de deuterio que posean una energía media de 17 eV ($T = 2 \cdot 10^5$ K). La temperatura de 10^7 K resulta suficiente para que comience a transcurrir la reacción termonuclear a cuenta de la unión en túnel de los núcleos que se encuentran en la «cola» de la distribución de Maxwell. Además, un papel favorable desempeña para el transcurso de las reacciones termonucleares, la circunstancia de que al aumentar la temperatura se produce con mayor intensidad el choque de los núcleos que se encuen-

tran en la «cola» de la distribución de Maxwell, lo que ayuda a la penetración de los núcleos unos en otros a través de la barrera coulombiana de potencial.

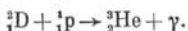
5. La temperatura de un orden de 10^7 K es característica para la parte central del Sol. De otro lado, el análisis espectral de la radiación solar permite establecer que en la composición del Sol, como en la de otras estrellas, hay una considerable parte de hidrógeno (cerca del 80%) y de helio (hasta el 20%). El carbono, nitrógeno y oxígeno constituyen no más del 1% de la masa de nuestra estrella. Por cierto, que como la masa del Sol es colosal ($1,99 \cdot 10^{30}$ kg), podemos decir que la cantidad de dichos gases en el Sol es considerable. La comparación de todos estos datos con las condiciones en que transcurren las reacciones termonucleares, ha llevado a la conclusión de que *dichas reacciones deben producirse en el Sol y las estrellas* y que ellas son la fuente de energía que compensa su radiación. Cada segundo el Sol irradia una energía de $3,8 \cdot 10^{26}$ J, lo que corresponde a la disminución de su masa en 4,3 millones de toneladas. Es de utilidad señalar que la *liberación específica* de energía solar, o sea, el desprendimiento que corresponde a la unidad de masa por segundo, es en tal caso muy pequeña, un total de $1,9 \times 10^{-4}$ W/kg. Constituye sólo el 1% de la liberación específica de energía en el organismo viviente durante el metabolismo.

La pequeña liberación específica de energía solar por 1 s explica por qué razón la potencia de radiación de nuestro astro, prácticamente, no ha variado durante los miles de millones de años de existencia del Sistema Solar.

6. En 1938 se emitió la hipótesis de la posibilidad del transcurso de reacciones nucleares en el Sol, en forma del llamado *ciclo protón-protón*. Se considera que según una de las variantes, en dicho ciclo se producen las siguientes reacciones. El ciclo comienza con la unión de dos protones, formándose un deutón y emitiéndose un positrón y un neutrino electrónico:

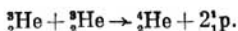


Más adelante, el deutón reacciona con el protón, formando un núcleo del isótopo ligero de helio ${}^3_2\text{He}$, mientras que el exceso de energía se desprende en forma de radiación γ :



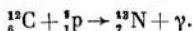
Señalemos que el positrón formado en la primera etapa del ciclo, al unirse con el electrón del plasma, también emite radiación γ .

Desde 1951 se considera que la más probable continuación del ciclo es la unión de los núcleos de helio ${}^3_2\text{He}$, formando núcleos ${}^4_2\text{He}$ (partículas α) y dos protones:

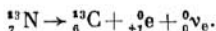


El resultado del ciclo es la fusión de los núcleos de hidrógeno en un núcleo de helio, lo que se acompaña de la liberación de energía.

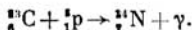
7. En 1939, H. Bethe examinó el ciclo de las reacciones termonucleares, llamado *ciclo del carbono y del nitrógeno* o bien *ciclo de Bethe* *). En éste, la unión de los núcleos de hidrógeno en un núcleo de helio se facilita por la presencia de los núcleos de carbono ${}^{12}_6\text{C}$, como catalizadores de la reacción nuclear. El ciclo comienza por la penetración de un positrón rápido en el núcleo de carbono ${}^{12}_6\text{C}$, formándose así un núcleo del isótopo inestable de nitrógeno ${}^{13}_7\text{N}$ radiactivo con la emisión de un cuanto γ :



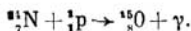
Con un período de semidesintegración de 14 min, en el núcleo ${}^{13}_7\text{N}$ se produce la transformación (82.4): ${}^1_1\text{p} \rightarrow {}^1_0\text{n} + {}^0_{+1}\text{e} + {}^0_0\nu_e$ y se forma un núcleo del isótopo de carbono ${}^{13}_6\text{C}$:



Aproximadamente después de cada 2,7 millones de años el núcleo de ${}^{13}_6\text{C}$, captura un núcleo del isótopo estable de nitrógeno ${}^{14}_7\text{N}$:



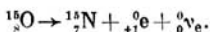
Al pasar, por término medio, 32 millones de años el núcleo de ${}^{14}_7\text{N}$ captura un protón y se transforma en núcleo de oxígeno ${}^{15}_8\text{O}$:



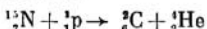
El núcleo inestable de ${}^{15}_8\text{O}$, con un período de desintegración de 3 min, emite un positrón y un neutrino y se convierte en

*) Denominado también ciclo de Bethe — Weizsäcker o ciclo CN. (N. del T.)

un núcleo de $^{15}_7\text{N}$:



El ciclo de la reacción termina con la absorción por el núcleo de $^{15}_7\text{N}$ de un protón y por su desintegración en un núcleo de carbono $^{12}_6\text{C}$ y una partícula α , lo que sucede después de unos 100 mil años:



Un nuevo ciclo comienza otra vez con la absorción de un protón por el carbono $^{12}_6\text{C}$, lo que produce, por término medio, cada 13 millones de años. Las reacciones aisladas del ciclo están distanciadas entre sí por intervalos de tiempo que desde un punto de vista de las escalas terrestres de tiempo, son desmesuradamente grandes. Sin embargo, hay que tomar en consideración que este ciclo es *cerrado y transcurre de forma permanente*. Por esta razón, diversas reacciones del ciclo transcurren en el Sol simultáneamente, aunque comenzaron en diferentes momentos de tiempo.

El resultado de *un* ciclo es la transformación de cuatro protones en un núcleo de helio, con la aparición de dos positrones y radiación γ , a la que hay que añadir la radiación que surge al unirse los positrones con los electrones del plasma. La cantidad de energía que se libera por núcleo de helio constituye 26,8 MeV. Si realizamos de nuevo el cálculo por mol de helio, dicha energía constituirá 700 MW·h. Esta cantidad de energía es suficiente para compensar la energía irradiada por el Sol. Aunque las reacciones termonucleares en el Sol provocan la disminución del hidrógeno que en él se contiene, los cálculos muestran que la cantidad de éste en nuestro astro es suficiente para la manutención de las reacciones termonucleares y la radiación del Sol durante miles de millones de años.

8. De lo dicho anteriormente queda claro qué importancia tienen para la obtención de energía, la realización en la Tierra de las reacciones termonucleares. Es suficiente indicar que al utilizar el deuterio que contiene un litro de agua normal, durante la reacción termonuclear de fusión se desprende tanta energía como la que obtendríamos al quemar 350 l de gasolina.

Condiciones cercanas a las que se crean en las entrañas del Sol, fueron por primera vez realizadas en la URSS y, algo más tarde en los EE.UU., en la *bomba de hidrógeno* en la

que transcurre una reacción termonuclear de carácter explosivo. La sustancia explosiva en la que se producía la reacción termonuclear era una mezcla de deuterio ${}^2_1\text{D}$ y tritio ${}^3_1\text{H}$. La alta temperatura necesaria para el transcurso de la reacción fue obtenida a cuenta de la explosión de una bomba atómica corriente.

9. La base teórica para obtener reacciones termonucleares controladas, son las reacciones que transcurren en el plasma de deuterio de alta temperatura. Sin embargo, el problema consistía no sólo en la creación de las condiciones necesarias para la liberación intensa de energía en los procesos termonucleares, sino que, de modo principal, para la manutención de dichas condiciones. Para realizar la reacción termonuclear automantenida es preciso que la velocidad de liberación de energía en el sistema, donde transcurre la reacción, sea no menor que la velocidad con la que la energía se retira (extrae) del sistema.

Como muestran los cálculos, para asegurar una reacción termonuclear automantenida controlada, hay que elevar la temperatura del plasma de deuterio hasta varios centenares de millones de grados. A temperaturas de un orden de 10^8 K, las reacciones termonucleares poseen notoria intensidad y se distinguen por la liberación de gran cantidad de energía. Por ejemplo, a una temperatura de un orden de 10^8 K la potencia que se desprende por unidad de volumen del plasma, al unirse los núcleos de deuterio, constituye unos 3 kW/m^3 , mientras que a una temperatura de $\sim 10^6$ K, la potencia es sólo igual a 10^{-17} W/m^3 .

La causa principal que condiciona las pérdidas de energía por el plasma de alta temperatura reside en su enorme conductividad térmica, que crece con rapidez (de modo proporcional a $T^{5/2}$) a las altas temperaturas que consideramos. La extracción de energía del plasma puede ser realizada gracias a la difusión de las partículas calientes de la región, donde transcurre la reacción, por las paredes del aparato en que el plasma se encuentra. Si el plasma no tiene aislamiento térmico contra el contacto con cualesquiera sustancias que lo rodean, él no puede ser calentado incluso hasta varios centenares de grados, ya que toda la energía que se libera, como resultado de la reacción de fusión, se transmite a las paredes. Con otras palabras, hay que mantener el plasma en el volumen prefijado, sin tolerar que éste se dilate.

§ 82.13. Contracción y confinamiento del plasma

1. La realización de la fusión termonuclear controlada es uno de los más importantes problemas que pueden ser resueltos con ayuda del plasma. Las reacciones termonucleares pueden iniciarse a temperaturas de no menos de cien millones de grados. Claro está, que el plasma de alta temperatura que en dicho caso surge, no puede ser confinado en ningún recipiente. El plasma o quemará la pared o cederá su energía y se enfriará. El plasma sólo puede ser confinado mediante un campo magnético. En efecto, si la presión magnética $p_m = B^2/2\mu_0$ resulta ser mayor que la presión del gas $p = nkT$, el campo magnético «sujetará» el plasma. La condición de confinamiento:

$$B^2/2\mu_0 \geq nkT. \quad (82.15)$$

La concentración de las partículas en el plasma termonuclear es $n \approx 10^{22} \text{ m}^{-3}$. De aquí, obtenemos para inducir el campo magnético de confinamiento:

$$B \geq \sqrt{2\mu_0 nkT} \approx \sqrt{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^{22} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 10^8} \approx 6 \text{ T}.$$

Por el momento no es posible crear semejante campo estacionario, pero por impulsos se crean campos aún mayores.

El campo magnético de contracción puede ser obtenido bien a cuenta de las corrientes internas en el propio plasma, o bien mediante un campo magnético externo que surge al pasar la corriente por cables.

2. En la URSS, en 1950 fue propuesta la idea del termoaislamiento magnético eficaz del plasma, de cara al problema de la fusión termonuclear controlada. Si por el plasma en forma de columna se hace pasar a lo largo de su eje una fuerte corriente eléctrica, el campo magnético de dicha corriente, que tiene la forma normal para un conductor rectilíneo, crea fuerzas electrodinámicas que tenderán a contraer la columna de plasma. De este modo, el plasma quedará separado de las paredes y se alargará en forma de la *columna de plasma*. Como es lógico, la contracción del plasma se producirá hasta que la presión provocada por las fuerzas electrodinámicas se equilibre por la presión gasocinética de las partículas en el propio plasma. En la fig. 82.5 la columna 2 está aislada de las paredes 1 por el campo magnético H . La corriente eléctrica I que se hace pasar por el gas desempeña varias funciones: a) en la etapa inicial crea el plasma gracias a la elevada ionización; b) tensa el plasma

para que éste forme la columna; c) a cuenta del desprendimiento de calor de la corriente y la contracción calienta el plasma hasta altas temperaturas.

En los primeros experimentos que efectuó en la URSS L. A. Artsimóvich y sus colaboradores, en el deuterio a una presión de $1 \dots 10$ Pa se creaba una potente descarga impulsiva con ayuda de una pila de condensadores. La máxima intensidad de corriente en el momento de la descarga impulsiva alcanzó $10^5 \dots 10^6$ A, con una duración del crecimiento

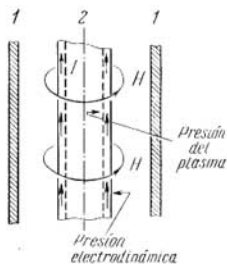


Fig. 82.5.

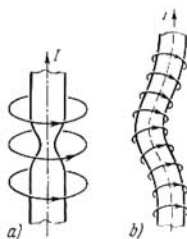


Fig. 82.6.

de la corriente de cerro al máximo igual a $5 \dots 10$ μ s. El plasma creado se alargó con rapidez formando la columna por el eje del tubo de descarga. Al final de la contracción la temperatura de la columna creció hasta 10^6 K e incluso varios millones de grados.

3. No obstante, confinar la columna de plasma en semejante estado no se consigue: surgen sus rápidas oscilaciones radiales, es decir, el plasma se dilata y de nuevo se contrae. A causa de la *inestabilidad* del plasma, en la columna de éste se crean deformaciones que hacen variar la forma geométrica de la columna. El resultado de todo esto es la alteración del aislamiento térmico, la interacción intensa del plasma con las paredes, lo que provoca la contaminación del deuterio con la sustancia de las paredes y el rápido enfriamiento del plasma. Todos los fenómenos indicados se producen en el transcurso de varios microsegundos, tiempo que es comparable con el impulso de descarga. En el momento cuando se alcanza el máximo de corriente, la temperatura del plasma ya se reduce en comparación con la que tenía al acabarse la primera contracción de la columna.

La fig. 82.6 muestra dos de las más sencillas deformaciones de la columna del plasma: su estrechamiento local y su flexión. Para producir las reacciones termonucleares controladas hay que aclarar las condiciones con las que el plasma de alta temperatura, situado en un campo magnético de la configuración necesaria, puede conservar la *estabilidad*. La solución de este problema, junto con las búsquedas de procedimientos para elevar la temperatura del plasma hasta la necesaria para la reacción de fusión termonuclear, es la fundamental tendencia en la que se desarrollan las investigaciones sobre las reacciones termonucleares controladas.

El problema de la estabilidad del plasma ha requerido, ante todo, el estudio minucioso de las deformaciones que pueden surgir en la columna del plasma. Sin entrar en detalles, indicaremos que con la deformación representada en la fig. 82.6, *a*, en la región del estrechamiento del plasma crece la intensidad del campo magnético y junto con esto, crecen las fuerzas electrodinámicas que en esta zona contraen la columna. No obstante, la presión en el propio plasma es igual por todas sus secciones y él puede fluir libremente a lo largo de la columna. Por consiguiente, en el lugar de estrechamiento la presión electrodinámica creciente no se equilibrará por la presión en el plasma y el estrechamiento continuará hasta la «rotura» de la columna en la zona del estrechamiento inicial. De modo análogo puede ser mostrado que la deformación por flexión, surgida en la columna del plasma, se desarrollará y provocará la posterior flexión de la columna (fig. 82.6, *b*).

En la actualidad han sido estudiados los posibles tipos de plasma inestable. Para estabilizarlo se utilizan diversas variantes de utilización de campos magnéticos externos adicionales, no ligados con la corriente que pasa por el plasma.

4. En la fig. 82.7 está representada una instalación para la contracción de la columna del plasma mediante un campo magnético creciente con rapidez. Este fenómeno recibe el nombre de *teta-pinch*. El gas que se encuentra en el tubo de cuarzo *1* se ioniza por medio del generador de alta frecuencia *2* auxiliar, creando en el gas una descarga luminiscente. Después de que en el tubo aparece el plasma, el dispositivo de descarga *3* provoca una chispa en el espacio de descarga *4*, debido a lo que la espira *5* se conecta a la pila

de condensadores 6. Durante la descarga de los condensadores por la espira pasan enormes corrientes, de un orden de un millón de amperios. Como consecuencia de esto, en el interior de la espira se crea un campo magnético prácticamente homogéneo, cuyas líneas de fuerza están dirigidas a lo largo del tubo (campo longitudinal). La inducción de dicho campo puede ser estimada con ayuda de la expresión $B \approx \mu_0 i / 2a$, obtenida de (40.21) a condición de que $r_0 = a$ sea el radio de la espira. Haciendo $a \approx 0,1$ m, $i \approx 10^6$ A, tendremos $B \approx 4\pi \cdot 10^9 / (2 \cdot 10^7 \cdot 0,1) \approx 6$ T.

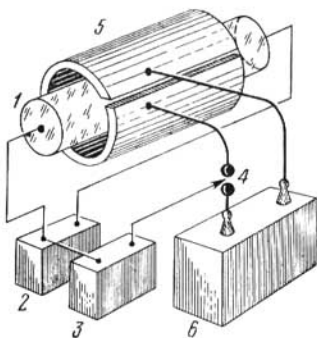


Fig. 82.7.

El campo magnético, creciente con rapidez, contrae el plasma en forma de una columna muy fina. El proceso de contracción del plasma transcurre tan deprisa que la onda de choque, que en tal caso se forma, calienta el plasma a una temperatura de más de 10 millones de grados, es decir, a la más alta temperatura que se ha podido obtener en un laboratorio.

Una de las insuficiencias del método teta-pinch es la fuga del plasma por las caras del tubo, con las que se lucha mediante los llamados *espejos magnéticos*. Así se denominan sectores con elevada inducción del campo magnético, es decir, con gran concentración de las líneas de fuerza, creados en los extremos del tubo. Los iones y electrones, de los que consta el plasma, se mueven por el campo magnético por líneas helicoidales (§ 41.7) que se enrollan en las líneas de fuerza. Junto al espejo magnético, la velocidad del movimiento longitudinal disminuye, la velocidad de rotación crece y, reflejándose en el espejo magnético, el ion retorna a la parte central de la cámara. Los espejos magnéticos se emplean en la instalación soviética «Ogra», una de las mayores de este tipo en el mundo.

5. Contra el escape del plasma también se puede luchar

fabricando un tubo en forma de un *anillo cerrado*, o sea, de un *toroide* sin caras. Sin embargo, éste tiene una insuficiencia que consiste en que el plasma se empuja por su propio campo magnético a la pared exterior del tubo. A pesar de todo, en la actualidad se supone que será precisamente en las instalaciones toroidales donde se obtendrá el plasma de alta temperatura, con el que podrá ser realizada la reacción termonuclear controlada.

La instalación «Tokamak», creada por primera vez en la Unión Soviética, es la más acertada. Esta palabra está

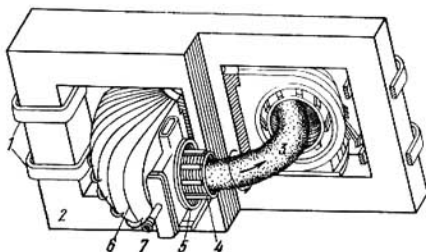


Fig. 82.8.

compuesta de las primeras sílabas de las denominaciones (en ruso) de los elementos fundamentales de la instalación: corriente, cámara, bobinas magnéticas.

6. Como vemos en el esquema de la instalación mostrado en la fig. 82.8, tokamak es en esencia un transformador con el arrollamiento primario *1* y el núcleo *2*, ensamblado de chapas de acero. El arrollamiento secundario es la espira de plasma *3* que se encuentra en la cámara *4* en forma de toro de acero inoxidable de poco grosor, cubierta con la envoltura *5* de cobre grueso; estas dos cubiertas están entre sí aisladas eléctricamente y en la holgura entre ellas se mantiene enrarecimiento.

Los impulsos de corriente en el arrollamiento primario inducen en el interior del toro un campo eléctrico rotacional de una intensidad suficiente para la ionización por choque del gas enrarecido en el interior de la cámara. La corriente que en tal caso surge es de un orden de 10^6 A y con su campo magnético confina el plasma, no permitiendo que éste

haga contacto con las paredes del toro. Un importante papel en el confinamiento del plasma es también desempeñado por el campo magnético de las corrientes de Foucault, que el plasma induce en la cubierta 5.

Para estabilizar el plasma y extinguir las inestabilidades que surgen en él, es utilizado el campo magnético longitudinal adicional, creado por las bobinas 6 enrolladas en el toro. El plasma se observa por la tubuladura de inspección 7.

Las instalaciones de este tipo más grandes del mundo son «Tokamak-10», construida en 1975 en el Instituto de Energía Atómica I. V. Kurchatov y la instalación PLT en Princeton (EE.UU.), creada en 1976.

7. Otro tipo de instalaciones toroidales son los llamados *stellarator*. Su estructura poco se diferencia de la del Tokamak. Su fundamental distinción consiste en que el plasma se confina no por su propio campo magnético, sino por un campo magnético exterior creado por un arrollamiento helicoidal enrollado en la envoltura. Una de las instalaciones de este tipo más grandes del mundo es el stellarator «Liven-2», construido en 1975 en el Instituto Físico P. N. Lebedev de la Academia de Ciencias de la URSS.

8. Los índices fundamentales del plasma, que caracterizan la posibilidad de que en él transcurran las reacciones termonucleares, son la temperatura T del plasma, la concentración de átomos n y el tiempo de confinamiento τ . Hablando con mayor precisión, son de importancia no los valores aislados de los dos últimos parámetros, sino su producto, es decir, el *parámetro de confinamiento* $n\tau$.

Por ejemplo, la reacción automantenida en el plasma de deuterio surge para $n\tau > 3 \cdot 10^{20}$ s/m³ y $T > 10^8$ K; en deuterio puro, si $n\tau > 10^{22}$ s/m³ y $T > 5 \cdot 10^8$ K (criterio de Lawson).

Semejantes parámetros aún no han sido obtenidos, aunque en los últimos tiempos los científicos han conseguido aproximarse a ellos casi por completo. Existen todos los motivos para esperar que en las próximas décadas será posible obtener el plasma con los parámetros necesarios y, por lo tanto, realizar la reacción termonuclear controlada.

PARTÍCULAS ELEMENTALES

§ 83.1. Dos enfoques de la estructura de las partículas elementales

1. Reciben el nombre de «elementales» aquellas partículas que para el nivel moderno de física no pueden ser consideradas como la unión de partículas aún más sencillas. La partícula elemental se debe comportar como un todo único al actuar recíprocamente con otras partículas o campos.

En física moderna del micromundo se examina el problema de la naturaleza, propiedades y transformaciones mutuas de las partículas. La estructura de las partículas elementales se examina en la física moderna desde dos puntos de vista. En ocasiones, estas partículas son consideradas como *puntos materiales sin estructura*, que poseen masa. Por ejemplo, si nos interesa el campo eléctrico creado por el electrón lejos de sí, la estructura del propio electrón puede no ser tomada en consideración. La representación de una partícula elemental puntiforme concuerda con la teoría de la relatividad.

2. Si la partícula elemental tiene dimensiones finitas, es decir, es extendida, como ella es un todo único no debe deformarse, ya que según el sentido de esta noción, la deformación está relacionada con la posibilidad de que partes aisladas del total único realicen movimientos independientes. Aplicado a la partícula elemental esto significa que la acción externa sobre ella debería transmitirse *instantáneamente* de unas a otras de sus partes. Esto contradice el concepto fundamental de la teoría de la relatividad acerca de la carencia en la naturaleza de velocidades de transmisión de las interacciones mayores que la de la luz en el vacío. De esta forma, desde el punto de vista de la teoría de la relatividad, la partícula elemental debe ser puntual.

Sin embargo, la representación de una partícula puntual no extendida, nos lleva a la deducción evidentemente no satisfactoria de que una sustancia que ocupa cierto volumen consta de partículas no extendidas! Si la partícula tiene *cierta extensión* en el espacio, esto quiere decir que ella también tendrá determinada *estructura*.

3. Como sabemos de electrodinámica, una partícula cargada con carga e crea un campo electrostático de potencial φ , igual a $e/4\pi\epsilon_0 r$, donde r es la distancia desde la partícula. Para una partícula puntual sin estructura, esto quiere decir que el campo creado por ella en el punto donde se encuentra (para $r \rightarrow 0$) tiene potencial infinito y, por consiguiente, posee también energía potencial infinita U . Pero, en tal caso, la masa del campo creado por la partícula, de acuerdo con la fórmula $m = U/c^2$ será asimismo infinita. Así se introdujeron en la física de las partículas sin estructura los «infinitos». El desarrollo de la mecánica cuántica, en lo que atañe a las partículas elementales, era de por sí la creación constante de diversos métodos para liquidar los «infinitos», la introducción de una estructura determinada de las partículas elementales que no contradijera la teoría de la relatividad.

4. Para aclarar la estructura de las partículas del micro-mundo hay que tratar partículas de muy grandes energías. Es fácil mostrar que aumentando la energía de las partículas que chocan, se puede obtener información acerca de fenómenos que se producen a más pequeñas distancias en las partículas. En efecto, supongamos que se necesita aclarar lo que sucede al chocar dos partículas elementales a una distancia δ muy pequeña entre ellas. Si la coordenada de la partícula se determina con una precisión hasta δ , la incertidumbre en su cantidad de movimiento será $\Delta p \geq \hbar/\delta$, por lo tanto la incertidumbre en la energía de la partícula será no menor que $\Delta \mathcal{E} = \hbar c/\delta$ (véase (16.25)). Mientras menores sean las distancias δ , relacionadas con la estructura de las partículas elementales, mayor deberá ser la energía \mathcal{E} de las partículas, ya que ella no puede ser menor que $\Delta \mathcal{E}$ (§ 16.7).

5. Como todo ámbito de los conocimientos en impetuoso desarrollo, la ciencia sobre las partículas elementales no se halla, por ahora, en un estado hasta tal extremo acabado que sea posible su exposición sistemática, en particular en los márgenes de un curso más o menos elemental. Por esta razón, en el capítulo conclusivo del presente manual, nos limitaremos a una corta exposición de los datos experimentales fundamentales y en menor grado trataremos su interpretación teórica.

§ 83.2. Nociones de los rayos cósmicos y sus propiedades

1. Desde el espacio universal a la Tierra se transmiten flujos de partículas, es decir, núcleos atómicos de altas energías, así como otras partículas creadas por dichos núcleos en la atmósfera terrestre. Todas estas partículas recibieron el nombre de *rayos cósmicos*.

2. El descubrimiento de estos rayos asciende al comienzo del siglo veinte, cuando se estudiaba la ionización del

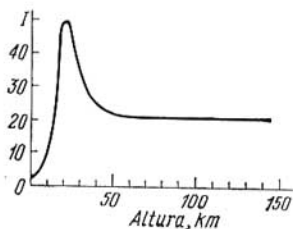


Fig. 83.1.

aire seco contenido en un recipiente cerrado. Los experimentos mostraron que un electroscoPIO ubicado dentro de una gruesa cubierta de plomo, también pierde su carga. El estudio de las causas de este fenómeno llevó al descubrimiento de una radiación de origen extraterrestre con elevado poder de penetración. El hecho de que la radiación descubierta llega a la Tierra del espacio universal se confirmó del modo siguiente. Al ascender por la atmósfera hasta una altura de 1000 m la intensidad de la ionización disminuye insignificanmente, lo que después se sustituye por su rápido crecimiento, que no puede ser explicado si consideramos que la fuente de ionización se encuentra en las entrañas de la Tierra. Las investigaciones han mostrado que la radiación cósmica llega a la Tierra desde todo el espacio universal, lo que se certifica por la independencia entre la intensidad de ionización del aire por los rayos cósmicos y la rotación diaria de la Tierra.

La intensidad de los rayos cósmicos se determina por la densidad del flujo de partículas, es decir, del número de éstas que pasan por segundo a través de la unidad del área de una superficie. La variación de la intensidad de los rayos cósmicos en función de la altura se muestra en la fig. 83.1 (la intensidad I se aduce en unidades relativas).

3. Los rayos cósmicos son desviados por el campo magnético de la Tierra, debido a lo que su intensidad depende de

la latitud del lugar en el globo terrestre. El campo magnético de la Tierra ejerce la mayor desviación en la región ecuatorial. Aquí la mayor cantidad de partículas sufre una fuerte desviación y no puede pasar a las capas bajas de la atmósfera. Este fenómeno recibe el nombre de *efecto latitud*. A la altura de 10 km dicho efecto alcanza el 36%. El estudio de la acción desviadora del campo magnético terrestre sobre los rayos cósmicos, ha mostrado que las partículas positivas que entran en su composición se desvían hacia el este, mientras que las negativas, hacia el oeste (*efecto este oeste*).

4. Los rayos cósmicos tras los límites de la atmósfera terrestre denominanse *rayos cósmicos primarios*. Su composición se estudia con ayuda de cámaras de ionización, contadores, paquetes de emulsiones fotográficas nucleares que se elevan con globos o cohetes, así como instalados en naves cósmicas. Como han mostrado las investigaciones, en la composición de la radiación cósmica primaria hay núcleos atómicos con diversos números másicos y energías por nucleón que oscilan en los límites de $10^9 \text{ eV} \leq \mathcal{E} \leq 10^{20} \text{ eV}$. La radiación cósmica primaria con energías menores que 10^{13} eV consta hasta del 90% de protones, de unos 9% de núcleos de helio. El restante 1% corresponde a los núcleos de elementos más pesados. La energía total que aportan a la Tierra los rayos cósmicos por 1 s no es grande ($\sim 1,5 \text{ GW}$) y es comparable con la energía de la luz visible de las estrellas. No obstante, algunas de las partículas de los rayos cósmicos primarios poseen una enorme energía de un orden de $10^{19} \dots 10^{20} \text{ eV}$.

5. Los experimentos han mostrado que a alturas de más de 50 . . . 60 km sobre el nivel de la Tierra se observa una intensidad constante de los rayos cósmicos (fig. 83.1). Pero al acercarse a la Tierra se observa una variación brusca de dicha intensidad. De aquí se desprende que, además de los primarios, existen *rayos cósmicos secundarios*. Las partículas de los rayos cósmicos primarios consumen, principalmente, su gigantesca energía durante los choques inelásticos con los núcleos de los átomos de nitrógeno y oxígeno del aire en las capas superiores de la atmósfera. Los rayos cósmicos secundarios, que alcanzan la superficie terrestre, son el resultado de dichos choques y de los procesos ligados con ellos. Las estimaciones del alcance de los protones y los núcleos pesados de los rayos cósmicos, muestran que a alturas menores de 20 km toda la radiación cósmica es secundaria.

Los rayos cósmicos secundarios poseen cierto poder de penetración. Para estudiarlo se mide la intensidad I de los rayos cósmicos secundarios después de que éstos atraviesan una capa de plomo de diverso espesor d . En la fig. 83.2 se aducen los resultados de las mediciones, en las que por unidad se ha tomado la intensidad de los rayos cósmicos con $d = 0$. Con espesores d desde 0 hasta 10 13 cm se produce la rápida debilitación de la intensidad de los rayos, mientras que durante el aumento posterior

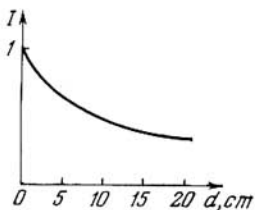


Fig. 83.2.

del espesor su intensidad queda prácticamente constante.

Por esta causa, en la composición de los rayos cósmicos secundarios se distinguen las *componentes blanda y dura*. La componente blanda se absorbe fuertemente por el plomo, en tanto que la componente dura alcanza en el plomo mayor poder de penetración. Esta última está formada por partículas

cargadas más pesadas y rápidas que, en lo fundamental, pierden su energía para la ionización de los átomos con los que chocan durante su movimiento. En la composición de la componente blanda hay partículas cargadas ligeras, es decir, electrones y positrones, así como fotones. 6. Fuera de la atmósfera terrestre han sido descubiertos *cinturones de radiación circun terrestres* (llamados también *cinturones de van Allen*) que de por sí son dos zonas delimitadas con intensidad muy alta de los rayos cósmicos (en comparación con la que se observa a alturas relativamente pequeñas). Como han mostrado las investigaciones de los últimos años, la formación de estos cinturones está ligada con la captura y retención de partículas cargadas por el campo magnético de la Tierra. La zona interior está alejada de la Tierra a distancias de 600 . . . 6000 km. En algunos lugares, por ejemplo en la zona de las anomalías magnéticas de la región meridional del Atlántico, desciende hasta 300 km. El cinturón exterior se distancia de la Tierra a $2 \cdot 10^4$. . . $6 \cdot 10^4$ km; en ciertos lugares (latitudes 55—70°) desciende hacia la Tierra hasta 300 . . . 1500 km. La zona interior contiene, principalmente, protones de altas

energías de 10 . . . 20 MeV a 700 . . . 800 MeV. En la zona exterior, las partículas principales son los electrones con energía menor que 100 keV. Los cinturones de radiación deben ser característicos para todos los cuerpos celestes que tienen campo magnético. Los datos acerca de las zonas de radiación cósmica elevada tienen gran importancia para los vuelos del hombre al espacio cósmico.

7. Las hipótesis sobre el origen de la radiación cósmica primaria se basan en los datos de la energía de las partículas primarias y en la información radioastronómica. Se considera que en los rayos cósmicos primarios las partículas cargadas adquieren grandes energías gracias a la aceleración que ellas reciben en los campos electromagnéticos de las estrellas y el Sol. Es de importancia que la aceleración de las partículas cargadas debe transcurrir *gradualmente*. En caso contrario, si la energía de 10^{13} eV y mayor que tienen los núcleos pesados y ultrapesados, que forman la radiación primaria, fuese recibida por ellos de golpe, a causa de ciertos procesos ultrarrápidos, los núcleos se «evaporarían» de inmediato en los nucleones que los componen. Al comunicar al núcleo con rapidez una energía, incluso mucho más pequeña que 10^{13} eV, la energía de enlace de éste sería insuficiente para retener en él los nucleones, unos juntos a otros. Durante la rotación de las estrellas que tienen campo magnético, se crean campos eléctricos rotacionales. Actuando sobre los protones y núcleos, los campos magnéticos de las estrellas los retienen en trayectorias cerradas. Al moverse por dichas trayectorias los protones y núcleos adquieren en los campos eléctricos aceleraciones colosales.

De acuerdo con los cálculos de Fermi, en las nubes de materia interestelar surgen movimientos de las partículas cargadas, que son los que crean los campos electromagnéticos alternativos. En ellos, las partículas cargadas de la radiación cósmica primaria pueden acelerarse hasta las más altas energías que en ella se observan. Se supone que la energía inicial de las partículas primarias (*umbral de inyección*) tiene su origen en las ondas de choque (§ 30.8) que surgen como resultado del choque de masas de gas durante las explosiones de las llamadas *estrellas supernovas*. La energía de estas explosiones es de naturaleza internuclear.

§ 83.3. Muones y sus propiedades. Leptón

1. La interacción de los rayos cósmicos con la sustancia fue tiempo muy prolongado el único método para estudiar las partículas elementales. Sólo después de la creación de los aceleradores modernos (§§ 41.4, 41.6) se hizo posible estudiar en los laboratorios la naturaleza, las transformaciones mutuas y la estructura de las partículas elementales. En el potente acelerador construido en la ciudad de Siéripujov, cerca de Moscú, la energía de las partículas que se aceleran alcanza 76 GeV ($1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$). No obstante, en los rayos cósmicos primarios se registran partículas con energía de un orden de 10^{20} eV . Por esta razón, la investigación de los rayos cósmicos no ha dejado de desempeñar su papel en el método de estudio de las partículas elementales y sus transformaciones con altas energías.

2. La posibilidad del nacimiento de nuevas partículas al chocar una partícula cargada rápida de los rayos primarios (por ejemplo, un protón) con el núcleo de un átomo de nitrógeno u oxígeno de la atmósfera, se desprende de la correlación entre la masa y la energía. Para una energía del protón igual a 10^4 GeV , que supera su masa en reposo más de 10^4 veces, al chocar éste con un núcleo provoca no sólo la desintegración de este último en sus partes componentes, es decir, en los nucleones. A cuenta del gigantesco exceso de energía y de masa de la partícula primaria, en comparación con la energía y la masa en reposo del núcleo, la energía del protón no sólo es suficiente para comunicar energía cinética a los productos de la desintegración, sino que también basta para crear nuevas partículas tanto con masa en reposo, como aquellas que tienen sólo masa ligada con los campos (fotones).

3. En 1937, Anderson y Neddermeyer al estudiar la absorción de los rayos cósmicos en filtros de plomo, según el método de la cámara de Wilson ubicada en un campo magnético, descubrieron nuevas partículas. Obtuvieron la traza de una partícula cargada y por el carácter de la curvatura de la traza en el campo magnético, establecieron que aquella tenía signo positivo. La masa en reposo de la partícula fue valorada por la acción ionizante que producía y por las pérdidas de energía. Dicha masa constituye $200 m_e$, donde m_e es la masa en reposo del electrón. Más adelante fueron descubiertas partículas negativas de esa

misma masa. Posteriormente, para distinguir estas partículas con masa en reposo intermedia entre la del electrón y el protón, las partículas con masa $\approx 200 m_e$ recibieron el nombre de *muones*.

4. El estudio de la variación de la intensidad de la componente dura de los rayos cósmicos en función de la altura, mostró que al nivel del mar la intensidad de los muones es notoriamente menor que en una alta montaña. La causa del decrecimiento de la intensidad de los muones durante el intervalo de tiempo necesario para que éstos recorran una distancia H , igual a la altura de la montaña, es la *desintegración espontánea de muón en otras partículas*. Estimemos el tiempo de desintegración. El tiempo de vuelo t puede determinarse del modo siguiente: $t = H/v \approx H/c$. Con esto, suponemos que los muones se mueven a una velocidad próxima a la de la luz en vacío. Seguidamente, hagamos uso de la fórmula (81.3) para la desintegración radiactiva:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (83.1)$$

Según el número de muones en la montaña (N_0) y al nivel del mar (N), que son conocidos por las mediciones, podemos determinar la constante de desintegración λ y con ayuda de ésta, el tiempo medio de vida del muón τ_μ . Por definición, llamaremos tiempo medio de vida, el tiempo durante el cual el número inicial de muones decrece e veces, es decir, $N = N_0/e$. Entonces, según la fórmula (83.1)

$$N_0/e = N_0 \exp(-\lambda \tau_\mu),$$

de donde $\tau_\mu = 1/\lambda$. Con otras palabras, la fórmula (83.1) puede ser escrita de otro modo:

$$N = N_0 \exp(-t/\tau_\mu). \quad (83.2)$$

De la fórmula (83.2), después de la logaritmación, es fácil obtener

$$\tau_\mu = \frac{t}{\ln(N_0/N)}. \quad (83.2')$$

Con ayuda de la fórmula (83.2), las estimaciones de τ_μ proporcionan $\tau_\mu \approx 10^{-6}$ s. Experimentos más precisos para determinar τ_μ que fueron realizados por el método de absorción de la componente dura de los rayos cósmicos en filtros de plomo y haciendo uso de muy exactos métodos

de registro de los mesones μ , permitieron hallar el valor de $\tau_\mu = 2,2 \cdot 10^{-6}$ s.

5. Los muones pueden desintegrarse por los esquemas:

$$\begin{aligned} \mu^+ &\rightarrow +_1^0e + {}_0^0\nu_e + {}_0^0\tilde{\nu}_\mu; \\ \mu^- &\rightarrow -_1^0e + {}_0^0\tilde{\nu}_e + {}_0^0\nu_\mu. \end{aligned} \quad (83.3)$$

donde ${}_0^0\nu_e$ y ${}_0^0\nu_\mu$ son neutrinos electrónico y muónico (y respectivamente, antineutrino). En la actualidad está establecido que el neutrino ${}_0^0\nu_e$ y el antineutrino ${}_0^0\tilde{\nu}_e$, emitidos junto con los electrones, se diferencian del neutrino ${}_0^0\nu_\mu$ y antineutrino ${}_0^0\tilde{\nu}_\mu$ emitidos con los muones. Por esta razón, ahora se ha adoptado diferenciar los neutrinos electrónicos y muónicos (así como los antineutrinos).

Durante la desintegración de los muones fueron con claridad descubiertos los electrones ${}_0^0e$ y los positrones $+_1^0e$, con ayuda de las sensibles emulsiones fotográficas nucleares. La energía del electrón (o positrón) surgido en la reacción (83.3) no supera 50 MeV y es mucho menor que la energía de los muones. Esto significa que durante la desintegración de los muones, el electrón (positrón) no puede ser la única partícula. El análisis del proceso de desintegración según las leyes de la conservación llevó a los esquemas (83.3). De ellos se deduce que el espín del muón, como el del electrón, debe ser igual a $\hbar/2$, ya que el espín del neutrino y el antineutrino es igual a $\pm\hbar/2$ cada uno y dichos espines se compensan (al no haber orientaciones destacadas de forma rigurosa de cada uno de los espines).

6. Como han mostrado las investigaciones, los muones actúan de manera recíproca y muy débil con los núcleos de los átomos, es decir, son *partículas nucleares inactivas*. En particular, esto fue descubierto al estudiar la absorción de los muones por los núcleos de plomo. Quedó aclarado que la interacción de los muones con los núcleos de plomo se caracteriza por el tiempo 10^{-8} s, que es 10^{14} veces mayor que el tiempo nuclear (10^{-22} s) que caracteriza las interacciones internucleares de los nucleones (§ 82.4). De aquí se desprende que la interacción entre los muones y los núcleos es 10^{14} veces más débil de lo necesario para asegurar el carácter de corto alcance de las fuerzas nucleares. Este resultado permitió llegar a la conclusión de que los muones no pueden ser los cuantos del campo nuclear que aseguran

la interacción de intercambio de los nucleones en el núcleo (§ 80.5).

7. La débil interacción de los muones con los núcleos es análoga a igual interacción débil de los electrones y positrones, así como del neutrino y antineutrino, con los núcleos. De acuerdo con este rasgo, todas las partículas indicadas más arriba, se unen en la actualidad en una clase particular de partículas elementales, llamadas *leptones* (véase la tabla 83.2 en la pag. 564). En física moderna, la interacción débil es considerada como un tipo singular de interacción, que en la naturaleza es observada junto con la electromagnética (§ 83.5).

Para distinguir las partículas elementales que entran en el grupo de los leptones, a ellas se adjudica una característica que recibe el nombre de *carga leptónica*. Se considera que todos los leptones (electrones, muones negativos y neutrinos) tienen carga leptónica igual a $+1$, todos los antileptones (positrones, muones positivos y antineutrinos) poseen carga leptónica igual a -1 , mientras que las demás partículas no tienen carga leptónica. Los procesos que transcurren con participación de los leptones son caracterizados por su transcurso relativamente lento y se producen de forma que el valor sumario de la carga leptónica se conserva invariable (ley de la conservación de la carga leptónica).

De la inactividad nuclear de los muones se desprende que ellos no pueden ser aquellas partículas que en los rayos cósmicos primarios actúan de modo recíproco con los núcleos de los átomos de los gases atmosféricos. Hacia 1946 en física de los rayos cósmicos fueron acumuladas suficientes cantidades de información acerca de que en la composición de los rayos cósmicos deberían existir *partículas nucleares activas*, que actuaran fuertemente con los núcleos y que tuvieran masas intermedias entre las del muón μ^\pm y del protón.

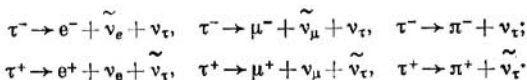
8. En 1975 fue descubierto un nuevo leptón, llamado leptón τ . La existencia de esta partícula fue confirmada en 1978, cuando se consiguió componer la estadística de nacimiento de decenas de miles de pares $\tau^- - \tau^+$. De modo paralelo descubrióse también un neutrino específico ν_τ , distinto del electrónico y muónico.

El leptón τ es una partícula maciza, cuya masa es igual a 1782 MeV, lo que es casi dos veces mayor que la del pro-

tón. Por lo visto, la masa del neutrino τ no sobrepasa de 30 MeV; es posible que sea igual a cero. El espín de estas partículas es semientero, como los de otros leptones. La carga eléctrica del leptón τ es igual a la del electrón. El neutrino τ no tiene carga eléctrica.

A causa de su gran masa, el leptón τ es inestable; el tiempo de vida no ha sido aún medido, pero, por lo visto, no es mayor de $2,8 \cdot 10^{-13}$ s. Es posible que el neutrino τ sea estable.

Existen diversos procedimientos de desintegración del leptón τ . De forma experimental han sido descubiertas algunas de las más probables desintegraciones:



§ 83.4. Piones (mesones π) y sus propiedades

1. En 1947 S. Powell y sus colaboradores descubrieron en las emulsiones fotográficas nucleares partículas más pesadas que los muones, con masa en reposo próxima a $300 m_e$.

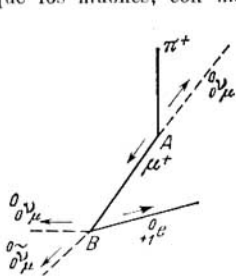


Fig. 83.3.

La fig. 83.3 muestra el esquema del proceso revelado en la emulsión fotográfica. En el punto A se detuvo una partícula con masa en reposo $\approx 300 m_e$ y surgió una partícula con masa en reposo $\approx 200 m_e$, que se mueve hasta B donde ella se para. La partícula a la que pertenece la traza AB resultó ser un muón con la correspondiente desintegración en el punto B. La partícula primaria, cuya desintegración provocó en el punto A el nacimiento de un

muón, recibió el nombre de *pión* o bien mesón π . En la fig. 83.4 está representada de modo esquemático la sucesividad de la desintegración ($\pi - \mu - e$).

Del análisis de los recorridos fueron halladas las energías de las dos partículas, mientras que de las leyes de la conservación de la energía y la cantidad de movimiento fue estable-

cido que junto con el pión positivo debe nacer una partícula más que se lleva una energía mucho mayor que el muón. Como sigue de las leyes de la conservación, su masa debería ser mucho menor que la masa en reposo del mesón y el electrón. La falta de pares electrón-positrón en la emulsión fotográfica por el recorrido de la segunda partícula (§ 82.3),



Fig. 83.4.

nacida junto con el muón, excluía la posibilidad de que ésta fuera un fotón γ . Las investigaciones han mostrado que durante la desintegración del mesón π^+ además de un muón positivo nace un neutrino muónico ${}^0_0\nu_\mu$ de acuerdo con la reacción



2. El estudio de la interacción de los piones con los núcleos ligeros, mostró que puede producirse la captura del pión por el núcleo, lo que lleva a la desintegración de los núcleos y se ve en forma de una estrella en la emulsión fotográfica nuclear. En la fig. 83.5 se muestra el punto A en el que se produjo la formación de la estrella. El análisis de las huellas en la emulsión nuclear, que fue realizado a base de las leyes de la conservación de la energía y la cantidad de movimiento y tomando en consideración la energía de enlace y la energía cinética de las partículas, mostró que la energía en reposo del mesón π es alrededor de 140 MeV, lo que corresponde a una masa en reposo $\approx 270 m_e$.

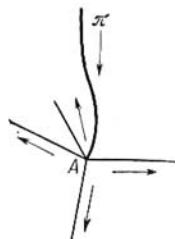


Fig. 83.5.

3. El estudio de las transformaciones nucleares del tipo de estrella provocadas por los piones, indicó que además de los *piones positivos* (π^+) existen *piones negativos* (π^-) que con mayor facilidad se absorben por los núcleos de los átomos. Este fenómeno es fácil de comprender. El pión positivo debe poseer una energía cinética considerablemente

mayor que el negativo, necesaria para vencer la repulsión coulombiana del núcleo positivo, penetrar en él y provocar la transformación nuclear del tipo estrella. Con mayor frecuencia, los piones positivos se desintegran en las inmediaciones del núcleo según la fórmula (83.4).

Los piones se forman en los rayos cósmicos al destruirse los núcleos de los átomos de los gases de la atmósfera por las partículas cósmicas rápidas (protones, partículas α). Durante la destrucción de los núcleos, además de las partículas pesadas también se forman piones.

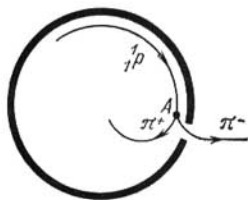


Fig. 83.6.

4. Inmediatamente después de descubrir los piones en los rayos cósmicos, éstos fueron obtenidos de forma artificial en el laboratorio. Para la aparición de los piones eran necesarias partículas cargadas muy rápidas, que deberían mutuamente actuar con los núcleos de los átomos del blanco, donde

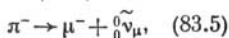
se iban a obtener los piones. Por ejemplo, la energía de los protones tenía que ser del orden de 300 MeV.

La fig. 83.6 nos ofrece el esquema de obtención de los piones. Al bombardear con protones rápidos 1_1p (así como también con partículas α) el blanco A de berilio o carbono, aparecían piones que salían del blanco bajo ángulos arbitrarios. El campo magnético del acelerador enrollaba los piones por trayectorias circulares, cuyos radios eran determinados por sus velocidades. Los piones que se desprendían del blanco hacia adelante se dividían: los piones negativos salían de la cámara del acelerador, en tanto que los positivos se desviaban en el interior de la cámara. Para los piones que se desprendían del blanco hacia atrás, el cuadro de su desviación era el inverso. En la fig. 83.6 esta variante no se muestra.

Las investigaciones de los piones que salieron de la cámara se llevaron a cabo en lo que atañe a sus energías, cantidades de movimiento y masas por el método de desviación en campos magnéticos y eléctricos. El estudio de haces de piones permitió establecer el tiempo τ de vida de los mesones π . Las mediciones por medio de contadores de centelleo (§ 81.8) fijan el intervalo de tiempo entre el momento

cuando nace el pión y el momento de su desintegración en un muón y un neutrino (o antineutrino).

Fue establecido que el tiempo de vida es *igual* para los piones positivos (π^+) y negativos (π^-) y es dos órdenes menor que para los muones. Esto concuerda con que en los rayos cósmicos, junto a la superficie de la Tierra, el número de piones es menor que el de muones. El pión negativo se desintegra por un esquema análogo a (83.4):



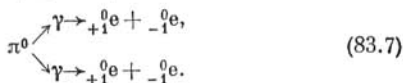
donde π^- es un muón negativo, $\tilde{\nu}_\mu$, un antineutrino muónico.

Los experimentos con piones artificiales permitieron hallar el valor preciso de la masa en reposo de los piones.

5. Los experimentos han mostrado, que además de los piones cargados (mesones π^\pm) existen piones neutros (mesones π^0). Poseen muy pequeño tiempo de vida y se desintegran en dos fotones γ :



La apreciación del tiempo de vida del pión neutro está basada en el análisis de la formación posterior de pares electrón-positrón por fotones γ (§ 82.3):



Como ni el mesón π^0 ni el fotón γ no dejan huellas en las emulsiones fotográficas nucleares, el tiempo de vida del mesón π^0 se determina midiendo la distancia l en la emulsión fotográfica desde el punto O , donde se forma el mesón π^0 a causa de la acción sobre el núcleo de partículas cargadas rápidas hasta el punto A más cercano donde nace el par $+_1^0e - -_1^0e$. (fig. 83.7). Semejante análisis permitió establecer que el tiempo de vida del mesón π^0 constituye $\approx 5 \cdot 10^{-15}$ s. Mediciones de mayor precisión proporcionaron el siguiente

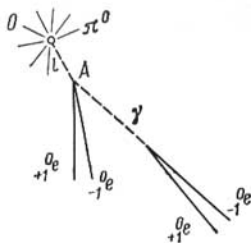


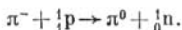
Fig. 83.7.

valor:

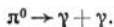
$$\tau_{\pi^0} = 0,80 \cdot 10^{-16} \text{s.}$$

Como muestran las cifras aducidas más arriba, durante el estudio de las partículas elementales, en la física nuclear moderna sus características se miden con gran precisión.

6. Para medir la masa del pión neutro o de otras partículas de este tipo, no se puede hacer uso del análisis de su trayectoria en un campo magnético, como lo hacíamos para las partículas cargadas. En tales casos, se emplean las leyes de la conservación de la energía y la cantidad de movimiento, así como las reacciones de interacción de la partícula dada con otras partículas. Por ejemplo, durante la interacción del pión negativo con el protón se produce la transformación del mesón π^- en un pión neutro, mientras que el protón, en un neutrón:



El pión neutro se desintegra en dos fotones:



En estas transformaciones la masa y la energía del protón, neutrón y mesón π^- son conocidas, mientras que las energías de los fotones γ pueden ser medidas. Además, deben ser utilizados los datos acerca de las cantidades de movimiento de las partículas en el transcurso de las transformaciones. Entonces, la masa en reposo del pión neutro puede ser hallada.

7. El espín del pión neutro puede ser determinado con ayuda de la reacción de desintegración de dicha partícula (83.6). De esa reacción se desprende que el espín del mesón π^0 no es igual a la unidad, ya que en caso contrario el pión no podría desintegrarse en dos fotones, cada uno de los cuales, tiene un espín igual a \hbar . En la actualidad está establecido que el espín del mesón π^0 es igual a cero. Esto corresponde a que en la reacción (83.6) los espines de cada uno de los fotones parece como si se compensaran entre sí. Los espines de los mesones π^\pm cargados también son iguales a cero, como sigue de una serie de datos.

§ 83.5. Clasificación de las interacciones en la física nuclear

1. La diversidad de las masas en reposo de los piones cargados (π^\pm) y neutro (π^0), así como la diferencia entre las masas en reposo de los dos estados del nucleón en el núcleo protónico y neutrónico, en la etapa contemporánea de la física nuclear se examina respecto de la representación de la *independencia de la carga de las fuerzas nucleares* y de los corolarios que de esto se deducen. Como ya fue indicado en el (§ 80.5), las fuerzas nucleares que actúan entre los nucleones no dependen de si tiene la partícula carga o no. La diferencia entre el protón y el neutrón, en lo que atañe a la carga, sólo se manifiesta en las interacciones electromagnéticas y no nucleares entre las partículas. La exigencia de independencia de la carga de las fuerzas nucleares provoca determinadas limitaciones en la interacción de los piones con los nucleones. El carácter de corto alcance de las fuerzas nucleares puede ser explicado por el «intercambio» de los nucleones con los piones (§ 80.5).

2. Como muestran los cálculos, para asegurar la independencia de la carga de las fuerzas nucleares, es preciso que la interacción entre los nucleones y los piones cargados sea también independiente del signo de la carga del pión. Si en el núcleo no hubiera interacción electromagnética y la única fuese la *interacción nuclear* tipo *mesón π* , la independencia de la carga de las fuerzas nucleares llevaría a iguales valores de las masas de los nucleones (protón y neutrón) y a iguales valores de las masas de todos los piones. La diferencia en las masas de los nucleones y, respectivamente, de los piones, surge a cuenta de la presencia, además de la interacción nuclear, de la electromagnética condicionada por la carga de las partículas. Las energías de las partículas en interacción se distinguen de las de las partículas neutras, por lo que las masas en reposo de unas y otras son diferentes. Del mismo modo que el registro de la influencia del espín sobre la energía de los electrones en el átomo provoca el desdoblamiento de los niveles energéticos de los electrones (§ 72.6), el registro de las adiciones de interacción electromagnética a la nuclear lleva a que el estado doble del núcleo (protónico-neutrónico) se divida en dos estados diferentes por sus masas en reposo, es decir, las masas de las partículas 1_0n y 1_1p resultan ser diferentes. Por estas mismas

causas, en lugar de una masa en reposo de los piones surgen dos masas en reposo cercanas, la de los piones cargados y la del neutro.

En la fig. 83.8 están convencionalmente representados los valores de las masas sin tomar en consideración la interacción electromagnética (a) y teniéndola en cuenta (b).

3. La independencia de la carga de las fuerzas nucleares y la presencia de interacciones electromagnéticas adicionales de las partículas en el núcleo lleva a que las masas de las partículas neutras y cargadas se distingan. Esta diversidad tiene origen electromagnético. Parece como si la masa de

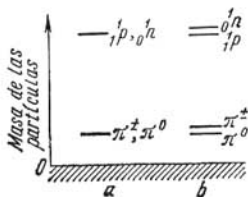


Fig. 83.8.

las partículas se forma de una parte fundamental, de origen nuclear tipo muónico y de cierta masa adicional, de naturaleza electromagnética. Se considera que esta masa complementaria puede ser tanto positiva, o sea, ligada con el aumento de energía, como negativa, si la energía disminuye como resultado de la interacción electromagnética. Por

ejemplo, en el nucleón, en el que la masa m_n es $2,53 m_e$ veces mayor que la masa del protón, la adición electromagnética es negativa. Para los piones, donde la masa del pión π^0 neutro es $8,98 m_e$ veces menor que la masa de los piones π^\pm , la adición electromagnética a la masa es positiva. La adición electromagnética a las masas en los piones π^\pm cargados se toma igual y estos piones tienen idéntica masa en reposo.

4. La independencia de la carga de las fuerzas nucleares y los corolarios que de ella se deducen, son los rasgos característicos de las llamadas *interacciones fuertes*. Además de las fuerzas nucleares entre los nucleones, los procesos de formación de los mesones en las interacciones nucleares con altas energías son ejemplos de las interacciones fuertes. Todos los procesos en los que se manifiestan dichas interacciones, transcurren en el tiempo con gran rapidez. El tiempo característico para las interacciones fuertes es el nuclear, igual a 10^{-22} s, aproximadamente (tabla 83.1).

5. Además de las fuertes, existen *interacciones débiles* y *electromagnéticas*. De las primeras ya hablamos al examinar

la interacción de los muones con los núcleos. Son débiles aquellas interacciones que provocan los procesos de desintegraciones β_{\pm} de los núcleos. La presencia en las partículas elementales de cargas eléctricas, condiciona las interacciones *electromagnéticas*. Con estas interacciones se explica la repulsión coulombiana de los protones en los núcleos, así como los procesos de nacimiento y destrucción de los pares electrón-positrón. Para las interacciones electromagnéticas y débiles entre las partículas no existe independencia de la carga, las fuerzas de interacción de estos tipos *dependen* de la presencia de carga eléctrica en las partículas.

En la tabla 83.1 se ofrece una característica comparativa de los tipos de interacciones entre las partículas elementales.

Tabla 83.1

Tipo de Interacción	Valor comparativo de las interacciones	Tiempo característico de transcurso, s
Fuerte	1	$10^{-23} \dots 10^{-22}$
Electromagnética	$1/137$	$10^{-20} \dots 10^{-18}$
Débil	10^{-14}	$10^{-10} \dots 10^{-8}$

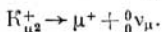
§ 83.6. Kaones (mesones K) e hiperones

1. En 1949 fueron descubiertas partículas con masas en reposo cercanas a $1000 m_e$. Recibieron el nombre de *kaones* o *mesones* K. Fue aclarado que estas partículas provocan transformaciones nucleares en forma de estrella en las emulsiones fotográficas nucleares. En dichas transformaciones, los muones y piones, así como los electrones y positrones, son partículas secundarias. Existen kaones cargados, positivos (K^+) y negativos (K^-), asimismo que neutros (K^0) y antikaones neutros (\bar{K}^0) (las antipartículas se examinan con mayor detalle en el § 83.7). Más adelante, fue descubierto que existen dos tipos de kaones neutros: K_S^0 y K_L^0 , que tienen diferente tiempo de vida (tabla 83.2).

2. El estudio detallado de las desintegraciones según el método de las emulsiones fotográficas nucleares mostró que todos los kaones por sus masas en reposo, cargas y espines se refieren a distintas diversidades de partículas que mucho

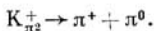
se parecen entre sí. Los kaones, como los piones, no tienen espín, es decir, para todos los kaones el espín es igual a cero.

3. Toda la información acerca de las diversidades de kaones ha sido obtenida estudiando sus desintegraciones, así como los mecanismos de su nacimiento. Como ejemplo, examinemos la desintegración del kaón positivo (K^+). Con la mayor frecuencia este kaón se desintegra en un muón positivo y en un neutrino muónico ${}^0_0\nu_\mu$:

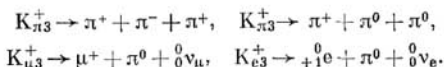


Mediante los índices inferiores se designan en el kaón K^+ las partículas que surgen como resultado de la desintegración, así como el número total de partículas que nacen durante ésta. Más adelante, se hace lo mismo en otras reacciones de desintegración.

Consuficiente frecuencia se produce la desintegración en dos piones:



Además de las indicadas, se observan cuatro tipos más de desintegraciones del kaón positivo:



Semejantes tipos de desintegraciones fueron observados tanto en los rayos cósmicos, como en el caso de kaones positivos artificiales, obtenidos en los aceleradores.

4. En las emulsiones fotográficas nucleares fue también descubierto un gran grupo de partículas llamadas *hiperones*. Estos son partículas con masas en reposo mayores que las de los nucleones. Todos los hiperones tienen espines iguales a $\hbar/2$. El hiperón Ω^- es una excepción, ya que su espín es igual a $3/2\hbar$.

Los nucleones (protones y neutrones) y los hiperones son partículas afines y se refieren a una misma clase de partículas pesadas, denominadas *bariones* (véase la tabla 83.2).

En lo que se refiere a todas las partículas elementales, puede ser introducido el concepto de *carga bariónica o nuclear (nucleónica)*. Si se establece que para los bariones esta carga es igual a la unidad y para los antibariones a menos uno, mientras que para las partículas que no pertenecen a la

Tabla 83.2

Denominación de la partícula y antipartícula	Designación	Carga eléctrica, e	Masa, MeV	Tiempo de vida, s	Espín, \hbar
Fotón	γ	0	0	Estable	1
Leptones					
<i>Neutrinos:</i> neutrino electrónico, antineutrino	$\nu_e \quad \bar{\nu}_e$	0 0	0	Estables	1/2
neutrino muónico, antineutrino	$\nu_\mu \quad \bar{\nu}_\mu$	0 0	0	Estables	1/2
<i>Electrones:</i> electrón, positrón	$e^- \quad e^+$	-1 +1	0,511	Estables	1/2
<i>Muones:</i> muón negativo, muón positivo	$\mu^- \quad \mu^+$	-1 +1	106	$2,2 \cdot 10^{-6}$	1/2
<i>Leptones τ:</i> leptón τ negativo, leptón τ positivo	$\tau^- \quad \tau^+$	-1 +1	1782	$2,8 \cdot 10^{-13}$	1/2
Mesones					
<i>Piones:</i> mesón π^+ , mesón π^- mesón π^0	$\pi^+ \quad \pi^-$ π^0	+1 -1 0	140 135	$2,6 \cdot 10^{-8}$ $0,8 \cdot 10^{-10}$	0 0
<i>Kaones:</i> mesón K^+ , mesón K^- mesón K^0 , antimésón K^0	$K^+ \quad K^-$ $K^0 \quad \bar{K}^0$	+1 -1 0 0	494 498	$1,2 \cdot 10^{-8}$ $K_S^0: 0,86 \cdot 10^{-10}$ $K_L^0: 5,38 \cdot 10^{-8}$	0 0 0
mesón η^0	η^0	0	549	$2,4 \cdot 10^{-19}$ (?)	0
Bariones					
<i>Nucleones</i> protón, antiprotón	$p \quad \bar{p}$	+1 -1	938,2	Estables	1/2
neutrón, antineutrón	$n \quad \bar{n}$	0 0	939,6	$0,93 \cdot 10^3$	1/2
<i>Hiperones:</i> hiperón Λ^0 , antihiperón Λ^0	$\Lambda^0 \quad \bar{\Lambda}^0$	0 0	1116	$2,5 \cdot 10^{-10}$	1/2
hiperón Σ^+ , antihiperón Σ^+	$\Sigma^+ \quad \bar{\Sigma}^+$	+1 -1	1189	$0,8 \cdot 10^{-10}$	1/2
hiperón Σ^- , antihiperón Σ^-	$\Sigma^- \quad \bar{\Sigma}^-$	-1 +1	1197	$1,5 \cdot 10^{-10}$	1/2
hiperón Σ^0 , antihiperón Σ^0	$\Sigma^0 \quad \bar{\Sigma}^0$	0 0	1192	$< 10^{-14}$	1/2
hiperón Ξ^- , antihiperón Ξ^-	$\Xi^- \quad \bar{\Xi}^-$	-1 +1	1321	$1,7 \cdot 10^{-10}$	1/2
hiperón Ξ^0 , antihiperón Ξ^0	$\Xi^0 \quad \bar{\Xi}^0$	0 0	1315	$3 \cdot 10^{-10}$	1/2
hiperón Ω^- , antihiperón Ω^-	$\Omega^- \quad \bar{\Omega}^-$	-1 +1	1672	$1,3 \cdot 10^{-10}$	3/2 (?)

clase de los bariones, es igual a cero, podemos formular la *ley de la conservación de la carga bariónica (nuclear)*: durante todas las transformaciones nucleares en un sistema aislado, la carga bariónica queda invariable.

La ley de la conservación de la carga bariónica, como la de la conservación de la carga eléctrica, es válida tanto para las interacciones fuertes (nucleares), como para las electromagnéticas. Por ejemplo, si antes de la transformación había un barión, es decir, un neutrón con carga bariónica igual a la unidad, después de la transformación debe existir un barión, neutrón, protón o bien uno de los hiperones, para los que la carga nuclear es también igual a la unidad.

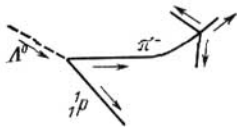


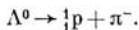
Fig. 83.9.

5. Los hiperones son muy inestables y tienen un tiempo de vida que varía en los márgenes de 10^{-11} a 10^{-10} s. En la

tabla 83.2 están aducidos todos los datos que caracterizan los hiperones y otras partículas elementales.

El estudio de las propiedades de los hiperones en las cámaras de burbujas ubicadas en un campo magnético, permitió establecer que hay hiperones neutros, así como cargados, positivos y negativos.

Como ejemplo, en la fig. 83.9 se ofrece el esquema de la desintegración de un hiperón neutro (Λ^0), que acaba en la desintegración en forma de estrella de un pión π^- , que se formó del hiperón Λ^0 :



El estudio de las huellas de las partículas representadas en la fig. 83.9 permitió determinar la energía del protón $\frac{1}{1}p$ y del pión π^- y la masa del hiperón Λ^0 con ayuda del balance de energía durante la desintegración. La determinación con alta precisión en las cámaras del momento de nacimiento del hiperón Λ^0 y el momento de su desintegración, dio la posibilidad de medir el tiempo de vida de esta partícula (véase la tabla 83.2). Como ahora ha sido aceptado, en dicha tabla las masas de las partículas se aducen en unidades energéticas (MeV). Con anterioridad, por unidad de masa de las partículas elementales se tomaba la masa del electrón. Como la masa de éste es, aproximadamente, igual

a 0,5 MeV, para conocer a cuantas masas electrónicas es igual la masa de la partícula dada, hay que multiplicar por dos su masa en MeV.

6. Durante el estudio de los kaones e hiperones, fue advertido que sus propiedades son singulares y se distinguen de las de otras partículas. Por este motivo, los kaones e hiperones reciben el nombre de *partículas extrañas*.

El nacimiento de las partículas extrañas se provoca, sin duda alguna, por una interacción fuerte, es decir, el tiempo de nacimiento de estas partículas corresponde al tiempo de las interacciones fuertes ($10^{-23} \dots 10^{-22}$ s). Además, al desintegrarse en piones, que son partículas *nucleares activas*, según los esquemas mostrados más arriba, o sea, en partículas que caracterizan las interacciones fuertes, los kaones tienen tiempo de vida ($10^{-10} \dots 10^{-8}$ s) mucho mayor que el que se observa para los muones, que son partículas nucleares inactivas, o sea para la interacción débil. Más adelante fue establecido que los kaones e hiperones siempre nacen a pares y no en cualesquiera combinaciones.

Por fin, se descubrió una considerable diferencia en las condiciones de formación y en las reacciones de interacción de los kaones con otras partículas. Por ejemplo, a energías de varios GeV el número de kaones K^+ que surgen supera 10^2 veces el número de kaones K^- ; el kaón K^+ surge emparejado tanto con el kaón K^- como con los hiperones, mientras que el kaón K^- aparece *sólo junto con el kaón K^+* .

7. En la física moderna de las partículas elementales se explican las singulares propiedades de las partículas *extrañas*. Esta explicación se basa en la idea de la *independencia de la carga*, propia no sólo de la interacción piónica de los nucleones en el núcleo. Se considera que durante la interacción de los kaones y de los hiperones también se manifiesta la independencia de la carga. Aquí no podemos entrar en los detalles de esta cuestión. También omitimos otros muchos problemas de física de las partículas elementales, cuyo examen requiere la introducción de ciertas características especiales de las partículas elementales.

§ 83.7. Antipartículas

1. En la física moderna de las partículas elementales se ha descubierto que, *salvo raras exclusiones, a cada una de las partículas elementales corresponde una antipartícula.*

En la actualidad, sólo se conocen varias partículas que carecen de su antipartícula o hablando con mayor precisión, se conocen algunas partículas y antipartículas que son entre sí *idénticas*: el fotón, mesón π^0 , así como los kaones neutros. Semejantes partículas reciben el nombre de *absolutamente* o *realmente neutras*. El concepto de neutralidad absoluta no debe confundirse con la neutralidad eléctrica de la partícula, ya que la partícula neutra puede tener su antipartícula. La falta de carga eléctrica es aún condición insuficiente para la neutralidad absoluta de la partícula.

Como ejemplos de partículas y antipartículas mencionaremos el electrón y el positrón, los muones μ^+ y μ^- , los piones π^+ y π^- , los neutrinos electrónicos y muónicos ${}^0_0\nu_e$ y ${}^0_0\nu_\mu$ y los antineutrinos ${}^0_0\bar{\nu}_e$ y ${}^0_0\bar{\nu}_\mu$, los kaones K^+ y K^- .

Las masas en reposo, los espines y el tiempo de vida de las partículas y antipartículas son iguales. Los valores de las cargas eléctricas, así como de las nucleares de las partículas y antipartículas son iguales en magnitud, pero de signos opuestos. Los momentos magnéticos de las partículas y antipartículas también tienen signos contrarios. La carga eléctrica no es la condición indispensable de existencia del par partícula — antipartícula.

2. La representación de una antipartícula surgió por primera vez en 1927—1928, cuando Dirac, basándose en la mecánica cuántica, mostró que el electrón debe tener espín y que para el electrón libre hay dos regiones de valores de la energía total \mathcal{E} : uno de $m_e c^2$ a $+\infty$ y otro de $-m_e c^2$ a $-\infty$, donde m_e es la masa en reposo del electrón. Los valores negativos de la energía total del electrón libre significaban la existencia de masa *negativa*, lo que proporcionaba serias dificultades. Por ejemplo, en los estados con masa negativa el electrón, al sufrir la acción de una fuerza externa, debería adquirir aceleración en sentido *opuesto* a la fuerza que actúa. Los intentos de considerar que la acción de la fuerza externa, que altera el movimiento libre, podía significar el incumplimiento de las deducciones de Dirac, resultaron ser infundados. El problema reside en que la presencia de energía negativa se desprende de la teoría de la relatividad. De acuerdo con ella, entre la energía \mathcal{E} , la cantidad de movimiento p y la masa en reposo m_e del electrón existe la relación (§ 16.3):

$$\mathcal{E}^2 = p^2 c^2 + m_e^2 c^4,$$

de donde para $p = 0$ tenemos que $\mathcal{E} = \pm m_e c^2$. En la fig. 83.10 se muestran dos regiones de los valores permitidos de la energía, divididas por el intervalo $2m_e c^2$. En dicho intervalo no hay niveles permitidos de energía para el electrón. Como mostró Dirac, en la mecánica cuántica la probabilidad de la transición de un estado con energía positiva a la región del estado con energía total negativa *diverge de cero*. En la física clásica la presencia de energías negativas no se tomaba en consideración. Como la transición de las energías positivas (el punto A en la fig. 83.10) a la región de las energías negativas (el punto B) requiere un «salto» de un valor igual a $2m_e c^2$, semejante transición se consideraba imposible. Para comprender la interpretación que dio Dirac al resultado obtenido por él, indiquemos que para el electrón ($-e$) con masa negativa ($-m_e$) la carga específica $\frac{-e}{-m_e}$ es igual a la carga específica del electrón positivo ($+e$) con masa positiva:

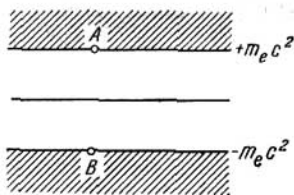


Fig. 83.10

$$\frac{-e}{-m_e} = \frac{+e}{+m_e}.$$

3. Dirac expresó la hipótesis de que la región con energías negativas en la fig. 83.10 contiene niveles cuantificados de la energía negativa. Todos estos niveles están llenos de electrones que se disponen en ellos en correspondencia con el principio de Pauli. Los electrones que se encuentran en los niveles negativos crean cierto fondo que por sí sólo no se revela si todos los niveles están llenos por completo. En los niveles negativos los electrones no pueden manifestar actividad alguna. Los niveles situados en la región de las energías positivas (más arriba del punto A en la fig. 83.10) están llenos de electrones sólo parcialmente. Si el electrón situado en un nivel con energía negativa recibe una cantidad de energía igual a $\mathcal{E} \geq 2m_e c^2$, éste pasará a la región con energía positiva, donde se manifestará como un electrón «corriente». En el lugar que ha quedado libre en

el fondo de las energías negativas aparece, en tal caso, un «hueco» que se manifiesta como un *electrón positivo*, es decir, un *positrón*.

La hipótesis de Dirac fue confirmada en 1932, cuando en los rayos cósmicos fue descubierto el positrón.

El proceso examinado por Dirac es precisamente el de formación del par electrón-positrón (§ 82.3). En el esquema de Dirac, el acto de destrucción del indicado par significa la transición de un electrón del nivel con energía positiva al lugar vacante, «vacío» en el fondo de energías negativas, lo que se acompaña de la transición de la energía y la masa de las partículas que se unieron a la energía y la masa del campo electromagnético (nacimiento de dos fotones γ).

4. El descubrimiento del par partícula—antipartícula (electrón—positrón) mostró la *simetría* de las partículas elementales en lo que se refiere a sus cargas, lo que recibió el nombre de *principio de conjugación de la carga*. De acuerdo con él, las *partículas elementales cargadas existen a pares*. Cada partícula cargada debe tener su antipartícula, con signo opuesto de la carga eléctrica. Por esta razón, el protón debe tener su antipartícula, es decir, el antiprotón ${}_{-1}^1\tilde{p}$.

Más adelante, el principio de conjugación de la carga fue difundido no sólo a las cargas, sino que también a semejantes características de las partículas elementales como las cargas bariónicas y leptónicas, etc. De particular importancia resultó ser la generalización del principio de la conjugación de la carga para las partículas neutras: neutrón y neutrino. De dicha generalización era de esperar que debían existir el *antineutrón* ${}_{0}^1\tilde{n}$, el *antineutrino electrónico* ${}_{0}^0\tilde{\nu}_e$ y el *antineutrino muónico* ${}_{0}^0\tilde{\nu}_\mu$.

5. Durante la unión de la partícula y la antipartícula se produce una liberación de energía no menor que el doble de la energía en reposo de cada una de ellas. El nacimiento del par partícula y antipartícula requiere un consumo de energía que *supera* la energía en reposo doble del par. Ésto está relacionado con la necesidad de comunicar al par recién nacido cierta cantidad de movimiento y de energía cinética.

Como muestran los cálculos, la energía mínima necesaria para el nacimiento del par protón—antiprotón constituye en sistema de coordenadas, donde un nucleón está en reposo, $6m_p c^2$ (m_p es la masa en reposo del protón) o bien 5,6 GeV

(§ 21.7). Sin embargo, a cuenta de una serie de efectos durante la obtención práctica del par ${}^1_1\text{p} - {}^1_{-1}\tilde{\text{p}}$ (movimiento interno de los nucleones en los núcleos del blanco, etc.), la energía mínima para el nacimiento de este par se reduce hasta 4,3 GeV.

6. La singularidad de las antipartículas consiste en su capacidad de unirse con rapidez con sus partículas: el positrón con el electrón, el antiprotón con el protón, el antineutrón con el neutrón. Este fenómeno está ligado con que la sustancia, que constituye la naturaleza que nos rodea, consta de partículas, es decir, electrones, protones y neutrones. Las antipartículas, o sea, los positrones, antiprotones y antineutrones, tropezando en la sustancia con sus «compañeros en la pareja» de los que hay en exceso, se unen con ellos y dejan de existir, provocando el nacimiento de nuevas partículas y campos, como lo requieren las leyes de la conservación.

Es fácil imaginarse que en la llamada «antisustancia» los «antiátomos» contendrían en sus núcleos antiprotones y antineutrones, mientras que en su periferia se hallarían los positrones. En la «antisustancia», los electrones, protones y neutrones sufrirían también dicha rápida fusión al tropezar con los positrones, antiprotones y antineutrones. De este modo, la estabilidad de las partículas «corrientes» y la inestabilidad de sus antipartículas es convencional: en el vacío las antipartículas —positrones, antiprotones y antineutrones— son tan estables como sus partículas —electrones, protones y neutrones.

7. La década del cincuenta de nuestro siglo se ha destacado por el descubrimiento en los experimentos de antipartículas pesadas.

De forma experimental el antiprotón ${}^1_{-1}\tilde{\text{p}}$ se descubrió a fines de 1955 por O. Chamberlain, E. Segré, C. Wihand y T. Ispilantis, al bombardear un blanco de cobre con protones acelerados en la cámara de un bevatrón —acelerador de protones (Berkeley, EE.UU.), hasta una energía del orden de 6 GeV. El esquema del experimento se muestra en la fig. 83.11. El haz de protones acelerados bombardeaba el blanco de cobre T . Las partículas negativas que surgían se desviaban por el campo magnético del bevatrón y se hacían pasar por el campo magnético adicional de las lentes magnéticas M_1 , que dejaban pasar las partículas con una determinada cantidad de movimiento igual a 1,19 GeV·s/cm.

Junto con los supuestos antiprotones \bar{p} , por el campo magnético también pasaban piones π^- . Por ejemplo, con una energía de los protones de 6,2 GeV a cada antiprotón correspondían 62 000 piones π^- .

La fundamental dificultad del experimento para la identificación de los antiprotones consistía en la separación de éstos de los piones π^- y la medición de sus masas que se determinaban por los resultados de las mediciones de sus

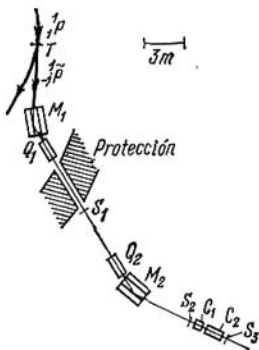


Fig. 83.11.

cantidades de movimiento (según el método de desviación en campos magnéticos) y sus velocidades. Estas últimas se medían mediante dos procedimientos independientes: por el tiempo de su vuelo y con ayuda del contador de Cherenkov. El haz de partículas negativas pasaba por el campo magnético de enfoque Q_1 y penetraba en el contador de centelleo S_1 . A continuación, después de atravesar consecutivamente la lente magnética

Q_2 , el campo magnético de desviación M_2 , el segundo contador de centelleo S_2 y los contadores de Cherenkov C_1 y C_2 , las partículas se registraban

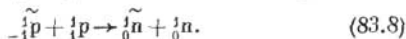
en el contador de centelleo S_3 . El contador de Cherenkov C_1 dejaba pasar las partículas para las que $v/c > 0,79$. El contador de Cherenkov C_2 filtraba los piones π^- , dejando sólo pasar partículas para las que v/c se encuentra en los márgenes de $0,75 < v/c < 0,78$. Esta condición satisfacían los antiprotones \bar{p} para los que con una cantidad de movimiento 1,19 GeV·s/cm, la razón $v/c = 0,78$; para los piones π^- con esa misma cantidad de movimiento, la razón $v/c = 0,99$. Además, se medía el tiempo t que las partículas consumían al pasar entre los contadores S_1 y S_2 , que resultó ser igual a $5,1 \cdot 10^{-8}$ s para los antiprotones \bar{p} y $4 \cdot 10^{-8}$ s para los piones π^- .

La seguridad del método de descubrimiento de los antiprotones y la identidad de las masas del antiprotón

y protón se comprobaron mediante un original procedimiento. Si después de cambiar la dirección de todos los campos magnéticos por la opuesta, se envía a la instalación protones con una cantidad de movimiento $1,19 \text{ GeV}\cdot\text{s}/\text{cm}$, la respuesta de todos los contadores debe transcurrir de igual manera que al pasar por la instalación antiprotones. El experimento certificó este hecho, con lo que la existencia del antiprotón quedó demostrada unívocamente.

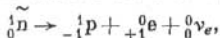
La medición del momento magnético del antiprotón confirmó que esta partícula tiene signo de la carga opuesto a él del protón. En los primeros experimentos, con insuficiente precisión, el momento magnético determinóse igual a $-1,8 \mu_N$ resultando ser menor que el valor teórico esperado, $-2,79 \mu_N$.

8. En 1956, durante los experimentos de B. Corck, G. Lamberston, O. Picconi y W. Wenssel, fue descubierto el antineutrón ${}^1_0\bar{n}$. Para obtener esta partícula se hizo uso de la recarga de los antiprotones ${}^{-1}_1\bar{p}$, que transcurre al transformarse el antiprotón y el protón en antineutrón y neutrón:



El hecho de la formación del antineutrón se descubría por la unión de éste con el neutrón. Con esto, debería liberarse una energía $\mathcal{E} = 2m_0c^2 = 1900 \text{ MeV}$, donde m_n es la masa en reposo del neutrón (y del antineutrón). Esta energía se consume en lo fundamental para la creación de mesones π^- y K^\pm en una correlación aproximada del 95 al 5%. La observación de las estrellas en las emulsiones fotográficas nucleares durante la unión del neutrón y el antineutrón, mostró que en tal caso se forman, por término medio, tres piones cargados, cada uno de los cuales extrae una energía $\approx 250 \text{ MeV}$. Además de los piones cargados, surgen las partículas neutras piones π^0 y kaones K^0 , a las que corresponde el resto de la energía de unión.

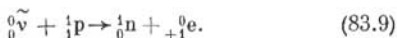
Lo mismo que el neutrón libre, el antineutrón libre sufre desintegración radiactiva con período de semidesintegración $(1,01 \pm 0,03) \cdot 10^3 \text{ s}$ (§ 81.12). La reacción de desintegración del antineutrón tiene el aspecto



donde ${}^0_0\nu_e$ es un neutrino electrónico.

9. Provocaba enorme interés y proporcionaba enormes dificultades la demostración experimental de la existencia del neutrino, así como la solución del problema acerca de si el neutrino (${}^0_0\nu_e$) y el antineutrino (${}^0_0\tilde{\nu}_e$) son partículas idénticas o diferentes, es decir, si es o no el neutrino una partícula absolutamente neutra.

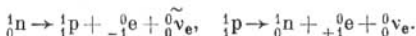
Con motivo del desarrollo de la física y la técnica de los reactores nucleares, se crearon las posibilidades de descubrir el antineutrino. Como sabemos, los fragmentos de la escisión de los núcleos pesados poseen exceso de neutrones y sufren la desintegración radiactiva β_- , durante la cual se emiten antineutrinos electrónicos ${}^0_0\tilde{\nu}_e$. Mediante flujos de antineutrinos de suficiente potencia fueron realizados experimentos para el estudio de la interacción del antineutrino ${}^0_0\tilde{\nu}_e$ con los protones 1_1p . La idea de los experimentos residía en el descubrimiento de la reacción de captura del antineutrino electrónico ${}^0_0\tilde{\nu}_e$ por el protón 1_1p . Esta reacción transcurre del modo siguiente:



Una reacción análoga para la captura del neutrino electrónico ${}^0_0\nu_e$ por el neutrón 1_0n se desarrolla así:



Puede ser mostrado que los procesos del tipo indicado son admisibles, si las transformaciones del neutrón en protón y del protón en neutrón transcurren según los esquemas (§§ 81.12 y 82.2):

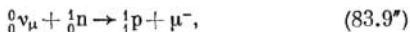


10. Un experimento para detectar el antineutrino que provoca la transformación del protón en neutrón y positrón de acuerdo con la ecuación (83.9), fue realizado en los años 1953—1954 por F. Reines y C. Cowan con haces de antineutrino obtenidos en un reactor. Como blanco y detector de los procesos se hizo uso de una cámara con volumen de cerca de 1 m^3 , llena de un líquido centelleante, que en su composición tenía hidrógeno y cadmio. Gran cantidad de fotomultiplicadores fijaba la reacción que se desarrollaba según la fórmula (83.9). Los positrones que surgían durante

la reacción, tropezando con los electrones de los átomos del líquido, se unían con ellos y cada uno formaba dos cuantos γ , cuya aparición se registraba por un destello en el líquido. Los neutrones surgidos se moderaban con el hidrógeno y se capturaban por el cadmio (captura radiante o radiactiva). *La cascada de cuantos γ , creada durante la captura radiante, emitía el segundo destello.* Las observaciones de estos destellos permitieron con seguridad establecer el desarrollo de la reacción (83.9) y confirmaron la existencia del anti-neutrino electrónico.

Experimentos realizados en 1956, que por sus resultados son considerados fiables, permitieron establecer que el neutrino reacciona con la sustancia de forma diferente que el antineutrino, por lo que éstos pueden ser considerados como dos partículas distintas. Las reacciones (83.9) y (83.9') fueron de modo unívoco reconocidas y confirmaron la diversidad de las partículas ${}^0_0\nu_e$ y $\tilde{\nu}_e$. El neutrino se diferencia del antineutrino por la carga leptónica y también por otras propiedades características que aquí no vamos a examinar.

11. El problema de la diferencia entre los neutrinos y antineutrinos electrónicos y muónicos, fue planteado al estudiar la desintegración de los piones π^\pm cargados según las ecuaciones (83.4) y (83.5). Resultó que si se separan el neutrino y antineutrino formados y, a continuación, se efectúan las reacciones de captura de estas partículas, el neutrino por neutrones, por ejemplo, la reacción (83.9') *no se realiza*, mientras que en su lugar, la captura es efectuada de acuerdo con la reacción



lo que certifica la diferencia entre las partículas ${}^0_0\nu_e$ y ${}^0_0\nu_\mu$.

12. *En conclusión indiquemos que entre los hiperones también fueron descubiertas antipartículas.* Los antihiperones se someten a los requisitos generales para todas las antipartículas.

Para crear un par hiperón—antihiperón se necesita una cantidad considerablemente mayor de energía que para la formación de un par de nucleones. Por ejemplo, el más ligero de los antihiperones, el antihiperón neutro $\tilde{\Lambda}^0$ puede ser creado con energías 1 . . . 1,5 GeV mayores que las necesarias para el surgimiento de los antinucleones. Esto está

ligado con la masa en reposo relativamente mayor de los hiperones.

13. En los últimos años ha sido descubierta una gran cantidad de nuevas *partículas* que recibieron el nombre de *resonancias*. De este modo se denominan partículas de vida sumamente corta (tiempo de vida $\approx 10^{-22}$ s).

El fundamento que permite considerar que las resonancias son partículas, es que en una serie de casos durante su formación, así como al desintegrarse, ellas se comportan como una partícula con características determinadas: espín, cargas eléctrica y bariónica y otras que no hemos examinado. Las resonancias también tienen cantidad de movimiento y energía determinadas.

El término *resonancia*, aplicado a las partículas, surgió ya en los años cincuenta, cuando al investigar la dispersión en los protones de los piones con energías cerca de 200 MeV, se advirtió el brusco aumento de la dispersión, fenómeno que se denominó resonancia. Los estados de resonancia, análogos a la resonancia pión-protón, se caracterizaron por tener propiedades propias de las partículas y dicha denominación quedó en uso: se descubrió que para cada una de las partículas pesadas, que ejercen interacción fuerte, existen resonancias propias de ellas que se distinguen por su gran masa. También fueron reveladas resonancias asociadas a los mesones.

En la actualidad, es tan grande el número de partículas y resonancias descubiertas, que en los últimos años se han emprendido en la física de las partículas elementales serios y exitosos intentos de su clasificación. No obstante, la solución de este problema se halla en tal etapa que hemos considerado posible no examinarlo en el presente libro.

14. A causa de que es tan considerable el número de partículas y resonancias, la propia representación del carácter elemental de éstas ha sido puesta en duda. Por esta razón, la definición de la partícula elemental es insuficiente y parece ser imposible ofrecer en la actualidad una definición completa de la partícula elemental.

Mientras mayor es la profundidad a la que penetra la física en los conocimientos de las propiedades de las partículas «elementales», en mayor grado se justifica la genial previsión leninista de que el electrón es tan inexhausto como el átomo.

§ 83.8. Concepto de la estructura de los nucleones

1. En el § 83.1 hemos visto que la teoría de la relatividad exige que las partículas elementales no tengan estructura, que sean *puntiformes*. Cualesquiera extensión de la partícula en el espacio, el que ésta tenga cierta estructura, contradice la teoría de la relatividad. Pero, al mismo tiempo, la falta de estructura de las partículas elementales, las partículas no extendidas, desde el punto de vista filosófico y físico, no nos puede satisfacer. Como se indicó en el § 72.5, la expresión para el radio clásico del electrón prevé que éste tiene determinadas dimensiones y, por lo tanto, cierta estructura. En física moderna, en lugar de los modelos clásicos de las partículas elementales, se hacen intentos de hallar tales estructuras de éstas, que no contradigan la teoría de la relatividad. En la actualidad, hay demostraciones experimentales directas de la presencia de estructura en las partículas elementales y se han confeccionado procedimientos para su estudio.

2. Uno de los métodos para estudiar el nucleón es la investigación de la dispersión elástica en los protones de los piones con energía de un orden de 7 GeV. Otro método consiste en la investigación de la dispersión elástica en los protones y neutrones de los electrones. Estos métodos permitieron llegar a determinadas deducciones en lo que concierne a la estructura del nucleón. Como han mostrado los experimentos, la dispersión elástica de los piones en los protones se produce de modo que el pión poco se desvía de la dirección inicial de vuelo, mientras que el protón recibe insignificante retroceso, es decir, la cantidad de movimiento Δp transmitida al protón es pequeña. Como sigue del principio de incertidumbre, el proceso descrito debe transcurrir en cierta región del espacio, caracterizada por las dimensiones lineales $a \geq h/\Delta p$. El estudio detallado de la dispersión elástica de los piones en los protones ha mostrado que debemos imaginarnos este proceso como el resultado de la difracción de los piones sobre cierta región que absorbe éstos y que determina las *dimensiones de los nucleones*.

3. La dispersión de los electrones rápidos en los protones ha permitido estudiar la distribución de la carga eléctrica del protón en función de la distancia r hasta su centro. Con esto, hay que tener en cuenta que la carga del protón es indivisible y que se manifiesta siempre como un todo

único. Por esta razón, la distribución de la carga eléctrica en el protón no significa que es posible destacar de modo experimental parte determinada de dicha carga. En la fig. 83.12 está representada la dependencia entre r (medido en fermi) y la carga q contenida en una capa esférica ubicada entre los radios r y $r + dr$. El máximo de la curva corresponde a la distancia $R_e = 0,77 \cdot 10^{-15}$ m, llamada «radio eléctrico» del protón. El área bajo la curva es igual a la carga del protón e .

Los resultados de experimentos análogos para la dispersión de los electrones rápidos en los neutrones se muestran en

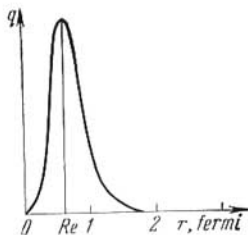


Fig. 83.12.

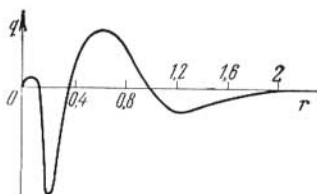
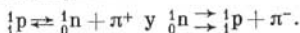


Fig. 83.13.

la fig. 83.13. La dispersión se produce como si el «radio eléctrico» del neutrón fuera igual a cero. En las regiones interna y externa del neutrón la carga eléctrica es negativa, en la parte media, positiva. La carga total del neutrón, igual al área bajo la curva, se reduce a cero.

4. La estructura del nucleón que hemos estudiado permite explicar la presencia en éste de un momento magnético negativo p_{m_n} y el valor anomal del momento magnético del protón p_{m_p} (§ 80.2). Centremos la atención en el hecho de que el momento magnético del protón, igual a $2,79\mu_N$, supera en $1,79\mu_N$ el valor $1\mu_N$, que era de esperar por analogía a que el momento magnético del electrón es igual a un magnetón de Bohr μ_B . El momento magnético del neutrón p_{m_n} es negativo: $p_{m_n} = -1,9\mu_N$, aunque su carga es igual a cero y, al parecer, su momento magnético también debería ser nulo. La complicada estructura del nucleón es la causa de que el momento magnético del protón

sea anómalo y que el del neutrón sea negativo. Se considera que es posible el proceso de la disociación virtual del nucleón, según los esquemas



Los cálculos teóricos en los que se hace uso de los valores experimentales de los momentos magnéticos del protón y el neutrón, muestran que cerca del 20% del tiempo cada una de dichas partículas se encuentra en estado disociado y el 80% del tiempo, en «puro» estado protónico o neutrónico. En lo que se refiere al protón, una nube *positiva* de piones crea un momento magnético *adicional* al de la región central del nucleón y *del mismo signo*, lo que lleva al momento anómalo magnético del protón. En lo que atañe al neutrón, la nube *negativa* de piones crea un momento magnético negativo.

Durante la investigación de la estructura del nucleón fueron descubiertos mesones pesados, en particular el mesón neutro (η^0), indicado en la tabla 83.2.

La representación de la estructura del nucleón es muy fructífera y permite, por ejemplo, explicar la diferencia entre las masas del neutrón y el protón por la existencia de energías de interacción electrostática y magnética de la parte central del nucleón con las nubes de piones cargados.

En conclusión, señalemos que la física de las partículas elementales está en la actualidad en estado de impetuoso desarrollo de la teoría y el perfeccionamiento de los métodos experimentales.

CONCLUSIÓN

En este libro se han examinado las más importantes partes de la física clásica y moderna. Al exponer las fundamentales ideas, métodos y resultados físicos hemos tendido a mostrar que entre la física clásica y la moderna no existe un profundo abismo y que ésta es una ciencia en constante desarrollo.

Habiendo empezado por el estudio de la mecánica newtoniana y la teoría de la relatividad, hemos examinado consecutivamente los fundamentos de termodinámica y física molecular, de electrodinámica, procesos vibratorios y ondulatorios, incluyendo el estudio de las ondas electromagnéticas y óptica. En todos los casos hemos tratado de mostrar que las ideas de la teoría especial de la relatividad se observan por toda la física moderna y permiten interpretar de nuevas formas muchas de las partes de la física clásica. Desde el propio comienzo del curso hemos intentado mostrar que en el mundo del átomo existen determinadas limitaciones para la descripción puramente clásica de los objetos microscópicos. Considerable lugar se ha destinado a la física moderna del átomo y a los fundamentos de física nuclear y física de las partículas elementales.

Toda la construcción del curso moderno de física es la profundización consecutiva y constante de la información acerca de los fenómenos de la naturaleza, de las leyes que controlan los procesos que transcurren en el mundo.

La física moderna se encuentra entre las ciencias que se desarrollan con mayor rapidez. Su carácter dinámico se manifiesta en mayor grado en tales partes como la física del núcleo atómico y de las partículas elementales, la física del sólido, etc., así como en una serie de ciencias afines a la física (biofísica, etc.). El fomento de la física ultramoderna provoca la aparición de otras muchas asignaturas. Hace varias decenas de años nadie podía pensar que surgiría la mecánica del plasma, la hidrodinámica magnética, que aparecería la radiotécnica cuántica y otras partes ultramodernas de la física.

Como esperan los autores, estas observaciones conclusivas, como todo el contenido de los «Fundamentos de física» y de otros libros, muestran qué importancia tiene el estudio de física para la enseñanza contemporánea.

INDICE ALFABÉTICO DE MATERIAS

- Aberración, 211**
 — cromática, 212
 — esférica, 211
Absorción de la luz, 176
 — — — —, negativa, 347
 — — neutrones por resonancia, 531
Acomodación, 224
Actividad de una preparación radiactiva, 488
 — óptica, 193
 — — en la naturaleza viva, 194
Afinidad electrónica, 369
Altavoz dinámico, 106
Amplificador termiónico, 132
Amplitud de la f.e.m., 57
 — — — oscilación, 16
Análisis por luminiscencia, 440
Analizador, 185, 192
Anastigmáticos, sistemas ópticos, 213
Angulo de apertura, 233
 — — convergencia, 225
 — — rotación del plano de polarización, 193
 — — visión, 225
 — límite, 199
 — sólido, 217
Anillos de Newton, 144
Antihiperón, 589
Antineutrino, 514, 588
Antineutrino electrónico, 514, 568
 — mesónico, 568
Antineutrón, 587
Antipartícula, 581
Antiprotón, 585
Armónicos, 28, 29
Astigmatismo, 212
Átomo aceptor, 421
 — donador, 419
 —, estado excitado, 323
 —, — no excitado, 323
 — marcado, 523
 —, modelo nuclear, 312
Autoionización, 309
Autooscilaciones, 42
 —, autoexcitación, 46

Banda de conducción, 412
 — — energía, 405
 — — — permitida, 406
 — — — prohibida, 409
 — — valencia, 412
 — prohibida, 409
Bariones, 578
Barrera de potencial, 307

Bevatrón, 585
Bombeo del medio amplificador, 445

Cámara de burbujas, 498
 — — ionización, 497
Cámara de Wilson, 497
 — fotográfica, 235
Campo nuclear, 471
Capa de barrera, 423
 — — semiabsorción, 74
 — electrónica, 352
Capacidad calorífica del gas electrónico degenerado, 393
Capacitancia, 61
Carga bariónica, 578
 — leptónica, 569
Catodoluminiscencia, 437
Células fotorresistentes (con efecto fotoeléctrico interno), 432
Ciclo carbono-nitrógeno, 551
 — protón-protón, 550
Cinturones de radiación circunferenciales (o de van Allen), 564
Circuito de corriente alterna, 58
 — oscilante, 37
Coefficiente de absorción, 176, 443
 — — negativa, 449
 — — Einstein para la emisión espontánea, 344
 — — multiplicación de los neutrones, 542
 — — reflexión, 83, 169
 — — — de una partícula en una barrera, 307
 — — transparencia, 84, 169
 — — — de una barrera de potencial, 307, 501
Coherencia, 146, 242, 450
Combustible nuclear, 546
Condición de continuidad, 81
 — — estabilidad de los núcleos, 478
 — — tasa, 450-451
Condición de homogeneidad óptica de un cristal, 164
 — — Wulff-Bragg, 162
Conductibilidad eléctrica, defectos de la teoría clásica, 377
 — —, teoría cuántica, 395
 — por electrones de los semiconductores, 416
 — — —, extrínseca, 420
 — — —, intrínseca, 416
 — — — huecos, extrínseca, 421
 — — —, intrínseca, 417

- Conductor de luz, 495
 Constante de apantallamiento, 364
 — — desintegración radiactiva, 485
 — — Planck, 250
 — — Ridberg, 317
 — — Stefan, 248
 — — Cherenkov, 495
 Contador de Geiger-Müller, 497
 — — centelleo, 494
 Corriente alterna, 58
 — —, potencia, 65
 — —, valor eficaz, 61
 — — fotoeléctrica, 253
 Corrimiento al rojo gravitacional, medición, 509
 Criotrópico, 403
 Criterio de aplicabilidad de la óptica geométrica, 197
 — — Lawson, 559
 — — Rayleigh, 158
 Cuantización de la energía del electrón, 329
 — — del momento de impulso, 332
 — — espacial, 334
 Cuanto de energía, 250
 Cuerpo negro, 247
 Curva de resonancia, 50
 — — —, semifanchura, 52
- Choques elásticos, 327
 — inelásticos, 327
- Defecto de masa, 464
 Defectoscopía por rayos gamma, 504
 Degeneración, del gas electrónico, 386
 — — — fotónico, 387
 Desarrollo en serie de Fourier, 30
 Descomposición espectral, 30
 Desdoblamiento de los niveles de energía, 405
 Desintegración β , 511
 — radiactiva, 482
 — —, probabilidad, 490
 Desmodulación, 134
 Detector, 134
 Diafragma, 196
 Dicroísmo, 190
 Diferencia de marcha, 93
 Diferencia de potencial de contacto externa, 425
 — — — — interna, 426
 Difracción, 97
 — de la luz por un orificio, 153
 — — — — una red tridimensional, 160
 — — — — — rendija rectangular, 98
 — — — — en los medios ópticamente no homogéneos, 165
 Difracción de rayos X, 159
 Difusión de la luz, molecular, 165
 Diodo semiconductor, 429
 Dispersión, 169
 — anómala, 175
 — de combinación de la luz, 435
 — — Raman, 435
 — normal, 175
 —, teoría electrónica, 172
- Distancia de visión óptima, 225
 Distorsión, 213
 Doble refracción, 186
 Dosis de exposición, 504
 — — — a la radiación, 504
- Ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico externo, 257
 — — la onda esférica, 78
 — — — — plana, 76
 — — — — Schrödinger, 287
 Efecto binaural, 112
 — Compton, 266
 — de electrostricción, 107
 — — magnetostricción, 109
 — — Doppler en acústica, 79
 — — — las ondas electromagnéticas, 126
 — — transversal, 128
 — — fotoeléctrico externo, 253
 — — — interno, 432
 — —, umbral rojo, 255
 — — Meissner, 400
 Efecto Mössbauer, 508
 — túnel, 307, 499
 Eje óptico, 186
 Electroluminiscencia, 438
 Electrón luminoso, 123
 Electronografía, 278
 Elementos transuránicos, 531
 Elongación, 16
 Emisión espontánea, 343
 Energía de activación, 261
 — — — de la conductibilidad intrínseca, 416
 — — — — — fisión de los núcleos, 538
 — — — — — disociación de la molécula, 368
 — — — — — enlace del electrón en el átomo, 323
 — — — — — núcleo, 463, 477
 — — — — — de los nucleones, específica, 463, 464
 — — — — — Fermi, 386, 393
 — — del núcleo, en reposo, 477
 — — —, superficial, 477
 — — potencial de interacción, 367
 Enlace covalente, 390
 — iónico, 368
 —, energía, 368
 —, longitud, 368
 Enlaces químicos, 366
 Escala de las ondas electromagnéticas, 136
 Escalera de Michelson, 202
 Espacio de impulsos, 383
 — — —, celdilla elemental, 384
 Espectro continuo, 239
 Espectro de una oscilación no sinusoidal, 30
 — — radiación de laser, 452
 — — raras, 239
 — — energético de las partículas β , 512
 — — molecular de absorción, 375
 — — — (de bandas), 373
 — — — de vibración-rotación, 376
 — — — electrónico, 376
 — — — electrónico-vibracional, 377
 Espectrógrafo, 239

- Espectroscopio, 238
 Espejo esférico, 213
 Espín del electrón, 337
 — — núcleo, 456
 Estados inversos, 445
 Estator, 56
 Experimento de Davisson—Germer, 274
 — — difracción de los electrones, 276
 — — — — neutrones, 279
 — — Franck—Hertz, 326
 — — Lébedev, 119
 — — Michelson, 150
 — — Rutherford, 310
 — — Stern, 281
 — — Stoliétov, 252
 — — Vavilov—Cherenkov, 125
 — — Young, 144, 147
- Factor de calidad, 33**
 — — potencia, 65
 Figura de interferencia, 90
 Filtro óptico, 177
 Fisión espontánea, 539
 — nuclear, 532
 Flujo luminoso, 218
 Fluorescencia, 438
 Fórmula de Balmer—Ridberg, 317
 — — De Broglie, 274
 — — Planck, 251
 — — Weizsaecker, 356
 Fosforescencia, 439
 Fotoconductibilidad, 432
 Fotoelectrones, 253
 Fotoluminiscencia, 439
 Fotón, 256
 —, energía, 261
 —, impulso, 263
 —, masa, 262
 Fotorresistencias, 432
 Fototransistor, 434
 Frecuencia, 17
 — angular, 17
 — — propia, 18, 39
 — de modulación, 27
 — — las pulsaciones, 26
 — portadora, 27
 — propia, 88
 Frecuencímetro de "lengüetas", 51
 Fuerza cuasielástica, 16
 — excitatriz sinusoidal, 48
 Fuerzas nucleares, 467
 — —, carácter de intercambio, 471
 — —, independencia de la carga, 575
 — —, radio de acción, 469
 — —, saturación, 470
 Función de onda, 287
- Generador de corriente alterna, 56
 — — tubo termiónico, 45
- Haz electrónico, 215
 — luminoso, 197
 — paraxial, 206, 215
 Hiperones, 578
 Hipersonido, 103
 Holograma, 240
 — acústico, 244
 — en colores, 242
Huecos, 417
- Iluminación, 220
 Imagen real, 211
 — virtual, 216
 Impedancia acústica, 72
 — de un circuito de corriente alterna, 64
 Índice de refracción, 148, 166
 — — — absoluto, 167
 — — — relativo, 198
 Inductancia, 63
 Infrasonido, 103
 Intensidad crítica, 400
 Intensidad de la luz, 219
 Interacción débil, 569, 576
 — de intercambio, 372
 — electromagnética, 576
 — espín-órbita, 341
 — fuerte, 576
 — nuclear, 462
 Interferencia, 90
 — de la luz, 144
 — — — de dos fuentes, 90
 — — — — varias fuentes, 93
 Interferómetro de Michelson, 150
 Ion, 368
 Isóbaros, 456
 Isótopos, 455
- Kaones (mesones K), 577
- Lámparas de luz solar, 441
 Láser, 442
 Lente, 204
 — acromática, 212
 —, centro, 208
 — cóncava, 206
 —, construcción de la imagen, 808
 — convexa, 206
 — delgada, fórmula, 206
 —, distancia focal, 206
 —, eje óptico principal, 204
 —, — secundario, 209
 — electrostática, 216
 Lente, foco principal, 206
 — magnética, 215
 —, plano principal, 208
 —, potencia óptica, 206
 Leptones, 569
 Ley de amortiguamiento de las ondas planas (de Bouguer), 74
 — — Bouguer, 74, 176, 443
 — — Bunsen—Roscoe, 261
 — — desplazamiento de Wien, 249
 — — Kirchhoff, 247
 — — la desintegración radiactiva, 484, 489, 490
 — — dispersión, 174
 — — iluminación, 220
 — — reflexión de las ondas, 82
 — — refracción de la luz (de Snellius), 167
 — — — — las ondas, 82
 — — Lambert, 221
 — — Malus, 186
 — — Moseley, 363
 — — Ohm para los circuitos de corriente alterna, 64
 — — Rayleigh para la difusión de la luz, 165
 — — Stefan—Boltzmann, 248
 Límite del espectro continuo, 360
 Líquido de inmersión, 233
 Longitud de enlace, 368
 Luminancia, 221

Luminescencia, 437
Luminosidad, 221
Lupa, 226
Luz natural, 184
— polarizada, 183
— visible, 136

Magnetón de Bohr, 337

— nuclear, 458
Masas isotópicas, 455
Máser, 441
Medio turbio, 165
Mesones, 570, 577
— pesados, 593
Método de Debye-Scherrer, 162
— — las emulsiones de capa gruesa, 498
— — Laue, 161
— — los diagramas vectoriales, 23
— del cristal oscilante, 162
Microfono, 109
Miscoscopio, 227, 233, 236
— electrónico, 233
Modelo electrono-protónico, 459
— nuclear de la gota líquida, 475
— del átomo, 312
— — protono-neutrónico, 461-462
Moderadores de neutrones, 530
Moléculas covalentes, 390
— iónicas, 368
Momento magnético del núcleo, 458
Monocromaticidad, 141
Movimiento de una partícula en un pozo de potencial, 297
— — — libre, 294
Muones, 566

Neutrino, 514, 588

— electrónico, 588
— muónico, 588
Neutrón, 461, 520, 587
— libre, 517
— térmico, 530
Neutrones, captura, 531
—, multiplicación, 535
Neutronografía, 280
Nivel de Fermi para los electrones en el metal, 382, 393
— intensidad, 105
Niveles colectores (aceptores), 421
— de energía, 298
— — —, anchura natural, 346
— — —, de las impurezas, 419
— — —, dobles, 341
— donadores, 419
Núcleo, 312
—, carga, 454
—, composición, 459
— compuesto, 527
—, dimensión lineal, 474
—, espín, 456
— hijo, 482
—, masa, 455
—, momento magnético, 458
— precursor, 482
Nucleón, 462
Nucleón, estructura, 591
Núcleos especulares, 469
Número atómico, 454
— cuántico, 298

— — de espín, 337
— — magnético, 336
— — orbital, 332
— — principal, 323
— de onda, 77, 317
— orden del elemento, 354
— másico, 456

Oído, 110

Ojo humano, 222
— —, agudeza visual, 226
— —, ángulo de visión mínimo, 226
— —, poder separador, 226
— —, sensibilidad espectral, 217
— —, visión de los colores, 223

Onda, 69

— de amplitud, 178
— — choque, 70
— — De Broglie, 274, 282
— — elástica, 69
— —, energía, 72
— —, intensidad, 72
— —, longitud, 76
— electromagnética, 69
— esférica, 70
— —, ecuación, 78
— estacionaria, 85, 86
Onda estacionaria, nodo, 85
— —, vientre, 86
— longitudinal, 71
— plana, 70
— —, ecuación, 76
— — sinusoidal, 77, 116
— polarizada rectilíneamente, 183
— sonora, 70
— transversal, 70
Óptica geométrica, 196
— no lineal, 85
Órbitas de Bohr, 334
Oscilaciones armónicas, 16
— —, fase, 16
— —, — inicial, 16
— —, período, 17
— forzadas, 48
— libres, 31
— moduladas, 26
— no armónicas, 22, 28, 29
Oscilador armónico, 16
— — en mecánica cuántica, 301
— de Hertz, 123
Oscilógrafo, 20
Oscilograma, 19

Parámetro de fisión, 537

— —, valor crítico, 539
Par electrón-positrón, aniquilación, 525, 584
— —, formación, 523, 584
Partículas absolutamente neutras, 582
— alfa, 310, 359, 502
— elementales, 560
— extrañas, 581
— nucleares activas, 569
— — inactivas, 568
— resonancias, 590
Péndulo de resorte, 31
— físico, 36
— —, longitud reducida, 37
— matemático, 34

- Período de pulsación*, 26
 — — semidesintegración, 486
 Piones (mesones π), 570
 Plano de oscilaciones, 183
 — — polarización, 183
 — — —, rotación, 192
 — — principal de un cristal, 187
 Plasma, 553
 — — termonuclear, 554
 — —, condición de confinamiento, 554
 Poder emisor, 246
 — — separador de un instrumento óptico, 231
 Polarizador, 191
 Positrón, 522
 Postulados de Bohr, 320
 — — —, sentido mecanocuántico, 342
 Potencia de una corriente alterna, 65
 Pozo de potencial, 297
 Presión de la luz, 118, 265
 Principio de conjugación de carga, 584
 — — correspondencia, 301
 — — Huygens-Fresnel, 97
 — — Pauli, 350, 381
 — — superposición, 84
 Prisma, 200
 Protón, 459, 461, 462
 Proyector, 236
 — — iónico, 236
 Pulsación, 26
- Quimiluminiscencia**, 438
- Radiación de una carga oscilante*, 121
 — — un dipolo, 122
 — — Vavilov-Cherenkov, 125
 — — gama, 502
 — — inducida, 347
 — — sincrotrónica, 123
 — — térmica, 245
 Radiactividad artificial, 521
 — — natural, 479
 Raya espectral, anchura, 142, 346
 — —, estructura fina, 340
 — —, — hipertina, 456
 Rayo, 70, 196
 — — extraordinario, 187
 — — luminoso, 197
 — — ordinario, 187
 Rayos beta, 481
 — — cósmicos, 562
 — — gamma, absorción por resonancia, 506
 Rayos gamma, anchura natural de la raya espectral, 506
 — —, espectro, 503
 — — X, 359
 — — blancos, 360
 — — característicos, 361
 Reacción, 43
 — — de fisión en cadena, 541
 — — termonuclear, 549
 — — controlada, 554
 Reacciones fotoquímicas, 260
 — —, umbral rojo, 261
 — — nucleares, 517, 528
- Reactor — véase *Reactor nuclear*
 Reactor nuclear, 543
 — — de reproducción, 546
 — — heterogéneo, 544
 — — homogéneo, 544
 Rectificación en el límite de una unión electrón-hueco, 428
 — — — — metal-semiconductor, 426
 Red de difracción, 155
 — — —, anchura angular del máximo principal, 158
 — — —, poder resolutorio, 157
 Reflector (telescopio), 230
 Reflexión total, 199
 Refractor (telescopio), 229
 Regla de cuantización de las órbitas, 321
 — — Geiger-Nuttall, 499
 — — las frecuencias, 321
 — — Stokes, 439
 Reglas del desplazamiento durante las desintegraciones radiactivas, 482
 Relación de indeterminación para la coordenada y el número de onda, 141
 — — — — energía y el tiempo, 291
 — — — — frecuencia y el tiempo, 55
 — — transformación, 67
 — — fotoquímica de Einstein, 261
 — — giro magnética de espín, 339
 — — nuclear, 458
 — — orbital, 335
 Relaciones de indeterminación de Heisenberg, 289
 Reloj, 44
 — — de uranio, 492
 Resistencia óhmica, 59
 Resonancia, 49
 — —, estabilización de las oscilaciones, 54
 Resonadores, 51
 Rotor, 56
 Ruido, 103
- Satélites rojas**, 435
 — violetas, 435
 Saturación, en un láser, 450
 Selectividad, 52
 Semiconductores, 414
 — — tipo n , 420
 — — p , 422
 Serie de Balmer, 317
 — — Brackett, 318
 — — Humphreys, 318
 — — Lyman, 318
 — — Paschen, 318
 — — Pfund, 318
 — — (familia) radiactiva, 483
 Sistema autooscilante, 43
 — — periódico de Mendeléiev, 353
 Sistemas hidrogenoides, 320
 Sonido, 103
 Stellarator, 559
 Superconductibilidad, 399
 Superficie de Fermi, 384
 — — onda, 70